

**BAHAN AJAR
DETERMINAN MATRIKS**

Mata Pelajaran	: Matematika (Wajib)
Kelas	: XI
Waktu	: 1 x pertemuan (2x45 menit)
Pengajar	: Iga Rahmi
Kompetensi Dasar	: 3.4 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 4.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3
Indikator Pencapaian	: 3.4.1 Mengubah SPLDV kedalam bentuk matrik 3.4.2 Menentukan determinan matriks ordo 2×2 4.4.1 Menyelesaikan masalah kontekstual mengenai determinan matriks ordo 2×2

PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

1. Belajar dengan modul ini dilakukan secara mandiri atau kelompok
2. Didalamnya terdapat materi yang dapat dijadikan sebagai sumber belajar
3. Baca dan Pahami benar-benar modul ini
4. Perhatikan uraian materi yang terdapat dalam modul
5. Lengkapilah bagian yang masih kosong
6. Bila dalam mempelajari modul mengalami kesulitan, diskusikan dengan teman-teman yang lain dan biasa juga ditanyakan kepada guru
7. Rangkum materi yang telah dipelajari dengan bahasamu sendiri agar lebih mudah dalam mengingat kembali materi yang telah diulas dan dipelajari

DETERMINAN MATRIK ORDO 2 X 2

Sebelum kita masuk pada determinan matriks perhatikan masalah berikut ini:

Siti dan teman-temannya makan di sebuah warung. Mereka memesan 3 ayam penyet dan 2 gelas es jeruk di kantin sekolahnya. Tak lama kemudian, Beni dan teman-temannya datang memesan 5 porsi ayam penyet dan 3 gelas es jeruk. Siti menantang Amir menentukan harga satu porsi ayam penyet dan harga es jeruk per gelas, jika Siti harus membayar Rp.70.000,00 untuk semua pesannya dan Beni harus membayar Rp.115.000,00 untuk semua pesannya.

Masih ingatkah ananda cara menyelesaikan masalah tersebut!

Coba ingat kembali materi Sistem Persamaan Linear (SPL) yang sudah ananda pelajari. Buatlah Sistem persamaan linear dari persamaan tersebut, kemudian rubah kedalam bentuk matriks

Misalkan x : harga ayam penyet per porsi

y : harga es jeruk per gelas

maka sistem persamaan linearnya:

$$3x + \dots = 70000$$

$$\dots + 3y = 115000$$

Dalam bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} 3 & \dots \\ \dots & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70000 \\ 115000 \end{pmatrix}$$

Definisi Determinan Matriks :

Misalkan A suatu matriks persegi berordo 2×2 , secara umum dapat ditulis sebagai berikut $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, a dan d merupakan diagonal utama sedangkan b dan c merupakan diagonal sekunder. Hasil kali elemen-elemen pada diagonal utama dikurangi dengan hasil kali elemen-elemen pada diagonal sekunder disebut **Determinan Matriks A** dan biasanya dinotasikan dengan **det A** atau $|A|$ maka rumus determinan matriks A dapat ditulis:

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Contoh:

Tentukan determinan dari matriks $\begin{pmatrix} -3 & 7 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} -3 & 7 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} &= (-3)(4) - (7)(5) \\ &= -12 - 35 \\ &= -47 \end{aligned}$$

Jadi nilai determinan matriks adalah -47

Penggunaan Determinan Matriks

Determinan matriks dapat digunakan dalam menyelesaikan masalah sistem persamaan linear. Seorang ahli matematika Swiss bernama *Gabriel Cramer* menggunakan determinan untuk menyelesaikan masalah sistem persamaan linear, yang kemudian disebut sebagai **Metode Cramer**.

untuk suatu sistem persamaan linear dua variabel,

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$$

Bentuk sistem persamaan linier $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$. Matriks yang elemennya $a, b, c,$ dan d merupakan matriks koefisien. Matriks yang elemennya x dan y merupakan matriks peubah, dan matriks yang elemennya p dan q merupakan matriks konstanta. Sebelum menyelesaikan sistem permasalahan di atas. Pahami pembahasan berikut:

- D adalah determinan matriks koefisien. Maka determinan matriks D adalah :

$$D = \begin{vmatrix} a & \dots \\ \dots & d \end{vmatrix}$$

- D_x adalah determinan matriks koefisien yang komponen kolom pertamanya diganti dengan komponen matriks konstanta. Maka determinan matriks D_x adalah

$$D_x = \begin{vmatrix} p & \dots \\ \dots & d \end{vmatrix}$$

- D_y adalah determinan matriks koefisien yang komponen kolom keduanya diganti dengan komponen matriks konstanta. Maka determinan matriks D_y adalah

$$D_y = \begin{vmatrix} a & \dots \\ \dots & q \end{vmatrix}$$

Rumus Metode Cramer :

