

MODUL

**MATEMATIKA  
SMK KELAS XI**

Semester 4

**BARISAN DAN DERET  
GEOMETRI**

**Kompetensi Dasar:**

- 3.4 Menggeneralisasi pola bilangan dan jumlah pada barisan aritmetika dan geometri
- 4.4 Menggunakan pola barisan aritmetika atau geometri untuk menyajikan dan menyelesaikan masalah kontekstual termasuk pertumbuhan, peluruhan, bunga majemuk, dan anuitas)

Oleh:

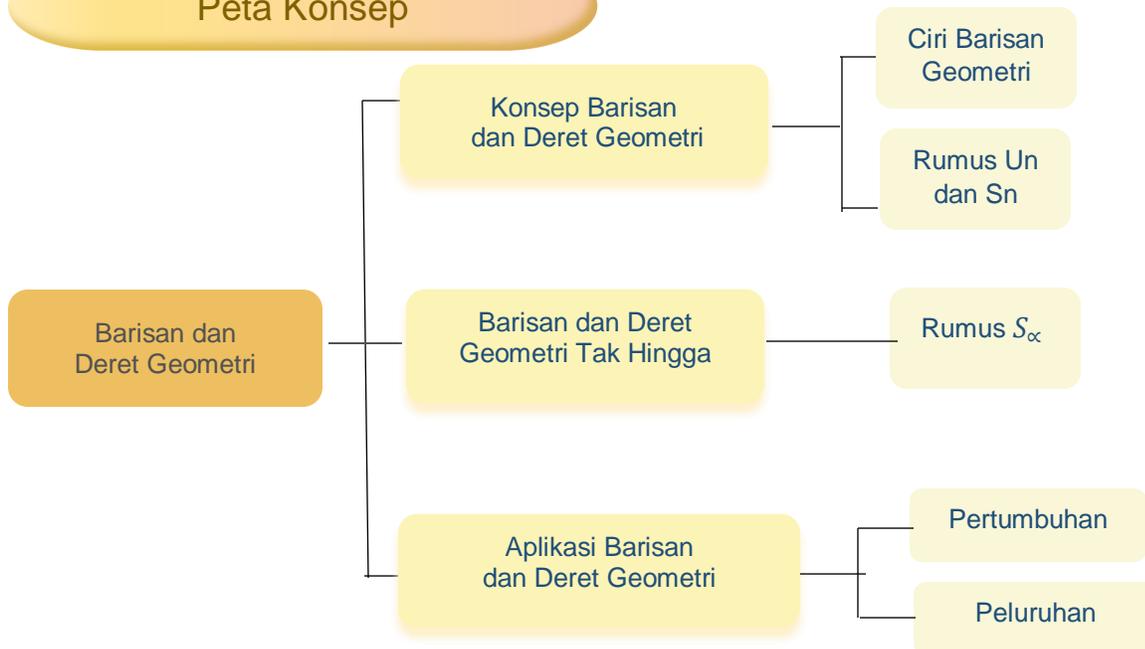
Reny  
Rhomadona

**Petunjuk Penggunaan Modul**

- Pahami tujuan pembelajaran yang akan dicapai pada modul ini.
- Bacalah modul ini dengan teliti, sehingga materi yang disajikan dapat dipahami dengan baik.
- Kerjakan soal latihan yang disajikan pada modul ini untuk berlatih menjawab pertanyaan-pertanyaan tipe tertentu.



**Peta Konsep**

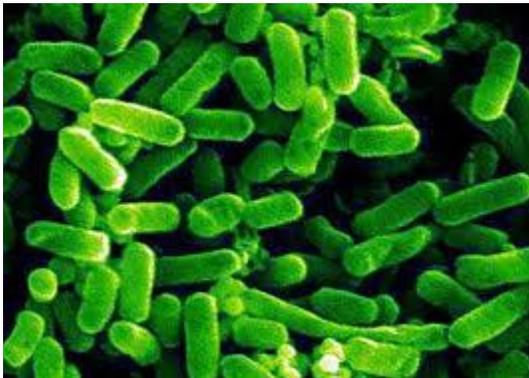


## Ceklis Materi

**Sebelum mempelajari materi barisan dan deret geometri, isilah tabel berikut dengan tanda centang!**

No	Pertanyaan	Sudah	Belum
1	Apakah kalian pernah mendengar tentang barisan dan deret geometri?		
2	Apakah kalian pernah membaca materi barisan dan deret geometri?		
3	Apakah kalian sudah memahami barisan dan deret geometri?		
4	Sudahkan kalian menerapkan barisan dan deret geometri dalam kehidupan sehari-hari?		

