

**BAHAN AJAR**

**DETERMINAN DAN INVERS MATRIKS ORDO 2X2**

**KELAS XI SEMESTER GASAL**



Disusun Oleh :

**FIFI AFIATI, S.Pd**

**20032518010019**

**PENDIDIKAN PROFESI GURU DALAM JABATAN TAHAP 1**  
**UNIVERSITAS WIDYA DHARMA KLATEN**

**TAHUN 2020**

<b>Kompetensi Inti</b>	
<b>pengetahuan</b>	<b>Ketrampilan</b>
Memahami ,menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah	Memahami ,menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah

<b>Kompetensi Dasar</b>	
<b>pengetahuan</b>	<b>Ketrampilan</b>
Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo $2 \times 2$ dan penerapan dalam transformasi (dan komposisi transformasi) geometris.	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo $2 \times 2$ dan penerapan dalam transformasi (dan komposisi transformasi) geometris

<b>Tujuan Pembelajaran</b>
Melalui pembelajaran kooperatif ( <i>cooperative learning</i> ) berbasis TPACK, diharapkan siswa mampu menganalisis dan menyelesaikan masalah determinan dan invers matriks ordo $2 \times 2$ dengan benar.

## DAFTAR ISI

A. Pendahuluan .....	4
B. Determinan dan invers matriks .....	4
1. Determinan .....	5
2. Adjoin .....	5
3. Invers matriks .....	6
C. Rangkuman .....	9
D. Soal formatif dan Uraian .....	10
E. Daftar pustaka .....	15

## URAIAN MATERI

### A. Pendahuluan

Perhatikan permasalahan berikut ini!



[http://3.bp.blogspot.com/9g0CibTDf\\_0/VjfXzu6HicI/AAAAAAAAZv8/2amWiHoWmKg/s1600/20140920\\_083307.jpg](http://3.bp.blogspot.com/9g0CibTDf_0/VjfXzu6HicI/AAAAAAAAZv8/2amWiHoWmKg/s1600/20140920_083307.jpg)

Pada kehidupan sehari-hari sering sekali kita melakukan kegiatan jual beli, seperti dalam gambar diatas jual beli buah-buahan. Tentunya kalian sudah pernah membeli buah seperti gambar tersebut bukan? Biasanya kita sudah mengetahui harga perkilogram dari buah yang kita beli. Namun, dalam matematika kalian pastinya pernah mendapatkan soal cerita. Seperti contoh soal berikut ini misalkan ibu Ina membeli 5 kg buah jeruk dan 3 kg buah mangga membayar Rp. 135.000,00 kemudian ibu risti pada toko yang sama membeli 3 kg jeruk dan 5 kg buah mangga membayar sebanyak Rp. 145.000,00. Berapakan harga perkilogram jeruk dan mangga yang dijual pada toko tersebut?

Jika dihadapkan pada permasalahan diatas pasti kalian akan membuat kalimat matematika memisalkan jeruk dengan  $x$  dan mangga dengan  $y$  kemudian menyelesaikan permasalahan tersebut dengan eliminasi atau substitusi pada SPLDV. Tetapi ternyata dalam matriks terdapat cara yang lebih mudah untuk menyelesaikan permasalahan tersebut yaitu dengan menggunakan perkalian matriks dan invers matriks. Bagaimana cara tersebut kita gunakan? Mari kita cermati materi determinan dan invers matrik berikut ini!

### B. DETERMINAN DAN INVERS MATRIKS ORDO 2X2

#### 1. Determinan matriks ordo 2x2

*Determinan ialah sebuah nilai yang dapat di hitung dari unsur suatu matriks persegi. Determinan matriks A ditulis dengan tanda  $\det(A)$ ,  $\det A$ , atau  $|A|$ . Determinan dapat di anggap sebagai faktor penskalaan transformasi yang digambarkan oleh matriks.*

Jika suatu matrik A berordo  $2 \times 2$  maka determinan matriks A diperoleh dengan mengurangkan hasil perkalian diagonal utama dengan diagonal kiri sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{diagonal utama} = a \times d \\ \text{diagonal kiri} = c \times b \end{array}$$

Sehingga determinan matriks A ditulis DET A dirumuskan :

$$\boxed{\text{Det}A = a.d - b.c}$$

Contoh soal :

Tentukan determinan dari matriks berikut ini :

1.  $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

2.  $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

Penyelesaian :

1. Determinan dari matriks  $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$  adalah sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det A &= 4 \cdot -2 - (-3 \cdot 2) \\ &= -8 - (-6) \\ &= -8 + 6 \\ &= -2 \end{aligned}$$

2. Determinan matriks  $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  adalah sebagai berikut :

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det B &= 3 \cdot 3 - (4 \cdot 2) \\ &= 9 - 8 \\ &= 1 \end{aligned}$$

2. Adjoin matriks ordo 2x2

Adjoin suatu matriks merupakan transpose dari suatu matriks yang elemen elemennya merupakan kofaktor dari elemen-elemen matriks tersebut.