- Menentukan nilai x menggunakan metode cramer adalah perbandingan determinan D_x dengan determinan D . sedangkan
- Menentukan nilai y menggunakan metode cramer adalah perbandingan antara determinan D_y dengan D

$$x = \frac{D_x}{D} \text{ dan } y = \frac{D_y}{D}$$

Contoh:

Aldi membeli buku 4 buku dan 5 pensil seharga Rp 21.500,00. Ida membeli 6 buku dan 2 pensil seharga Rp. 24.000,00. Jika Mira ingin membeli 3 buku dan 2 pensil, berapa yang harus dibayar Mira ?



Penyelesaian:

Misalkan harga buku : x
 harga pensil : y

Maka sistem persamaan linearnya

$$\begin{cases} 4x + 5y = 21500 \\ 6x + 2y = 24000 \end{cases}$$

dengan metode Cramer diperoleh

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = 8 - 30 = -22$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 21500 & 5 \\ 24000 & 2 \end{vmatrix} = 43.000 - 120.000 = -77.000$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 4 & 21500 \\ 6 & 24000 \end{vmatrix} = 96.000 - 129.000 = -33.000$$

Nilai x dan y diperoleh

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-77.000}{-22} = 3.500$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-33.000}{-22} = 1.500$$

Jadi harga yang harus dibayar Mira

$$f(x,y) = 3x + 2y$$

$$\begin{aligned} f(3500,1500) &= 3(3500) + 2(1500) \\ &= 10500 + 3000 \\ &= 13500 \end{aligned}$$

Jadi harga yang harus dibayar Mira Rp 13.500,00

Rangkuman

- Determinan matriks ordo 2×2 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dirumuskan $|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

- Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$$

dengan metode Cramer

$$D = \begin{vmatrix} a & \dots \\ \dots & d \end{vmatrix}, \quad D_x = \begin{vmatrix} p & \dots \\ \dots & d \end{vmatrix}, \quad D_y = \begin{vmatrix} a & \dots \\ \dots & q \end{vmatrix} \text{ sehingga nilai } x = \frac{D_x}{D} \text{ dan } y = \frac{D_y}{D}$$

Latihan

Untuk lebih memahami sistem persamaan linier menggunakan metode cramer, kerjakan secara individu latihan berikut.

1. Diana mempunyai 4 lembar uang pecahan x rupiah dan 10 lembar uang pecahan y rupiah. Jumlah uang Diana Rp.580.000,00. Eko mempunyai 5 lembar uang pecahan x rupiah dan 6 lembar pecahan y rupiah. Jumlah uang Eko tersebut Rp. 400.000,00. Bentuk persamaan matriks dari permasalahan tersebut adalah...
2. Diketahui harga 3 bolpoin dan 5 spidol Rp. 11.000,00, sedangkan harga 2 bolpoin dan 4 spidol Rp. 8.000,00. Harga 4 bolpoin dan 3 spidol adalah...
3. Diketahui harga 3 buku dan 5 pensil Rp. 9.500,00. Harga 2 buku dan 4 pensil Rp. 6.800,00. Jika x menyatakan 1 buku dan y menyatakan harga 1 pensil. Buatlah persamaan matriks yang menyatakan kondisi tersebut kemudian carilah harga untuk 1 buku dan 1 pensil adalah...

4. Diketahui matriks :

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Tentukan nilai determinan dari matriks $(2A + B)$

5. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} u_1 & u_3 \\ u_2 & u_4 \end{pmatrix}$ dan u_n adalah suku ke- n barisan aritmatika. Jika $u_6 = 18$ dan $u_{10} = 30$ maka determinan matriks A sama dengan.... (HOTS)

Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggungjawab!

No	Pertanyaan	Jawaban	
		Ya	Tidak
1	Apakah Ananda telah memahami cara menentukan determinan matriks ordo 2×2		
2	Apakah Ananda telah memahami cara menyelesaikan masalah kontekstual mengenai determinan matriks ordo 2×2		

Bila ada jawaban "tidak", maka segera lakukan review pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "tidak"

Bila semua jawaban "ya", maka ananda dapat melanjutkan pembelajaran berikutnya.