## Pendahuluan



Jika mula-mula terdapat sejumlah bakteri, dapatkah kita memprediksi jumlah bakteri dalam selang waktu tertentu? Apakah pertumbuhan bakteri mengikuti suatu persamaan matematika sederhana? Ya, tentunya kita dapat menjawab pertanyaan tersebut, salah satunya dengan menggunakan konsep baris dan deret geometri.

Sebelum kita pecahkan masalah tersebut, kalian harus tahu dulu apa itu barisan geometri dan bagaimana cara menghitungnya. Mari belajar.

## Pertemuan 1

### Tujuan Pembelajaran :

Setelah mempelajari materi ini, peserta didik diharapkan mampu:

1. Membandingkan dan memeriksa barisan dan deret geometri.
2. Menyusun model matematika dari masalah nyata yang disajikan yang berkaitan dengan barisan dan deret geometri.
3. Menulis penyelesaian masalah nyata yang disajikan yang berkaitan dengan barisan dan deret geometri.

## Barisan dan Deret Geometri

### Ayo Mengamati



Mari kita perhatikan barisan **1, 3, 9, 27, ...**

Bandingkan dengan barisan berikut: **1, 2, 6, 8, ...**

Apakah kalian menemukan pola pada barisan tersebut?

Barisan pertama disebut barisan geometri dan barisan kedua bukan termasuk barisan geometri.



### Ayo Menanya

Setelah mengamati barisan geometri dan bukan geometri, pastinya akan timbul berbagai pertanyaan dalam benak kalian. Coba ungkapkan pertanyaan-pertanyaan yang ada di benak kalian. Misalkan, mengapa barisan kedua tidak termasuk barisan geometri?



### Ayo Menalar

Setelah kalian mengamati barisan geometri dan bukan geometri,

1. Coba tentukan barisan berikut termasuk barisan geometri apakah bukan.
  - a. 1, 3, 6, 9, 12, ...
  - b. -9, 3, -1,  $\frac{1}{3}$ , ...
2. Lengkapilah suku yang hilang pada barisan -2, -8, -16, ..., -64, ..., -128

Nah, setelah kalian menjawab pertanyaan tersebut, mari kita pelajari materi tentang seluk beluk barisan geometri.

**Barisan geometri** merupakan barisan yang memenuhi sifat hasil bagi sebuah suku dengan suku sebelumnya yang berurutan. *Nah*, hal tersebut bernilai konstan. Selain itu, barisan geometri juga sering diistilahkan sebagai “barisan ukur”.

Misalnya barisan geometri tersebut adalah  $a, b$ , dan  $c$ , maka  $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} =$  konstan. Kemudian dari situ kita akan mendapatkan **hasil bagi suku yang berdekatan** dan itu disebut **rasio** barisan geometri, bisa dilambangkan dengan “ $r$ ”.

### Rumus Mencari Rasio

$$r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$$

Kalau kamu sudah mengetahui  $a$  dan  $r$  nya, sekarang kita pelajari rumus suku ke -  $n$  ( $U_n$ ) dan juga rumus jumlah  $n$  suku yang pertama ( $S_n$ )

## Rumus Mencari Un

Untuk mencari suku ke n pada barisan dan deret geometri, kamu bisa menggunakan rumus berikut ini.

$$U_n = ar^{n-1}$$

### Contoh soal:

Misalkan kita mempunyai barisan 1, 3, 9, 27, 81, ....

Tentukanlah suku ke-10!

### Penyelesaian:

Diketahui:  $a = 1$ ,  $r = \frac{3}{1} = 3$

Ditanya:  $U_{10}$ ?