Selengkapnya akan kalian pahami saat mempelajari invers matriks ordo 3x3

Adjoin matriks ordo 2x2 ditentukan dengan langkah berikut ini :

Jika terdapat suatu matriks  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  maka adjon matriks A berordo 2x2

adalah dengan menukar posisi a dan d kemudian b dan c dikalikan dengan -1.

Sehingga adjoin dari matriks A adalah sebagai berikut :

$$\text{adjoin}A = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

contoh soal :

tentukan adjoin dari matriks berikut ini :

$$1. A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$2. B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

$$1. A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \text{Adj}A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$2. B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \text{adj}B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

### 3. Invers matriks ordo 2x2

Suatu matriks persegi memiliki invers, dimana invers matriks adalah kebalikan dari matriks tersebut. Jika suatu matriks A memiliki invers matriks ditulis  $A^{-1}$  maka hasil perkalian antara matriks A dengan inversnya akan menghasilkan matriks identitas.

$$A. A^{-1} = I$$

Berlaku pula jika  $A \cdot B = C$  maka :

$$A = C \cdot B^{-1} \text{ atau } B = A^{-1} \cdot C$$

### Langkah –langkah menentukan invers matriks ordo 2x2

Jika terdapat matriks  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  berordo 2x2 maka invers dari matriks A adalah :

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \text{adjoin}A$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

### Menyelesaikan system persamaan linier dua variable menggunakan invers matriks.

$$\text{Sistem persamaan linier} \begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan matriks menjadi :

Misalkan  $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , dan  $B = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$

Maka diperoleh  $A \cdot X = B$  sehingga  $X = A^{-1} \cdot B$

Contoh soal :

1. Tentukan invers dari matriks  $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$  !

Jawab :

Dari contoh soal determinan dan adjoin matriks A telah kita temukan nilai

determinannya adalah  $-2$  dan matriks adjoinnya adalah  $AdjA = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$   
maka invers matriks A adalah :

$$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

2. diketahui matriks  $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot B = \begin{bmatrix} 10 & 28 \\ 3 & 18 \end{bmatrix}$ . Maka tentukan nilai dari B!

Jawab :

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot B = \begin{bmatrix} 10 & 28 \\ 3 & 18 \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{1}{2 \cdot 2 - (4 \cdot 3)} \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 28 \\ 3 & 18 \end{bmatrix} = \frac{1}{-18} \begin{bmatrix} 20 + (-12) & 56 + (-72) \\ -30 + 6 & -84 + 36 \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{1}{-8} \begin{bmatrix} 8 & -16 \\ -24 & -48 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Arman membeli 5 pensil dan 3 penghapus, sedangkan Susi membeli 4 pensil dan 2 penghapus di toko yang sama. Di kasir, Arman membayar Rp 11.500,00 sedangkan Susi membayar Rp 9.000,00. Jika Dodi membeli 6 pensil dan 5 penghapus, berapa ia harus membayar?

Jawab :

Dimisalkan harga satuan pensil = x dan harga satuan penghapus = y.  
Disusun ke dalam sistim persamaan linear dua variabel (SPLDV)

$$5x + 3y = 11.500$$

$$4x + 2y = 9.000$$

Sistim persamaan di atas dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, yakni

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11.500 \\ 9.000 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan invers matriks :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{(5)(2) - (3)(4)} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11.500 \\ 9.000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{10-12} \begin{bmatrix} 2(11.500) + (-3)(900) \\ -4(11.500) + 5(9.000) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -4.000 \\ -1.000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.000 \\ 500 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{x = 2.000} \text{ dan } \boxed{y = 500}$$

Maka diperoleh harga pensil Rp. 2000,00 dan harga penghapus Rp. 500,00

@hakimum, <https://brainly.co.id/tugas/1476814>

### C. Rangkuman

- **Determinan ialah** sebuah nilai yang dapat di hitung dari unsur suatu matriks persegi. Determinan matriks  $A$  ditulis dengan tanda  $\det(A)$ ,  $\det A$ , atau  $|A|$ . Determinan dapat di anggap sebagai faktor penskalaan transformasi yang digambarkan oleh matriks

**Determinan ditentukan dengan rumus**  $\det A = a.d - b.c$

- Invers matrik  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  adalah  $A^{-1} = \frac{1}{a.d - b.c} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$
- $A.X = B$  sehingga  $X = A^{-1}.B$

## SOAL FORMATIF

Kerjakan soal berikut ini pada link googleform yang nantinya di share oleh guru mapel!

Pilihlah jawaban A, B, C, D atau E dari soal-soal dibawah ini!

1. Nilai determinan dari matriks  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -10 \end{pmatrix}$  adalah ...
  - A.  $-2$
  - B.  $2$
  - C.  $8$
  - D.  $18$
  - E.  $-8$
2. Diketahui matriks  $C = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ . Invers dari matriks C adalah ...
  - A.  $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
  - B.  $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
  - C.  $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
  - D.  $\begin{pmatrix} -3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
  - E.  $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & - \end{pmatrix}$
3. Suatu matrik  $B = \begin{bmatrix} 2 & x \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$  memiliki determinan 4, maka nilai x adalah ...
  - A. 5
  - B. 4
  - C. 3
  - D. 2
  - E. 1
4. Terdapat dua buah matriks, yaitu : matriks A dan B seperti dibawah ini :

$$A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 3 & 2x \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & x \end{bmatrix}$$

Agar determinan matriks A sama dengan dua kali determinan B, maka nilai x yang memenuhi adalah....

