

TUGAS PPG DALAM JABATAN 2020 TAHAP I

BAHAN AJAR

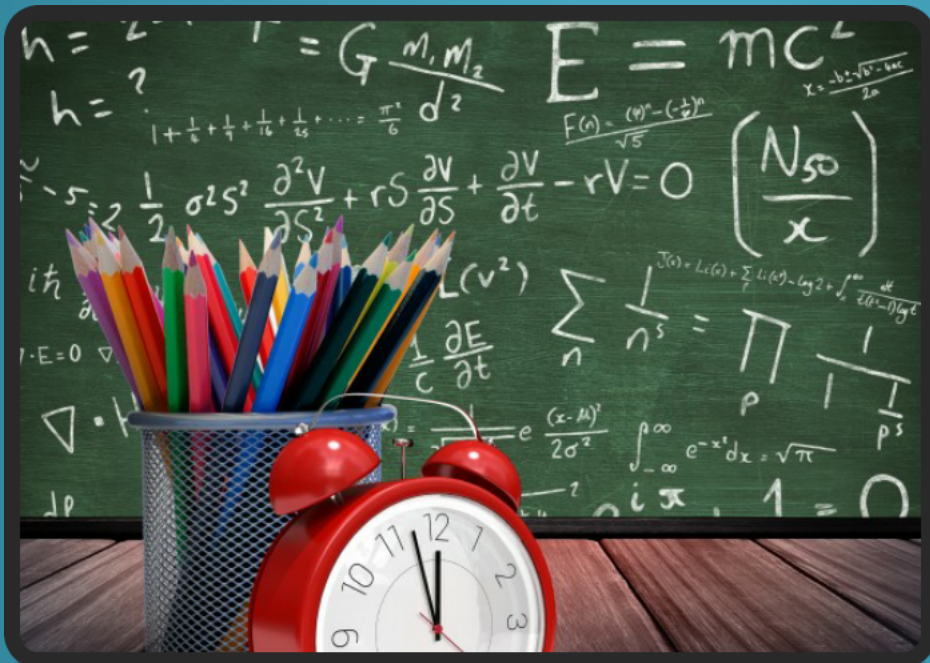
MATA PELAJARAN : MATEMATIKA
SATUAN PENDIDIKAN : SMK
KELAS /SEMESTER : X/GANJIL
MATERI POKOK : BARISAN ARITMETIKA



PENYUSUN
BUDI KRISTYONO, S.Pd.
SMKN 1 BANYUDONO

Bahan ajar/modul **MATEMATIKA**
DISUSUN OLEH: BUDI KRISTYONO

BARISAN ARITMETIKA



Sumber: www.backgrounddownload.com



Edit dengan WPS Office

KELAS X SMK
SEMESTER GANJIL

Kompetensi Inti (KI)

KI.3	Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan dan peradaban terkait fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
KI.4	Mengolah, menalar, menyaji dan mencipta dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.5 Menganalisis barisan dan deret aritmetika	3.5.1. Menjelaskan konsep rumus suku ke -n barisan aritmetika 3.5.2. Menemukan rumus suku ke-n barisan aritmetika 3.5.3. Menganalisis nilai suku ke – n barisan aritmetika
4.5 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret aritmetika	4.5.1. Menerapkan barisan aritmetika pada masalah kontekstual 4.5.2 Merumuskan konsep barisan aritmetika dengan masalah kontekstual 4.5.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan aritmetika

