

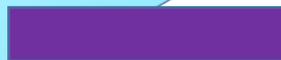
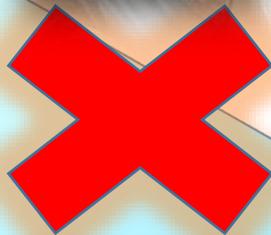
DERET ARITMATIKA

SMK KELAS X

SEMESTER 1



$$1+2+3+4+\dots+100$$



NI LUH PUTU AYU NOPIYANTI
SMK NEGERI 1 AMLAPURA

KOMPETENSI INTI

KI 1 Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.

KI 2 Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya

KI 3 Memahami pengetahuan faktual dengan cara mengamati (mendengar, melihat, membaca) dan menanya berdasarkan rasa ingin tahu tentang dirinya, makhluk ciptaan Tuhan dan kegiatannya, dan benda-benda yang dijumpainya di rumah dan di sekolah

KI 4 Menyajikan pengetahuan faktual dalam bahasa yang jelas dan logis, dalam karya yang estetis, dalam gerakan yang mencerminkan anak sehat, dan dalam tindakan yang mencerminkan perilaku anak beriman dan berakhlak mulia

KOMPETENSI DASAR

3.5 Menganalisis barisan dan deret aritmatika

4.5 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret aritmatika

Indikator Pencapaian Kompetensi

3.5.4 Mengidentifikasi deret aritmatika

3.5.5 Menentukan jumlah n suku pertama deret aritmatika

4.5.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan deret aritmatika

TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Peserta didik mampu mengidentifikasi deret aritmatika
2. Peserta didik mampu menentukan jumlah n suku pertama deret aritmatika
3. Peserta didik mampu menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan deret aritmatika

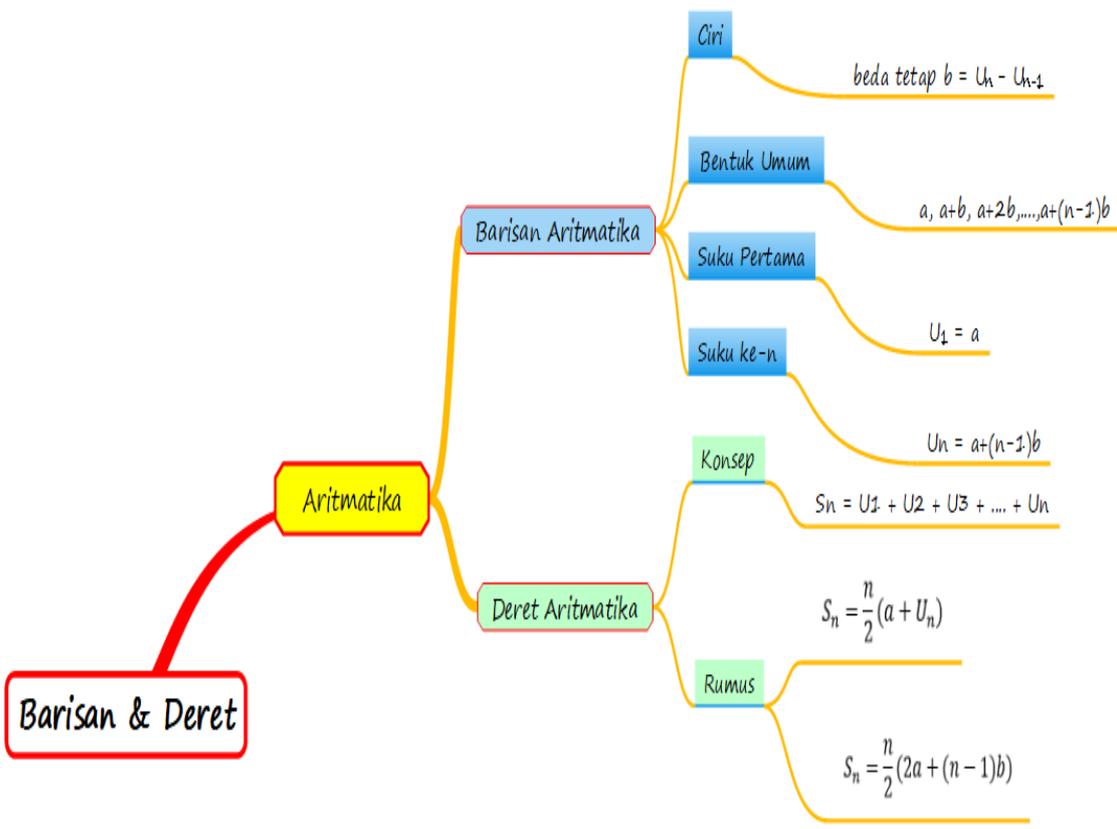
MANFAAT



Berikut adalah salah satu gambar stadion sepak bola. Pernahkah kalian mencoba berapa jumlah kursi yang ada di stadion tersebut? Bagaimana menghitung jumlah kursi yang ada? Stadion sepak bola terkenal yang dikembangkan dengan mengikuti barisan aritmatika, dimana tiap baris kursi selalu bertambah secara