Jawab:

$$U_{10} = ar^{10-1}$$

$$= 1 \times 3^9$$

$$= 1 \times 19683$$

$$= 19683$$

Jadi, suku kesepuluh barisan tersebut adalah 19.683.

### Contoh soal:

Suatu jenis bakteri, setiap detik akan membelah diri menjadi dua. Jika pada saat permulaan ada 5 bakteri, berapa waktu yang diperlukan bakteri supaya menjadi 320 bakteri?

### Penyelesaian:

Diketahui:

$$U_n = 320$$

$$a = 5$$

$$r : 2$$

Ditanya: n ?

Jawab:

$$\begin{aligned}
 U_n &= ar^{n-1} \\
 320 &= 5 \cdot (2^{n-1}) \\
 (2^{n-1}) &= 320/5 \\
 (2^{n-1}) &= 64 \\
 n &= 7
 \end{aligned}$$

### Rumus Mencari Sn

$S_n$  adalah jumlah suku ke  $n$  pada barisan dan deret. *Nah* bagaimana cara kita mencari tahu  $S_n$  pada barisan dan deret geometri? Di bawah ini adalah rumusnya.

Misalnya kita punya barisan dan deret

$$1, 3, 9, 27, 81, \dots$$

$$S_1 = 1$$

$$S_2 = 1 + 3 = 4$$

$$S_3 = 1 + 3 + 9 = 13 \quad \text{dst.}$$

Nah itu adalah cara kita mengetahui berapa  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ , dan seterusnya.

Selanjutnya di bawah ini adalah rumus mencari  $S_n$ .

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad (\text{Rumus ini biasa digunakan bila } r \text{ lebih besar dari } 1 \text{ atau } r > 1)$$

Atau

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \quad (\text{Rumus ini biasa digunakan bila } r \text{ lebih kecil dari } 1 \text{ atau } r < 1)$$

#### Contoh soal:

Misalkan kita mempunyai barisan 1, 3, 9, 27, 81, ....

Tentukanlah jumlah 6 suku pertama!

#### Penyelesaian:

Diketahui:  $a = 1$ ,  $r = \frac{3}{1} = 3 > 1$

Ditanya:  $S_6$ ?

Jawab:

$$\begin{aligned}
 S_6 &= \frac{1(3^6 - 1)}{3 - 1} \\
 &= \frac{1(729 - 1)}{3 - 1}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{728}{2}$$

$$= 364$$

Jadi, jumlah 6 suku pertama barisan tersebut adalah 364.

**Contoh soal:**

Hasil pemijahan ikan, tercatat pada hari kedua menghasilkan 10 ikan peranakan dan pada hari keenam menghasilkan 160 ikan peranakan. Banyak peranakan setiap harinya mengikuti barisan geometri. Total peranakan selama 10 hari pertama adalah...

**Penyelesaian:**

Diketahui:

$$U_2 = 10$$

$$U_6 = 160$$

Ditanya:

$$S_{10} = ?$$

Jawab:

$$\frac{ar^5}{ar} = \frac{160}{10}$$

$$ar = 10$$

$$a \cdot 2 = 10$$

$$a = 5$$

$$r^4 = 16$$

$$r^4 = 2^4$$

$$r = 2$$

$$S_{10} = \frac{5(2^{10} - 1)}{2 - 1}$$

$$= \frac{5(2^{10} - 1)}{1}$$

$$= 5115$$

Jadi, total Peranakan selama 10 hari adalah 5115 ekor.

Untuk memperdalam pengetahuan kalian tentang barisan dan deret geometri, kalian bisa membuka link youtube berikut:

<https://www.youtube.com/watch?v=envYIhI0tX8&feature=youtu.b>

## Pertemuan 2

### Tujuan Pembelajaran :

Setelah mempelajari materi ini, peserta didik diharapkan mampu:

1. Menyusun model matematika dari masalah nyata yang disajikan yang berkaitan dengan deret geometri tak hingga.
2. Menulis penyelesaian masalah nyata yang disajikan yang berkaitan dengan deret geometri tak hingga.