Tujuan Pembelajaran

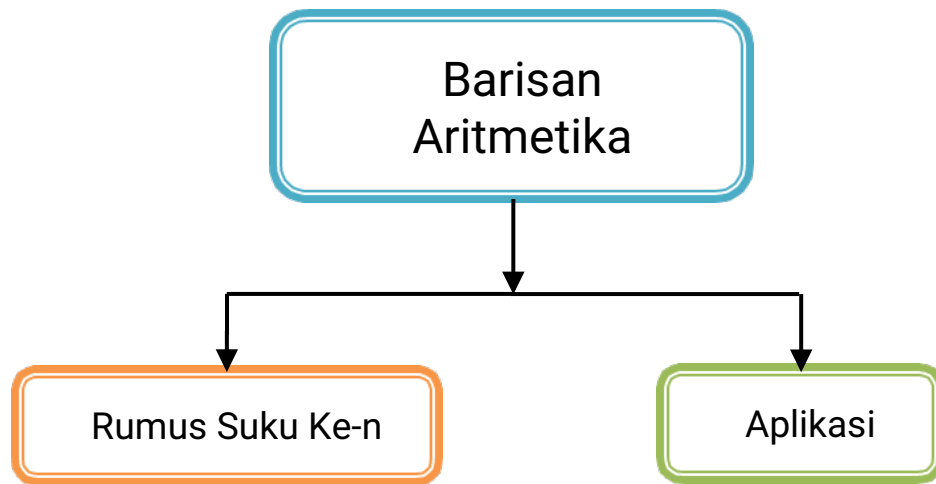
Pengetahuan

Setelah mempelajari modul ini siswa dapat memahami konsep barisan aritmatika dengan benar.

Keterampilan

Setelah mempelajari modul ini siswa dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan barisan aritmatika *dalam kegiatan sehari hari.*

PETAKONSEP





APERSEPSI

Pernahkah kalian pergi ke pasar atau ke toko buah?
Dan pernahkah kalian melihat tumpukan apel seperti gambar berikut.



Sumber: www.malikpunya.blogspot.com

Bagaimana cara kalian menentukan atau menduga banyak apel dalam suatu tumpukan tertentu ?

Untuk menentukan banyak apel dalam suatu tumpukan tersebut akan memakan waktu yang lama dan membutuhkan ketelitian, tetapi ada cara yang lebih mudah jika kita mempelajari barisan aritmetika. Banyak permasalahan dalam kehidupan sehari-hari lainnya yang bisa diselesaikan dengan mempelajari barisan aritmetika. Mari kita pelajari materi barisan aritmetika berikut ini.

MATERI BARISAN ARITMETIKA

Perhatikan beberapa barisan bilangan berikut ini

- a) 1, 3, 5, 7,
- b) 6,10,14,18,
- c) 11, 8, 5, 2,.....
- d) 20, 15, 10, 5,

Pada setiap barisan di atas, tampak bahwa selisih dua suku berurutan **selalu tetap**. Barisan bilangan yang mempunyai ciri seperti itu disebut **Barisan Aritmatika**, dan selisih dua suku berurutan itu disebut **beda** yang biasa dilambangkan dengan huruf **b**.

Misal :

- a) 1, 3, 5, 7,, $b = 3 - 1 = 5 - 3 = 7 - 5 = 2$
- b) 6,10,14,18,....., $b = 10 - 6 = 14 - 10 = 18 - 14 = 4$
- c) 11,8,5,2,....., $b = 8 - 11 = 5 - 8 = 2 - 5 = -3$
- d) 20, 15, 10, 5,...., $b = 15 - 20 = 10 - 15 = 5 - 10 = -5$

Suku pertama dari barisan aritmatika biasanya dilambangkan dengan huruf **a**.

Secara umum barisan aritmatika didefinisikan sebagai berikut:

$U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ disebut barisan aritmatika untuk n bilangan asli dan $n > 1$ dan berlaku $b = U_n - U_{n-1}$ dengan

U_1 = suku pertama

U_2 = suku kedua

U_3 = suku ketiga

.

.

U_n = suku ke - n

Menentukan rumus suku ke - n barisan aritmatika

Dari bentuk umum barisan aritmatika $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$

$$U_1 = a$$

$$U_2 = U_1 + b = a + b$$

$$U_3 = U_2 + b = a + b + b = a + 2b$$

$$U_4 = U_3 + b = a + 2b + b = a + 3b$$

.

.