konstan. Sehingga kita dapat menghitung jumlah semua kursi tersebut. Nah, jumlah semua kursi itu berkaitan dengan deret aritmatika.

PETA KONSEP



PENGERTIAN BARISAN DAN DERET BILANGAN

Barisan bilangan didefinisikan sebagai susunan bilangan yang memiliki pola atau aturan tertentu antara satu bilangan dengan bilangan berikutnya.

Deret bilangan merupakan jumlah berurutan dari suku-suku suatu barisan bilangan.

Jika $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ merupakan suku-suku suatu barisan maka $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ dinamakan deret.

Disimbolkan dengan S_n .

Jadi, $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = S_n$

DERET ARITMATIKA

PENDAHULUAN



Johann Carl Friedrich Gauss

Gauss dikenal merupakan anak yang dapat dikatakan seorang pembuat masalah, tetapi juga merupakan orang yang memiliki kemampuan memecahkan masalah. Pada saat itu, gurunya memberikan soal sulit pada anak muridnya yang juga termasuk Gauss di dalamnya. Soal tersebut adalah menyelesaikan soal perhitungan $1+2+3+4+\dots+100$.

Gurunya memberikan soal sulit dengan harapan dapat beristirahat sambil menunggu anak-anak memecahkan masalah tersebut. Namun apa yang terjadi, Gauss menyelesaikan hitungan tersebut dengan sangat cepat. Nah bagaimana caranya?

Ternyata si Gauss pintar... dia melihat jika

$$1 + 100 = 101, 2 + 99 = 101, 3 + 98 = 101, \text{ dst...}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100$$

Nah terlihat kan pinternya, ini jadinya

$$101 + 101 + 101 + \dots + 101$$

Nah ini kan hanya penjumlahan berulang, jadi tinggal mencari ada berapa jumlah 101 nya. Karena kita tahu awalnya ada 100 angka, kemudian dibagi jadi dua, artinya ada 50 angka 101, jadinya $50 \times 101 = 5050$. Permasalahan itu dapat diselesaikan dengan rumus deret aritmatika.

KEGIATAN 1

MENABUNG

Setiap akhir minggu Putu selalu menyisihkan uang saku yang ia dapatkan untuk ditabung. Ia bertekad untuk dapat menabung uang lebih banyak pada minggu-minggu berikutnya. Pada akhir minggu pertama Putu menabung sebesar Rp1.000,00, akhir minggu kedua ia menabung sebesar Rp2.000,00, akhir minggu ketiga ia menabung sebesar Rp3.000,00, begitu seterusnya ia selalu menabung Rp1.000,00 lebih banyak dari minggu sebelumnya. Perhatikan jumlah uang yang ditabung oleh Putu setiap akhir minggunya. Tuliskan hasil pengamatanmu pada tabel berikut:

Akhir minggu ke-	Uang yang ditabung	Total tabungan
1	1.000	1.000
2	2.000	3.000
3	3.000	6.000
4	4.000	10.000
5	5.000	...
6
7
8
9
10

Dapatkah kamu menghitung jumlah uang yang ditabung Putu pada akhir minggu ke-15? Berapakah total uang tabungan Putu pada akhir minggu ke-10? Berapakah banyak uang tabungan Putu pada akhir minggu ke- n ?

Seperti yang telah dijelaskan pada bab barisan bilangan, dapat dilihat bahwa uang yang ditabung oleh Putu pada tiap akhir minggu membentuk suatu barisan bilangan. Banyaknya uang yang ditabung oleh Putu pada tiap akhir minggu menyatakan suku dari barisan bilangan tersebut. Total uang tabungan Putu tiap akhir minggu menyatakan jumlahan dari beberapa suku pertama dari barisan bilangan tersebut, yang selanjutnya disebut dengan **deret bilangan**. Jumlah n suku pertama dari suatu barisan bilangan disimbolkan dengan S_n . Dalam hal ini $S_2 = 3.000$ menyatakan jumlah 2 suku pertama dari barisan bilangan tersebut. $S_3 = 6.000$ dan $S_4 = 10.000$ masing-masing menyatakan jumlah 3 suku pertama dan jumlah 4 suku pertama dari barisan bilangan tersebut

Deret Aritmetika adalah jumlah dari seluruh suku-suku pada barisan aritmetika. Jika **barisan** aritmetikanya adalah $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$, maka S_n menyatakan jumlah n suku pertamanya

$$S_1 = U_1$$

$$S_2 = U_1 + U_2$$

$$S_3 = U_1 + U_2 + U_3$$

$$S_4 = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$$

.