## Barisan dan Deret Geometri Tak Hingga

Jika pada pembahasan sebelumnya kita mempelajari cara mencari jumlah  $n$  suku pertama dari barisan geometri, lalu bagaimanakah kita dapat mencari jumlah deret geometri yang memiliki tak hingga suku?



Ayo Menalar

1. Dapatkah kalian mencari jumlah dari barisan 1, 2, 4, 8, 16, ...?
2. Dapatkah kalian mencari jumlah dari barisan  $9, 3, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$  ?

Setelah kalian menjawab pertanyaan tersebut, mari kita pelajari penjelasan tentang deret tak hingga berikut.

Barisan dan deret tak hingga terbagi menjadi 2 jenis, ada tak hingga divergen dan tak hingga konvergen. *Nah* keduanya memiliki perbedaan yang cukup penting. Yuk kita lihat pengertian dari ke dua jenis barisan tak hingga tersebut beserta perbedaannya.

### Deret Geometri Tak Hingga Divergen

Deret geometri tak hingga divergen adalah suatu deret yang nilai bilangannya semakin membesar dan tidak bisa dihitung jumlahnya. Bisa kita lihat seperti di bawah ini,

1, 3, 9, 27, 81, ..... Kalau ditanya berapa sih jumlah seluruhnya? Jumlah seluruhnya tidak bisa dihitung karena nilainya semakin besar.

### Deret Geometri Tak Hingga Konvergen

Berbeda dengan divergen, deret geometri tak hingga konvergen merupakan suatu deret di mana nilai bilangannya semakin mengecil dan dapat dihitung jumlahnya. Seperti di bawah ini,

$$4, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$$

Semakin lama nilainya semakin mengecil dan ujungnya akan mendekati angka 0. Hal ini membuat deret geometri tak hingga konvergen dapat dihitung jika ditanyakan jumlah seluruhnya.

### Lalu bagaimana untuk menghitung jumlah seluruh dari tak hingga konvergen?

Sebelum masuk ke rumus, ada syarat terlebih dahulu jika kamu bertemu dengan deret geometri tak hingga konvergen, yaitu rasionya atau pengalinya harus antara -1 sampai 1 ( $-1 < r < 1$ ).

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

#### Contoh soal:

Tentukan jumlah barisan tak hingga berikut  $4, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots!$

#### Penyelesaian:

Diketahui:  $a = 4, r = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, -1 < \frac{1}{2} < 1$

Ditanya:  $S_{\infty}$  ?

Jawab:

$$S_{\infty} = \frac{4}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{4}{\frac{1}{2}}$$

$$= 4 \times \frac{2}{1}$$

$$= 8$$

Jadi hasil jumlah  $S_{\text{tak hingga}}$  nya adalah 8.

Ingat ya, pada deret geometri tak hingga, kita dapat mencari jumlah dari keseluruhannya. Hal ini dikarenakan nilainya yang semakin mengecil, mendekati 0.

**Contoh soal:**

Seorang penjelajah mengendarai sepeda dengan kecepatan rata-rata 20 km pada 1 jam pertama. Pada 1 jam kedua, kecepatan berkurang menjadi empat perlimanya. Demikian seterusnya pada setiap jam kecepatannya berkurang menjadi empat perlimanya. Demikian seterusnya pada setiap jam kecepatannya berkurang empat perlima dari kecepatan pada jam sebelumnya. Tentukan jarak terjauh yang dapat ditempuh oleh penjelajah itu!

**Penyelesaian:**

Diketahui:

$$U_1 = 20$$

$$r = \frac{4}{5}$$

Ditanya:  $S_n$ ?

Jawab:

$$S_n = \frac{a}{1-r}$$

$$S_n = \frac{20}{1-\frac{4}{5}}$$

$$S_n = 20 \times \frac{5}{1}$$

$$S_n = 20 \times 5$$

$$S_n = 100$$

Jadi jarak terjauh yang dapat ditempuh oleh penjelajah tersebut adalah 100 km.