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Jadi pola bilangan barisan aritmatika adalah

$$U_1, U_2, U_3, U_4, \dots, U_n$$

$a, a + b, a + 2b, a + 3b, \dots, a + (n - 1)b$

Jadi rumus suku ke - n dari barisan aritmatika adalah

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Dengan : n = banyak suku, $n \in$ bilangan asli

a = suku pertama

b = beda atau selisih

U_n = suku ke - n

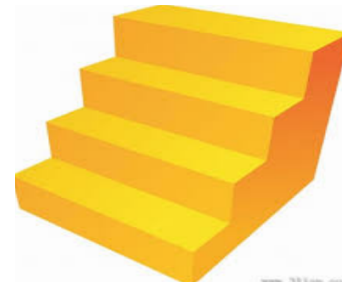
Dengan mempelajari beberapa masalah di bawah ini, kalian akan lebih memahami konsep barisan aritmetika.



MASALAH 1

Perhatikan masalah disamping!

Eza ingin mengetahui tinggi suatu tangga di rumahnya, jika tinggi satu anak tangga adalah 20 cm, dan terdapat 15 anak tangga, maka berapa tinggi tangga tersebut? Tuliskan rumus barisannya!



Sumber: www.google.com

PENYELESAIAN

- Alternatif 1

Untuk menentukan tinggi tangga maka permasalahan di atas diurutkan menjadi:

Anak Tangga ke-	tinggi	Pola	Rumus
1	20 cm	20	1.20
2	40 cm	20+20	2.20
3	60 cm	20+20+20	3.20
...			
15	300 cm		15.20
N	20n		n.20

Dengan melihat tabel diatas, maka tinggi anak tangga jika terdapat 15 anak tangga adalah 300 cm, dan rumus barisannya adalah $U_n = 20n$.

- Alternatif 2

$a = 20$

$b = 20$

$n = 15$

maka

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_n = 20 + (n-1)20$$

$$U_n = 20 + 20n - 20$$

$$U_n = 20n$$

$$U_{15} = 20 \cdot 15$$

$$= 300$$

Jadi tinggi 15 anak tangga adalah 300 cm, dan rumus barisannya adalah $U_n = 20n$



MASALAH 2

Yuan, seorang perajin batik di Ngawi. Ia dapat menyelesaikan 6 helai kain batik berukuran $2,4 \text{ m} \times 1,5 \text{ m}$ selama 1 bulan. Permintaan kain batik terus bertambah sehingga Yuan harus menyediakan 9 helai kain batik pada bulan kedua, dan 12 helai pada bulan ketiga. Dia menduga, jumlah kain batik untuk bulan berikutnya akan 3 lebih banyak dari bulan sebelumnya. Dengan pola kerja tersebut, pada bulan berapakah Yuan menyelesaikan 63 helai kain batik?

PENYELESAIAN

Dari masalah di atas, dapat dituliskan jumlah kain batik sejak bulan pertama seperti di bawah ini.

$$\text{Bulan I} : U_1 = a = 6$$

$$\text{Bulan II} : U_2 = 6 + 1 \cdot 3 = 9$$

$$\text{Bulan III} : U_3 = 6 + 2 \cdot 3 = 12$$

$$\text{Bulan IV} : U_4 = 6 + 3 \cdot 3 = 15$$

Demikian seterusnya bertambah 3 helai kain batik untuk bulan-bulan berikutnya sehingga bulan ke- n : $U_n = 6 + (n-1) \cdot 3$ (n merupakan bilangan asli).

Sesuai dengan pola di atas, 63 helai kain batik selesai dikerjakan pada bulan ke- n .

Untuk menentukan n , dapat diperoleh dari,

$$63 = 6 + (n-1) \cdot 3$$

$$63 = 3 + 3n$$

$$n = 20.$$

Jadi, pada bulan ke-20, Yuan mampu menyelesaikan 63 helai kain batik.



MASALAH 3

Setiap hari Zia menabungkan sisa uang jajannya. Uang yang ditabung setiap hari selama enam hari mengikuti pola barisan aritmetika dengan suku pertama $a = 1000$

dan beda $b = 500$. Bagaimana cara mengetahui banyaknya uang Zia yang ditabung pada hari ke-6?

PENYELESAIAN

Diketahui :

$a = 1000$ dan beda $b = 500$

Ditanya :

U_6 ?

