

TUGAS PPG DALAM JABATAN 2020 TAHAP I

BAHAN AJAR

MATA PELAJARAN : MATEMATIKA
SATUAN PENDIDIKAN : SMK
KELAS /SEMESTER : X/ GANJIL
MATERI POKOK : BARISAN GEOMETRI



PENYUSUN
BUDI KRISTYONO, S.Pd.

UNIVERSITAS WIDYA DHARMA
KLATEN

HAND OUT MATEMATIKA
OLEH : BUDI KRISTYONO

BARISAN DAN DERET GEOMETRI



KELAS
XI SMK
SEMESTER
GANJII

Kompetensi Inti (KI)

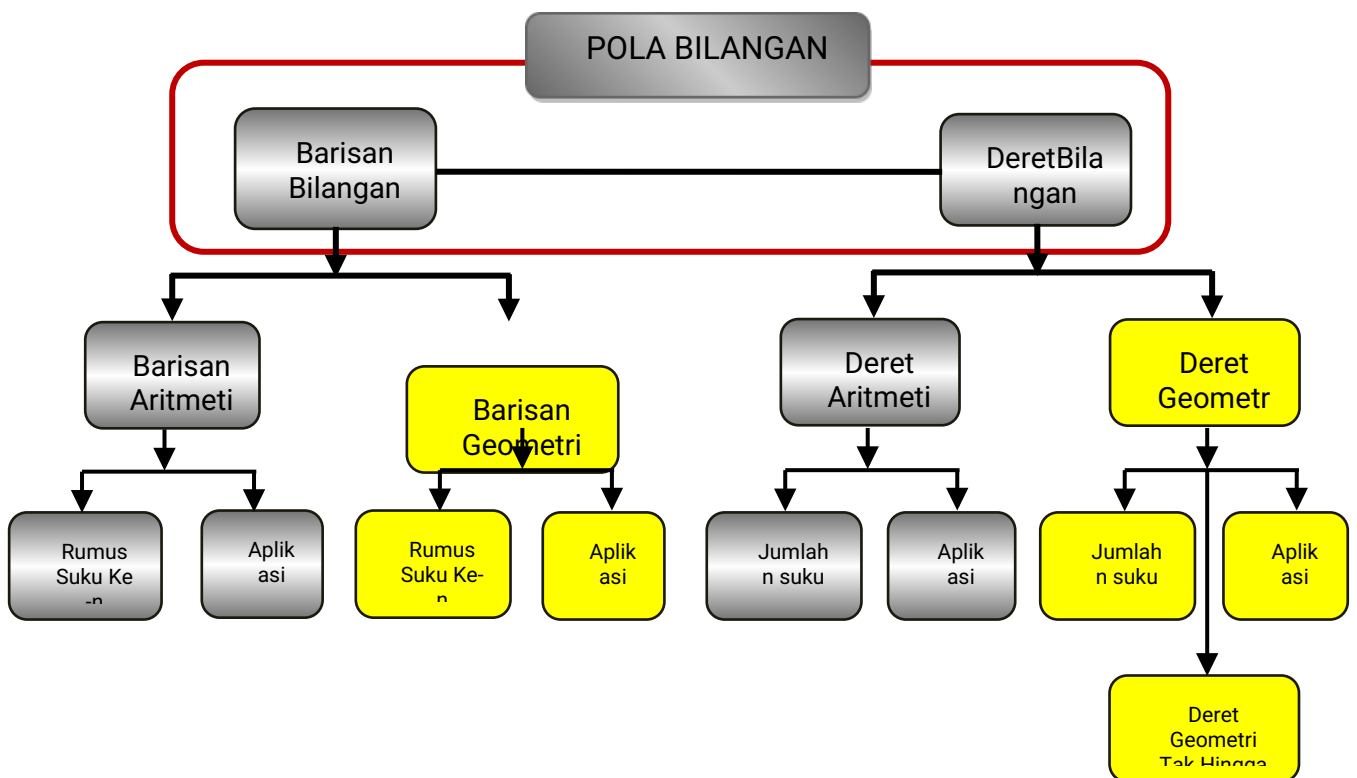
- KI 3 : Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
- KI 4 :Mengolah, menalar, danmenyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidahkeilmuan.