.

.

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

$$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (U_n - 2b) + (U_n - b) + U_n$$

$$S_n = U_n + (U_n - b) + (U_n - 2b) + \dots + (a + 2b) + (a + b) + a$$

$$\begin{array}{l} \hline + \\ 2 S_n = (a+U_n) + (a+U_n) + (a+U_n) + \dots + (a+U_n) + (a+U_n) + (a + U_n) \\ \underbrace{\hspace{15em}} \\ n \text{ suku} \end{array}$$

$$2 S_n = n (a + U_n)$$

$$S_n = \frac{n}{2} \times (a + U_n)$$

Karena $U_n = a + (n - 1)b$ maka jika disubstitusikan ke rumus menjadi

$$S_n = \frac{n}{2} \times (a + a + (n - 1)b)$$

$$S_n = \frac{n}{2} \times (2a + (n - 1)b)$$

Jadi jumlah n suku pertama deret aritmatika (S_n)

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

atau

$$S_n = \frac{n}{2} \times (2a + (n - 1)b)$$

Contoh 1

Tentukan jumlah 10 suku pertama deret $-2+4+10+16+\dots$

Penyelesaian

$$-2+4+10+16+\dots$$

$$a = -2$$

$$b = 6$$

$$n = 10$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} (2 \cdot -2 + (10 - 1)6)$$

$$S_{30} = 5(-4 + 5.6)$$

$$S_{30} = 5(26) = 130$$

Contoh 2

Ari menabung di koperasi sekolah tiap minggunya. Setoran pertama Ari adalah Rp. 5000,-. Pada minggu berikutnya Ari selalu menabung seribu lebihnya dari minggu-minggu sebelumnya. Tentukan jumlah tabungan Ari setelah 30 minggu!

Penyelesaian

$$a = \text{Rp } 5000,-$$

$$b = \text{Rp } 1000,-$$

$$n = 30$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

$$S_{30} = \frac{30}{2}(2 \cdot \text{Rp } 5.000 + (30 - 1)\text{Rp}1.000)$$

$$S_{30} = 15(\text{Rp } 10.000 + \text{Rp } 29.000)$$

$$S_{30} = 15(\text{Rp } 39.000)$$

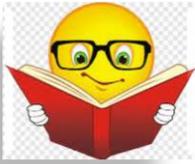
$$S_{30} = \text{Rp } 585.000$$

Jadi jumlah tabungan Ari setelah 30 minggu adalah Rp 585.000.



SOAL LATIHAN

1. Tentukan jumlah 12 suku pertama deret $1+4+7+10+\dots$
2. Sebuah pabrik batako pada bulan pertama dapat memproduksi sebanyak 1000 buah batako. Karena penambahan tenaga kerja maka terjadi peningkatan produksi sehingga pabrik tersebut dapat menambah hasil produksinya sebanyak 200 buah batako setiap bulannya. Jika perkembangan produksi konstan, berapakah hasil produksi batako pada bulan ke-10 dan berapakah batako yang telah diproduksi selama 10 bulan ?
3. Di dalam gedung bioskop terdapat 20 baris kursi. Baris pertama memuat 25 kursi. Setiap baris berikutnya memuat 4 kursi lebih banyak daripada baris di depannya. Berapa banyak baris kursi di baris terakhir? Berapa jumlah seluruh kursi di dalam bioskop tersebut?
4. Pertambahan hasil produksi mobil pada suatu pabrik tiap bulannya mengikuti barisan aritmetika. Jika produksi mobil pada bulan pertama adalah 100 unit dan pada bulan ke- 4 adalah 160 unit, berapa jumlah mobil yang diproduksi oleh pabrik pada tahun tersebut?



RANGKUMAN

Deret Aritmetika adalah jumlah dari seluruh suku-suku pada barisan aritmetika. Jika barisan aritmetikanya adalah $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ maka S_n menyatakan jumlah n suku pertamanya.

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

Jumlah n suku pertama deret aritmatika (S_n)

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

atau

$$S_n = \frac{n}{2} \times (2a + (n - 1)b)$$