

# *Modul Deret Aritmatika*

*Oleh Puji Rahayu*

## **A. KOMPETENSI DASAR**

3.5 Menganalisis barisan dan deret aritmetika

4.5 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret aritmetika.

## **B. INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI**

3.5.1 memahami tentang jumlah  $n$  suku pertama, jumlah deret aritmatika dan banyaknya suku dari sebuah deret aritmatika

4.5.1 menentukan jumlah  $n$  suku pertama, jumlah deret aritmatika dan banyaknya suku dari sebuah deret aritmatika

## **C. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Melalui kegiatan pembelajaran dengan menggunakan model PBL yang dipadukan dengan pendekatan scientific learning siswa diharapkan :

1. Mampu memahami tentang jumlah  $n$  suku pertama, jumlah deret aritmatika dan banyaknya suku dari sebuah deret aritmatika dengan baik
2. Mampu menentukan jumlah  $n$  suku pertama, jumlah deret aritmatika dan banyaknya suku dari sebuah deret aritmatika dengan baik dan benar

## **D. DESKRIPSI SINGKAT**

Dalam modul ini akan mempelajari tentang mencari jumlah  $n$  suku pertama, jumlah deret aritmatika dan banyaknya suku dari sebuah deret aritmatika

## **E. MATERI**

### **Masalah 1**

Sebuah toko kue memproduksi 6 kue tart pada hari pertama.

Oleh karena permintaan konsumen setiap harinya, toko tersebut memutuskan untuk meningkatkan produksi kue tart sebanyak 2 buah. Berapa kah banyaknya produksi kue tar pada hari ke-3? Dan Berapakah jumlah kue tart yang telah di produksi

sampai hari ketiga?



### Penyelesaian masalah 1

**(i) Memahami masalah**

Diketahui : Sebuah toko kue memproduksi 6 kue tart pada hari pertama. Oleh karena permintaan konsumen setiap harinya, toko tersebut memutuskan untuk meningkatkan produksi kue tart sebanyak 2 buah.

Ditanya : (1) banyaknya produksi kue tar pada hari ke-3.

(2) jumlah kue tart yang telah di produksi sampai hari keenam.

**(ii) Menyatakan besaran yang ada dalam masalah sebagai variabel dalam barisan atau deret.**

Misalkan : Produksi kue tart pertama =  $U_1 = a$

Selisih produksi kue tar setiap harinya =  $b$

Jangka waktu produksi =  $n$

Banyaknya produksi kue pada jangka waktu tertentu =  $U_n$

Jumlah produksi perusahaan tersebut dalam waktu ke  $n = S_n$

**(iii) Merumuskan barisan atau deret yang merupakan model matematika dari masalah.**

masalah ini berkaitan dengan barisan dan deret arimatika sehingga model matematika untuk pertanyaan

(a)  $U_n = a + (n - 1)b$  , dan

pertanyaan (b)  $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$

(iv) Menentukan penyelesaian dari model matematika yang diperoleh.

$$(a) U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_3 = 6 + (3 - 1)2$$

$$\Leftrightarrow U_3 = 6 + (2)2$$

$$\Leftrightarrow U_3 = 10$$

$$(b) S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

$$S_6 = \frac{6}{2}(2(6) + (6 - 1)2)$$

$$\Leftrightarrow S_6 = 3(12 + 10)$$

$$\Leftrightarrow S_6 = 3(22)$$

$$\Leftrightarrow S_6 = 66$$

(v) Menafsirkan hasil yang diperoleh terhadap masalah semula.

Jadi banyaknya produksi kue tar pada hari ketiga 10 buah dan jumlah kue tart yang telah di produksi sampai hari keenam sebanyak 66 buah

### *Deret Aritmatika*

Perhatikan barisan aritmetika 3, 5, 7, 9, ....

Dari barisan aritmetika tersebut dapat dibuat suatu deret aritmetika :

$$S_n = 3 + 5 + 7 + 9 + \dots$$

Dengan demikian jika diketahui suatu barisan bilangan aritmetika :  $u_1, u_2, u_3, \dots u_n$

maka dapat dibuat suatu deret aritmetika:

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$$

Bagaimanakah cara menentukan rumus  $S_n$ ?

Perhatikan bahwa

$$u_1 = a,$$

$$u_2 = a + b$$

$$u_3 = a + 2b$$

.....

$$u_n = a + (n-1)b$$

Maka diperoleh

$$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + (a + 3b) + \dots + (a + (n-1)b)$$

$$S_n = (a + (n-1)b) + (a + (n-2)b) + \dots + a$$

$$2 S_n = (2a + (n-1)b) + (2a + (n-1)b) + \dots + (2a + (n-1)b)$$

$$.2 S_n = n (2a + (n-1)b)$$

$$S_n = n/2 (2a + (n-1)b)$$

Atau

$$S_n = \frac{n}{2}(a + u_n)$$

Rumus di atas menyatakan *jumlah n suku pertama dari deret aritmetika*.