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.6 Menggeneralisasi pola bilangan dan jumlah pada barisan Aritmetika dan Geometri	3.6.1 Menjelaskan barisan dan deret geometri 3.6.2 Menemukan rumus suku ke-n barisan geometri 3.6.3 Menentukan jumlah n suku pertama deret geometri dan jumlah deret geometri tak hingga 3.6.4 Menggeneralisasi pola bilangan dan jumlah pada barisan Geometri
4.6 Menggunakan pola barisan aritmetika atau geometri untuk menyajikan dan menyelesaikan masalah kontekstual	4.6.1 Menggunakan konsep barisan geometri untuk memecahkan permasalahan kontekstual 4.6.2 Menggunakan konsep deret geometri untuk memecahkan permasalahan kontekstual 4.6.3 Menggunakan konsep deret geometri tak hingga untuk memecahkan permasalahan kontekstual

Tujuan Pembelajaran

1. Melalui membaca literature dan menggali informasi, peserta didik dapat menjelaskan barisan geometri dengan baik.
2. Melalui diskusi kelompok terkait barisan geometri, peserta didik dapat menemukan rumus suku ke-n barisan geometri dengan tepat.
3. Melalui diskusi kelompok terkait barisan geometri, peserta didik dapat menggunakan konsep barisan geometri untuk memecahkan permasalahan kontekstual dengan cermat dan teliti.

PETAKONSEP





APERSEPSI

Pernahkah kalian pergi ke bank? Pernahkah kalian menabung di bank? Jika Bu Yuan pada awal bulan menyimpan uangnya di bank sebesar Rp 10.000.000,00 selama 2 tahun. Bank tersebut memberikan bunga majemuk sebesar 3% per bulan. Bisakah kita memprediksi besar uang BuYuan setelah 2 tahun ?



Sumber: www.zonakaya.com

Untuk menghitung uang Bu Yuan tersebut akan memakan waktu yang lama dan membutuhkan ketelitian, tetapi ada cara yang lebih mudah jika kita mempelajari barisan geometri. Banyak permasalahan dalam kehidupan sehari-hari lainnya yang bisa diselesaikan dengan mempelajari barisan dan deret geometri. Mari kita pelajari materi barisan dan deret geometri berikut ini.



MATERI

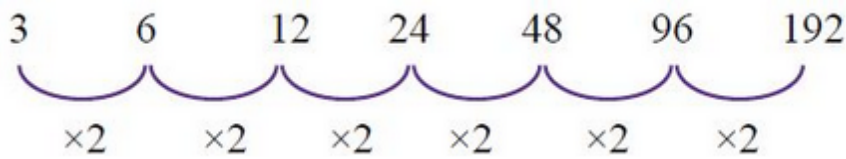
A. BARISAN GEOMETRI

Barisan geometri adalah barisan bilangan yang mempunyai rasio tetap antara dua suku barisan yang berurutan.

Berbeda dengan barisan aritmetika, selisih antarsuku barisan disebut *rasio* (dilambangkan dengan *r*). Artinya, suku barisan ditentukan oleh perkalian atau pembagian oleh suatu bilangan tetap dari suku barisan sebelumnya.

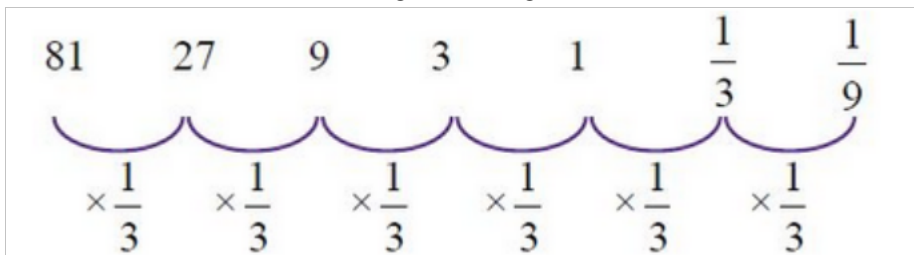
Pelajari uraian berikut.