Jawab :

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_6 = 1000 + (6-1)500$$

$$U_6 = 1000 + (5)500$$

$$U_6 = 1000 + 2500$$

$$U_6 = 3500$$

Berarti tabungan Zia pada hari ke-6 adalah Rp 3.500,00

Setelah kalian memahami konsep mengenai barisan aritmetika di atas, coba perhatikan beberapa contoh soal di bawah ini:

CONTOH SOAL

1. Tentukan suku ke- n barisan di bawah ini!
 - a. 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... tentukan suku ke-15!
 - b. 4, 1, - 2, - 5, - 8, ... tentukan suku ke-18!

Penyelesaian :

- a. 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

Dari barisan bilangan tersebut, diketahui bahwa

$$a = 1$$

$$b = U_2 - U_1 = 2 - 1 = 1$$

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_{15} = 1 + (15-1)1$$

$$U_{15} = 1 + (14)1$$

$$U_{15} = 15$$

Jadi suku ke- 15 adalah 15.

- b. 4, 1, - 2, - 5, - 8, ...

Dari barisan bilangan tersebut, diketahui bahwa

$$a = 4$$

$$b = U_2 - U_1 = 1 - 4 = -3$$

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_{18} = 4 + (18-1) \cdot (-3)$$

$$U_{18} = 4 + (17) \cdot (-3)$$

$$U_{18} = 4 + (-51)$$

$$U_{18} = -47$$

2. Suku ke-4 barisan aritmetika adalah 19 dan suku ke-7 adalah 31. Tentukan suku ke-41!

Penyelesaian :

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_4 = a + 3b = 19 \dots\dots\dots (i)$$

$$U_7 = a + 6b = 31 \dots\dots\dots (ii)$$

$$\underline{-3b = -12}$$

$$b = \frac{-12}{-3} = 4$$

Substitusi $b = 4$ ke persamaan (i)

$$a + 3b = 19 \Leftrightarrow a + 3(4) = 19$$

$$a + 12 = 19$$

$$a = 19 - 12 = 7$$

Sehingga,

$$U_{41} = 7 + (41-1)4$$

$$U_{41} = 7 + (40)4$$

$$U_{41} = 7 + 160$$

$$U_{41} = 167$$

3. Seorang penjual daging pada bulan Januari dapat menjual 120 kg, bulan Februari 130 kg, Maret dan seterusnya selalu bertambah 10 kg dari bulan sebelumnya. Tentukan rumus suku ke-n dari masalah tersebut !

Penyelesaian :

$$a = 120$$

$$b = 10$$

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$\begin{aligned}
 U_n &= 120 + (n-1)10 \\
 &= 120 + 10n - 10 \\
 &= 110 + 10n \\
 &= 10(11+n) \\
 &= 10(n + 11)
 \end{aligned}$$

4. Produksi pupuk organik menghasilkan 100 ton pupuk pada bulan pertama, setiap bulannya menaikkan produksinya secara tetap 5 ton. Tentukan banyak pupuk yang diproduksi pada bulan ke 10 !

Penyelesaian :

$$a = 100$$

$$b = 5$$

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_{10} = 100 + (10-1)5$$

$$= 100 + 9 \cdot 5$$

$$= 100 + 45$$

$$= 145$$

Jadi banyak pupuk yang diproduksi pada bulan ke 10 adalah 145 ton.

5. Rismi seorang pedagang buah, ia ingin menghitung jumlah apel miliknya pada tumpukan ke enam dari atas, tanpa harus merusak tatanan apel tersebut maka tentukan banyaknya apel Rismi pada tumpukan ke-6!

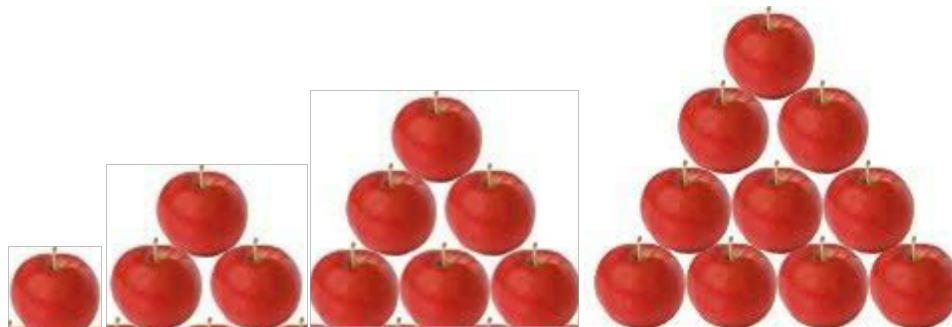
Penyelesaian :

Jika diperhatikan gambar di samping, maka diperoleh susunan dari beberapa apel. Apel itu dapat disusun membentuk sebuah piramida.