Untuk memperdalam pengetahuan kalian tentang barisan dan deret geometri, kalian bisa membuka link youtube berikut:

<https://www.youtube.com/watch?v=FAkJXVREewo>

## Pertemuan 3

### Tujuan Pembelajaran :

Setelah mempelajari materi ini, peserta didik diharapkan mampu:

1. Membandingkan masalah pertumbuhan dan peluruhan.
2. Menyusun model matematika dari masalah nyata yang disajikan yang berkaitan dengan pertumbuhan dan peluruhan.
3. Menulis penyelesaian masalah nyata yang disajikan yang berkaitan dengan dengan pertumbuhan dan peluruhan.

### Aplikasi Barisan dan Deret Geometri

Di antara aplikasi barisan/deret geometri adalah dalam perhitungan kasus pertumbuhan dan peluruhan. Kedua kasus itu juga berkaitan dengan fungsi eksponensial. Fungsi eksponensial dapat kita terapkan dalam kehidupan sehari-hari seperti pertumbuhan (pertambahan) dan penyusutan (peluruhan/pengurangan). Untuk lebih jelas, perhatikan penjelasan berikut :

**Pertumbuhan** merupakan kenaikan atau pertambahan nilai suatu besaran terhadap besaran sebelumnya. Peristiwa yang termasuk dalam pertumbuhan adalah pertambahan penduduk dan perhitungan bunga majemuk di bank.

#### Rumus Pertumbuhan:

$$P_t = P_0(1+r)^t$$

$P_0$  : nilai besaran di awal periode

$P_t$  : nilai besaran setelah t periode

$r$  : tingkat pertumbuhan

#### Contoh soal:

Penduduk kota A berjumlah 1 juta jiwa pada awal tahun 2000. Tingkat pertumbuhan penduduk per tahun adalah 4 %. Hitunglah jumlah penduduk kota tersebut pada awal tahun 2003!

#### Penyelesaian:

Diketahui:

$t$  : 2003-2000 = 3

$P_0$ : 1 juta jiwa

$r$ : 4% per tahun

Ditanya:  $P_t$  ?

Jawab:

$$P_t = P_0 (1+r)^t$$

$$P_{16} = 1(1+0,04)^3$$

$$= (1,04)^3$$

$$= 1,124864$$

Jadi, jumlah penduduk kota tersebut pada tahun 2003 adalah sebanyak 1.124.864 juta jiwa.

**Peluruhan** merupakan penurunan atau pengurangan nilai suatu besaran terhadap nilai besaran sebelumnya. Peristiwa yang termasuk dalam peluruhan (penyusutan) di antaranya adalah peluruhan zat radioaktif dan penurunan harga barang.

**Rumus Peluruhan :**

$$P_t = P_0(1+r)^t$$

$P_0$  : nilai besaran di awal periode

$P_t$  : nilai besaran setelah t periode

$r$  : tingkat peluruhan

**Contoh soal:**

Pada pukul 08.00 massa suatu zat radioaktif adalah 0,5 kg. Apabila laju peluruhan zat radioaktif tersebut 2% setiap jam, hitunglah sisa zat radioaktif pada pukul 10.00!

**Penyelesaian:**

Diketahui:

$t$  : 2

$P_0$ : 0,5

$r$  : 2% setiap jam

Ditanya:  $P_2$  ?

Jawab:

$$P_2 = 0,5(1-0,02)^2$$

$$= 0,5(0,98)^2$$

$$= 0,9604$$

Jadi, sisa zat radioaktif setelah 2 jam adalah 0,9604 kg.

Untuk memperdalam pengetahuan kalian tentang barisan dan deret geometri, kalian bisa membuka link youtube berikut:

<https://www.youtube.com/watch?v=ed4yczeqFfE>

## Latihan Soal

Untuk melatih kemampuanmu, kerjakanlah soal berikut ini!