- Diketahui barisan bilangan sebagai berikut



Barisan bilangan tersebut memiliki rasio yang tetap, yaitu 2 atau $r = 2$. Berarti, barisan tersebut merupakan barisan geometri.

- Diketahui barisan bilangan sebagai berikut.



Barisan bilangan tersebut memiliki rasio yang tetap berarti bilangan tersebut merupakan barisan geometri.

Uraian tersebut memperjelas bahwa barisan geometri memiliki rasio tetap.

Jika r bernilai lebih besar dari 1, barisan geometri tersebut merupakan **barisan geometri naik**. Adapun jika r lebih kecil dari 1, barisan geometri tersebut merupakan **barisan geometri turun**.

Contoh barisan geometri yang lainnya adalah :

- i. 4, 12, 36, 108, ...
- ii. 5, -10, 20, -40, ...
- iii. 27, 9, 3, 1, ...

Secara umum dapat dikatakan bahwa barisan

$U_1, U_2, U_3, U_4, \dots, U_n$ disebut barisan geometri jika

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = \dots = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \text{rasio}(r)$$


Untuk barisan pada contoh diatas :

i. rasio = $\frac{12}{4} = \frac{36}{12} = \frac{108}{36} = 3$

ii. rasio = $\frac{-10}{5} = \frac{20}{-10} = \frac{-40}{20} = \dots = -2$

iii. rasio = $\frac{9}{27} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = \dots = \frac{1}{3}$

Rumus umum suku ke - n barisan geometri dengan suku pertama a dan rasio r dapat ditemukan seperti berikut :

$U_1 = a$

$U_2 = ar$

Dimana :

a adalah suku pertama / nilai awal

...

$U_3 = ar^2$



$U_4 = ar^3$

Jadi $U_n = ar^{n-1}$

Untuk lebih mendalami materi barisan geometri, silahkan kalian pelajari contoh-contoh di bawah ini!



Contoh 1:

Manakah dari barisan berikut yang merupakan barisan geometri? Beri penjelasan!

a. $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$

b. $2, 4, 12, 48, \dots$

Jawab :

a. $\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{1}{3}}{1} = \frac{1}{3}$

$\frac{U_3}{U_2} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$

$$\frac{U_4}{U_3} = \frac{\frac{1}{27}}{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

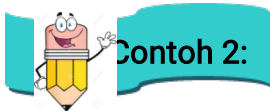
karena memiliki perbandingan dua suku yang berurutan selalu sama, maka merupakan **barisan geometri** dengan rasio $(r) = \frac{1}{3}$

b. $\frac{U_2}{U_1} = \frac{4}{2} = 2$

$$\frac{U_3}{U_2} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{U_4}{U_3} = \frac{48}{12} = 4$$

Karena perbandingan dua suku yang berurutan tidak sama, maka **bukan barisan geometri**



Tentukan rumus suku ke - n dan suku ke - 7 pada barisan geometri : 1, 2, 4, 8, . .

Jawab :

$a = 1$ dan $r = 2$

Rumus suku ke-n :

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_n = 1 \cdot 2^{n-1}$$

$$U_n = 2^{n-1}$$

Suku ke - 7 : $U_7 = 2^{7-1}$

$$U_7 = 2^6$$



$$U_7 = 64$$



Suku pertama dari suatu barisan geometri sama dengan 128, sedangkan suku ke-4 sama dengan 16,

- a) Carilah rasio barisan geometri tersebut
- b) Carilah suku ke - 6
- c) Suku keberapakah yang nilainya sama dengan 1?