**Untuk setiap deret aritmetika** berlaku :

$$S_n - S_{n-1} = u_n$$

dimana ( $u_n$  = suku ke  $n$  dari deret aritmetika)

Pada suatu deret aritmetika, jika pembeda barisan positif maka deret yang terbentuk disebut **deret aritmetika naik** dan jika pembeda barisan negatif maka deret yang terbentuk disebut **deret aritmetika turun**.

Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh-contoh berikut :

*Contoh :*

1. Diketahui deret aritmetika  $3 + 7 + 11 + 15 + \dots$

a. Tentukan suku ke  $-34$

b. Tentukan  $S_{16}$

a. Selidiki apakah deret tersebut termasuk deret naik atau deret turun!

*Penyelesaian:*

a. Diketahui deret  $3 + 7 + 11 + 15 + \dots$  berarti  $a = 3$  dan  $b = 4$

Suku ke-34 adalah  $u_{34} = 3 + (34 - 1)4 = 3 + 33.4 = 135$

b.  $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$

$$\begin{aligned}
 S_{16} &= \frac{16}{2} (2.3 + (16 - 1)4) \\
 &= 8(6 + 60) \\
 &= 8 (66) = 528
 \end{aligned}$$

- c. Karena pembedanya  $b = 4$  positif, maka termasuk deret naik.
2. Diketahui deret aritmetika  $48 + 45 + 42 + 39 + \dots$
- Tentukan suku ke  $-26$
  - Tentukan  $S_{18}$
  - Selidiki apakah deret tersebut termasuk deret naik atau deret turun!

*Penyelesaian:*

- a. Diketahui deret  $48 + 45 + 42 + 39 + \dots$  berarti  $a = 48$  dan  $b = -3$   
 Suku ke-34 adalah  $u_{26} = 48 + (26 - 1)(-3) = 48 + (25)(-3) = -27$ .

$$\begin{aligned}
 b. S_{18} &= \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b) \\
 &= \frac{18}{2} (96 + (18 - 1)(-3)) \\
 &= 9(96 - 51) \\
 &= 9 (45) \\
 &= 405.
 \end{aligned}$$

- c. Karena pembedanya  $b = -3$  negatif, maka termasuk deret turun

## F. RANGKUMAN

Dari barisan bilangan aritmetika  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$  dapat dibentuk deret

bilangan  $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$

Berarti dari barisan aritmetika  $a, a + b, a + 2b, a + 3b, \dots, a + (n-1)b$

diperoleh deret aritmetika  $a + (a + b) + (a + 2b) + (a + 3b) + \dots + a + (n-1)b$

Rumus jumlah  $n$  suku deret aritmetika adalah  $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$

## G. SOAL LATIHAN

1. Carilah jumlah dari deret geometri  $2 + 6 + 18 + \dots + 4374$
2. Carilah jumlah tujuh suku pertama pada deret geometri  $4 + 12 + 36 + 108 + \dots$
3. Pada sebuah deret geometri diketahui bahwa suku pertamanya adalah 3 dan suku ke-9 adalah 768. tentukan suku ke 7 deret tersebut.
4. Diketahui deret aritmatika  $3 + 7 + 11 + 15 + \dots$ . Tentukan suku ke  $-30$ , dan selidiki apakah deret tersebut termasuk deret naik atau deret turun
5. Suku ke-5 sebuah deret aritmatika adalah 11 dan jumlah nilai suku ke-8 dengan suku ke-12 sama dengan 52. Berapakah jumlah 8 suku pertama dalam deret tersebut

## TES FORMATIF :

Kerjakan soal sbb dengan memilih jawaban yang benar

1. Jumlah 15 suku pertama dari deret aritmatika  $3+7+11+15+\dots$  adalah..
  - a. 645
  - b. 564
  - c. 465
  - d. 365
  - e. 356
2. Jumlah n suku pertama dari barisan aritmatika 1, 3, 5, 7, ... adalah 225. Suku ke-n deret tersebut adalah....
  - a. 25
  - b. 27
  - c. 29
  - d. 31
  - e. 35
3. Suatu deret aritmatika dengan suku pertama 4 dan beda 2 . Jika jumlah n suku pertama. Jika jumlah n suku pertama adalah 180, maka nilai n adalah...
  - a. 6
  - b. 9
  - c. 12
  - d. 15
  - e. 18

4. Suku ketiga suatu deret aritmatika adalah 11. Jumlah suku keenam hingga suku kesembilan adalah 134. Tentukan suku pertam dan beda!

- a. 1 dan 3
- b. 2 dan 5
- c. 1 dan 4
- d. 2 dan 4
- e. 1 dan 5

5. Jumlah 5 suku pertama deret aritmatika adalah 20. Jika masing masing suku dikurangi dengan suku ke-3 maka hasil kali suku ke 1, ke-2, ke-4, dan ke-5 adalah 324. Jumlah 8 suku pertama deret tersebut adalah ....(soal HOTS)

- a. - 4 atau 68
- b. - 52 atau 116
- c. - 64 atau 88
- d. - 44 atau 124
- e. - 56 atau 138

#### **H. DAFTAR PUSTAKA**

Sukino. 2018. *Buku Matematika SMA/MA Kelas X semester 1*. Jakarta: Erlangga.

Maman Abdurahman. 2007. *Buku Matematika SMK Kelas x*. Bandung: Armico.