1. Jika suku pertama barisan geometri adalah 16 dan suku ketiga adalah 36, tentukan suku kelima barisan tersebut!
2. Hasil uji coba kultur jaringan dalam pembibitan tanaman tercatat bahwa setiap minggu mengalami peningkatan hasil pembibitan dan mengikuti deret geometri. Perkembangan bibit pada minggu ke-2 mencapai 6 bibit, sedangkan pada minggu ke-6 mencapai 96 bibit. Berapakah total hasil pembibitan selama lima bulan pertama?
3. Sebuah bola dijatuhkan vertikal dari ketinggian 12 m, terjadi pantulan ke-1, ke-2, ke-3 dan seterusnya dengan ketinggian  $8\text{ m}$ ,  $\frac{16}{3}\text{ m}$ ,  $\frac{32}{9}\text{ m}$ , ... dan seterusnya. Tentukan jarak lintasan yang ditempuh bola sampai berhenti? (dalam m)
4. Pada tahun 2000 di daerah Wonosari diadakan pendataan penduduk. Pada tahun 2015, jumlah penduduk di Wonosari adalah 1.253.175 jiwa. Jika laju pertumbuhan penduduknya adalah 10%, tentukan jumlah penduduk pada awal pendataan.
5. Harga awal kulkas pada awal pembelian adalah Rp 10.000.000,00. Setiap tahun kulkas tersebut mengalami penurunan 10% terhadap nilai awal permulaan tahun. Berapakah harga kulkas pada awal tahun ke-5?

## Daftar Pustaka

Eka Zuliana dkk, Mandiri Matematika Kelompok Teknologi, Kesehatan, dan Pertanian untuk SMK kelas XI, 2015, Erlangga

<https://blog.ruangguru.com/barisan-dan-deret-geometri-rumus-un-sn-dan-deret-geometri-tak-hingga>

<http://nabilahkhansa16.blogspot.com/2017/10/pertumbuhan-peluruhan.html>

[https://www.google.com/search?q=gambar+ayo+mengamati&safe=strict&rlz=1C1GCEA\\_enID876ID876&sxsrf=ALeKk003Dfvvbw-RPhath0JQwD8ctpt7A:1601724032204&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=jl0-BjUQ2WVdLM%252CW0ru7aZHUcVDJM%252C &vet=1&usg=AI4 -kQ5dOfFmuAH4kUp4Qa f9-FzJqr8A&sa=X&ved=2ahUKEwivxN7\\_ppjsAhXEbn0KHaZfDSkQ9QF6BAgKEFs&biw=1821&bih=876#imgrc=J3WY4NNgQ2EulM](https://www.google.com/search?q=gambar+ayo+mengamati&safe=strict&rlz=1C1GCEA_enID876ID876&sxsrf=ALeKk003Dfvvbw-RPhath0JQwD8ctpt7A:1601724032204&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=jl0-BjUQ2WVdLM%252CW0ru7aZHUcVDJM%252C &vet=1&usg=AI4 -kQ5dOfFmuAH4kUp4Qa f9-FzJqr8A&sa=X&ved=2ahUKEwivxN7_ppjsAhXEbn0KHaZfDSkQ9QF6BAgKEFs&biw=1821&bih=876#imgrc=J3WY4NNgQ2EulM)

<https://www.google.com/search?q=gambar+ayo+menanya&tbm=isch&ved=2ahUKEwje9WCp5jsAhXVVisKHVHDAC4Q2->

[cCegQIABAA&oq=gambar+ayo+menanya&gs\\_lcp=CgNpbWcQAzoCCAA6BggAEAUQHjoGCAAQCBAeUMDbEVjp3RFg0uQRaABwAHgAgAH9AYgB2wSSAQUwLjMuMZgBAKABAaoBC2d3cy13aXotaW1nwAEB&sclint=img&ei=hl54X960FNWtrQHRhoPwAg&bih=876&biw=1821&rlz=1C1GCEA\\_enID876ID876&safe=strict](https://www.google.com/search?q=gambar+ayo+menanya&gs_lcp=CgNpbWcQAzoCCAA6BggAEAUQHjoGCAAQCBAeUMDbEVjp3RFg0uQRaABwAHgAgAH9AYgB2wSSAQUwLjMuMZgBAKABAaoBC2d3cy13aXotaW1nwAEB&sclint=img&ei=hl54X960FNWtrQHRhoPwAg&bih=876&biw=1821&rlz=1C1GCEA_enID876ID876&safe=strict)

<https://www.utakatikotak.com/kongkow/detail/10402/Pembahasan-Soal-Deret-Geometri>