Jawab :

a) Rasio barisan geometri tersebut

$$a = 128 \dots\dots\dots(i)$$

$$U_4 = 16 = ar^3 \dots(ii)$$

Persamaan (ii) dibagi persamaan (i) diperoleh

$$\frac{U_4}{a} = \frac{ar^3}{a} = \frac{16}{128}$$

$$r^3 = \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$r = \frac{1}{2}$$

$$\text{Rasio} = \frac{1}{2}$$

b). Suku ke - 6

$$U_6 = ar^5 = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 128 \cdot \frac{1}{32} = 4$$

suku ke- 6 adalah 4

c) Suku yang nilainya sama dengan 1?

$$U_n = 1$$

$$ar^{n-1} = 1$$

$$128 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{128}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

$$n - 1 = 7$$

$$n = 8$$

Jadi, 1 adalah suku ke - 8



Contoh 4:

Harga jual sebuah mobil di show room adalah Rp. 80.000.000,00. Setiap tahun nilai jualnya menjadi $\frac{3}{4}$ dari harga sebelumnya. Berapa nilai jual pada tahun ke -3 ?



Sumber :
www.oly.co.id

Jawab :



Kata kunci dalam soal ini adalah "Setiap tahun nilai jualnya menjadi $\frac{3}{4}$ dari harga sebelumnya", ini artinya rasionya $\frac{3}{4}$ dan termasuk dalam deret geometri.

Yang jadi pertanyaannya adalah suku ke-3 dengan $a = 80.000.000$

$$U_3 = ar^{n-1} = 80000000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 33750000$$

Jadi nilai jual mobil setelah dipakai 3 tahun adalah Rp. 33.750.000,00



Contoh 5 (Bunga Majemuk):



Sumber : www.ekonomi.bisnis.com

Bu Maulida

seorang pedagang, ia ingin menyimpan uangnya di bank. Pada awal bulan ia menyimpan uangnya di bank sebesar Rp. 5.000.000,00 selama 2 tahun. Bank tersebut memberikan bunga majemuk sebesar 3% per bulan. Bisakah kita memprediksi jumlah uang Bu Maulida tersebut selama 2 tahun ?

Jawab :

Pada bulan pertama uang Bu Maulida di bank sebesar Rp. 5.000.000,00

Pada bulan kedua uang Bu Maulida di bank bertambah sebesar Rp. 5.000.000 (1,03)

Pada bulan ketiga uang Bu Maulida di bank bertambah sebesar Rp. 5.000.000 (1,03)²

Demikian seterusnya, sehingga pada bulan ke-24 uang Bu Maulida di bank bertambah sebesar Rp. 5.000.000(1,03)²³.

Jumlah uang Bu Maulida setelah 2 tahun menjadi

$$U_{24} = 5.000 .000 (1,03)^{23}$$

$$U_{24} = 5.000 .000 (1,974)$$

$$U_{24} = 9.867 .933$$

Jadi uang Bu Maulida tersebut selama 2 tahun sekitar Rp. 9.867.933,00

Pada contoh 5 ini hampir sama dengan masalah yang ada di apersepsi, Coba kalian jawab masalah yang ada pada apersepsi!



Contoh 6 (Peluruhan):



Pak Mizan membeli sebuah sepeda motordengan harga Rp. 20.000.000,00. Jika setiap tahun harganya mengalami penyusutan 20% dari nilai tahun sebelumnya, berapakah harga

sepeda motor Pak Mizan setelah dipakai selama 4 tahun?

Penyelesaian :

Pada tahun pertama sepeda motor Pak Mizan menyusut 20% sehingga harganya menjadi $(1-20%).20000000 = 16000000$

Sumber :

www.bursaotomotif.net

Pada tahun kedua sepeda motor Pak Mizan menyusut 20% sehingga harganya menjadi $(1-20%).16000000 = 12800000$

Pada tahun ketiga sepeda motor Pak Mizan menyusut 20% sehingga harganya menjadi $(1-20%).12800000 = 10240000$

Pada tahun keempat sepeda motor Pak Mizan menyusut 20% sehingga harganya menjadi $(1-20%).10240000 = 8192000$.