Sumber : www.daerah.sindonews.com

Jumlah apel pada bagian bawah tumpukan akan lebih banyak dibandingkan pada susunan paling atas. Misalkan susunan apel tersebut disederhanakan menjadi sebuah susunan segitiga, seperti gambar di bawah ini :



Sumber : www.

Keterangan :

Susunan paling atas adalah 1 buah apel

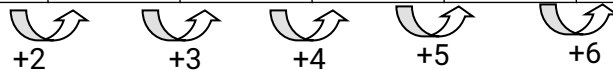
Susunan kedua dari atas adalah 3 buah apel

Susunan ketiga dari atas adalah 6 buah apel

Susunan ke empat atas adalah 10 buah apel

Dari keterangan di atas diperoleh barisan 1, 3, 6, 10,... . Barisan ini merupakan barisan aritmetika tingkat dua

Suku-1	Suku-2	Suku-3	Suku-4	Suku-5	Suku-6
1	3	6	10	15	21



Jadi, banyaknya apel Rismi pada tumpukan ke-6 adalah 21 buah.

Untuk lebih memahami materi barisan aritmetika, kerjakan soal-soal dibawah ini sebagai latihan.



TES FORMATIF

1. Tentukan suku ke- n barisan di bawah ini!
 - a. 3,8,13,18 ... tentukan suku ke-10!
 - b. 6,-1,-8, ... tentukan suku ke-15!
2. Jika suku ke-7 barisan aritmetika sama dengan 10 dan suku ke-13 sama dengan -2, carilah tiga suku pertama barisan tersebut!
3. Diketahui barisan aritmetika dengan $U_5 = 21$ dan $U_{10} = 41$. Tentukan nilai U_{56} dari barisan tersebut!
4. Diketahui $U_2+U_4=12$ dan $U_3+U_5=16$. Tentukan suku ke-7 barisan aritmetika tersebut!
5. Suku pertama suatu barisan aritmetika adalah 40. Jika selisih antara setiap dua suku yang berurutan adalah 6, maka tentukan rumus suku ke- n barisan tersebut dalam variabel n !
6. Banyaknya bilangan di antara 101 dan 1000 yang habis dibagi 3 adalah...
7. Hamizan menabung setiap hari dengan pola sebagai berikut: Rp 3.000,00; Rp 3.500,00; Rp 4.000,00; dan seterusnya. Pada hari ke berapa ia menabung sebesar Rp 50.000,00?
8. Keuntungan yang diperoleh pak Karta semakin bertambah setiap bulannya dengan jumlah yang sama. Apabila keuntungan sampai bulan ke-3 adalah Rp 480.000,00 dan keuntungan sampai bulan ke-12 adalah Rp 2.568.000,00, tentukan keuntungan yang diperoleh sampai tahun ke-3!
9. Suatu perusahaan minuman kaleng pada bulan Januari 2019 memproduksi 40.000 minuman kaleng. Setiap bulan perusahaan tersebut menaikkan produksinya secara tetap sebanyak 250 kaleng. Berapa banyak minuman kaleng

yang diproduksi perusahaan sampai akhir bulan Juni 2020?

10. Banyak kursi pada barisan pertama di gedung bioskop adalah 20. Banyak kursi pada baris di belakangnya 4 buah lebih banyak dari kursi pada garis di depannya. Banyak kursi pada baris ke-15 adalah.....

Daftar Pustaka

- Kasmina. 2018. Xpress UN 2019 untuk SMK/MAK Matematika.
Jakarta: Erlangga
- Toali dan Kasmina. 2018. *Matematika untuk SMK/MAK Kelas X*.
Jakarta: Erlangga.