Atau dapat dikerjakan menggunakan rumus seperti berikut:

Diket : $M_0 = \text{Rp. } 20.000.000,00$

$i = 20\%$

$n = 4$ tahun

Jawab :

$$\begin{aligned} M_4 &= M_0(1-i)^n \\ &= 20000000(1-20\%)^4 \\ &= 20000000(0,8)^4 \\ &= \text{Rp. } 8.192.000,00 \end{aligned}$$

Jadi harga sepeda motor setelah dipakai 4 tahun adalah Rp. 8.192.000,00

Untuk menguji apakah kalian sudah memahami materi barisan geometri, kalian dapat mengerjakan beberapa soal di bawah ini sebagai latihan.



TES FORMATIF

Kerjakan soal-soal berikut !

1. Tentukan rumus suku ke- n dan suku ke-10 dari barisan bilangan di bawah ini!
 - a. 1, 4, 16, 24, ...
 - b. 5, 10, 20, 40, ...
 - c. 81, 27, 9, 3, ...
2. Tentukan rasio dan suku pertama dari barisan geometri di bawah ini!
 - a. Suku ke-4 = 8 dan suku ke-6 = 729
 - b. Suku ke-2 = 6 dan suku ke-5 = 162
3. Suku pertama dari suatu barisan geometri sama dengan 5, sedangkan suku ke-6 sama dengan -160 .
 - a. Carilah rasio
 - b. Carilah suku ke -8
 - c. Suku keberapakah yang nilainya sama dengan -640 ?

4. Bakteri A berkembang biak menjadi dua kali lipat setiap lima menit. Setelah 15 menit, banyak bakteri ada 400. Berapa banyak bakteri setelah 30 menit?
5. Pertambahan penduduk suatu RT tiap tahun mengikuti aturan barisan geometri. Pada tahun 2016 pertambahannya sebanyak 6 orang, tahun 2018 sebanyak 54 orang. Berapakah pertambahan penduduk pada tahun 2021?
6. Bandul adalah sembarang obyek yang digantungkan pada suatu titik tertentu dan dibiarkan untuk mengayun dengan bebas di bawah pengaruh dari gaya gravitasi. Misalkan ayunan suatu bandul masing-masing panjangnya 0,8 dari ayunan sebelumnya. Lama kelamaan, ayunan bandul tersebut akan semakin pendek dan akan berhenti (walaupun secara teoritis tidak akan pernah berhenti) Seberapa panjangkah ayunan ke-6 dari bandul tersebut, apabila panjang ayunan pertamanya adalah 125 cm?
7. Sebuah bank memberikan bunga tabungan sebesar 12% pertahun dengan bunga majemuk, yaitu bunganya berbunga lagi setiap setelah satu tahun. Reva menabung di bank tersebut sebesar Rp 200.000,00. Tentukan besar tabungan Reva setelah 4 tahun !
8. Tiga bilangan membentuk barisan aritmetika. Jika suku ketiga ditambah 3 dan suku kedua dikurangi 1, diperoleh barisan geometri. Jika suku ketiga barisan aritmetika ditambah 8, maka hasilnya menjadi 5 kali suku pertama. Tentukan beda dari barisan aritmetika tersebut!

Daftar Pustaka

- Kasmina, dkk. 2008. Matematika Program keahlian Teknologi, Kesehatan, dan Pertanian untuk SMK dan MAK Kelas XI. Jakarta: Erlangga
- Kasmina. 2018. Xpress UN 2019 untuk SMK/MAK Matematika. Jakarta: Erlangga.
- Kementerian pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia. 2017. *Buku Siswa Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI*, Jakarta : Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
- Priyadi, Gendra, dkk dkk. 2008. Matematika Program keahlian Seni, Pariwisata, Sosial, Administrasi Perkantoran, dan Teknologi Kerumahtanggaan untuk SMK dan MAK Kelas XI. Jakarta: Erlangga
- Toali dan Kasmina. 2018. *Matematika untuk SMK/MAK Kelas X*. Jakarta: Erlangga.