- A.  $X = -6$  atau  $X = -2$
  - B.  $X = 6$  atau  $X = -2$
  - C.  $X = -6$  atau  $X = 2$
  - D.  $X = 6$  atau  $X = 2$
  - E.  $X = -6$  atau  $X = -3$
5. Diketahui matriks A dan B seperti dibawah ini :

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3a & 3b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Jika determinan matriks A = -5, maka determinan matriks B adalah...

- A. -15
- B. 15
- C. -10
- D. 8
- E. -8

6. Perhatikan matriks R dibawah ini :

$$R = \begin{bmatrix} p & -4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Nilai P agar matriks R tidak mempunyai invers adalah ...

- A. 6
- B. -6
- C. -8
- D. 8
- E. 12

7. Diketahui matriks  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ , dan matriks  $B = \begin{bmatrix} 22 & 6 \\ -15 & -6 \end{bmatrix}$ . jika  $A \cdot X = B$  maka nilai matriks X adalah ...

- A.  $B = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$
- B.  $B = \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
- C.  $B = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$
- D.  $B = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
- E.  $B = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

8. Diketahui matriks  $X = \begin{bmatrix} a & 6 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ , dan  $X^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -1 & \frac{-5}{2} \end{bmatrix}$  maka nilai dari a adalah ...

- A. 9
- B. 8
- C. 7
- D. 6
- E. 5

9. Suatu hari ani hendak membuat kue, dia pergi ke toko bahan roti untuk membeli tepung terigu dan gula hari itu ani membeli 5 kg tepung terigu dan 4 kg gula ia menmbayar

sebanyak Rp.98.000,00. Seminggu berikutnya Ani membeli lagi 6 kg tepung terigu dan 2 kg gula ia membayar Rp. 84.000,00. Jika mita juga akan membeli 2 kg tepung terigu dan satu kilogram gula pada toko tersebut maka mita membayar sejumlah ....

- A. Rp. 22.000,00
  - B. Rp. 32.000,00
  - C. Rp. 23.000,00
  - D. Rp. 43.000,00
  - E. Rp. 23.000,00
10. ibu Ina membeli 5 kg buah jeruk dan 3 kg buah mangga membayar Rp. 135.000,00 kemudian ibu risti pada toko yang sama membeli 3 kg jeruk dan 5 kg buah mangga membayar sebanyak Rp. 145.000,00. Berapakan harga perkilogram jeruk dan mangga pada toko tersebut adalah ...
- A. 15.000 dan 15.000
  - B. 20.000 dan 25.000
  - C. 10.000 dan 20.000
  - D. 15.000 dan 20.000
  - E. 10.000 dan 15.000

#### Soal Uraian

1. Tentukan nilai determinan matriks – matriks  $B = \begin{pmatrix} -10 & 8 \\ 5 & 12 \end{pmatrix}$
2. Tentukan invers dari matriks – matriks berikut  $D = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$
3. Matriks  $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ p & 4 \end{pmatrix}$  memiliki determinan -12. Maka tentukan nilai dari p!
4. Ana membuka jasa pembuatan parcel. Ada dua tipe parcel yang ia buat. Parcel A jenis mika dan parcel B jenis kardus. Pada hari itu robet meminta dibuatkan 4 parcel A dan 3 parcel B, dan alex meminta dibuatkan 5 parcel A dan 5 parcel B. Robet membayar sebanyak 265.000 dan Alex membayar sebanyak 375.000. Jika Ana mengambil keuntungan 15% dari parcel A dan 10% dari parcel B. Maka hitunglah banyak keuntungan yang diperoleh ana hari itu!

#### KUNCI JAWABAN :

##### Soal formatif

1. E
2. A
3. C
4. B
5. A
6. B
7. D
8. E
9. B

10. D

Uraian :

$$1. \det B = (-10)12 - 8.5 \\ = -160$$

Skor 10

$$2. D^{-1} = \frac{1}{-9+8} \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= - \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -9 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Skor 10

$$3. A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ p & 4 \end{pmatrix} \text{ maka :}$$

$$\det A = -1.4 - 4.p$$

$$-12 = -4 - 4p$$

$$4p = -4 + 12$$

$$4p = 8$$

$$p = 2$$

Skor 10

4. Dimisalkan parcel A = x dan parcel jenis B adalah y maka

$$\text{Pesanan robot} = 4x + 3y = 265.000$$

$$\text{Pesanan Alex} = 5x + 5y = 375.000$$

Dalam matriks ditulis :

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 265.000 \\ 375.000 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{20-15} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 265.000 \\ 375.000 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1.325.000 + -1.125.000 \\ -1.325.000 + 1.500.000 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 200.000 \\ 175.000 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40.000 \\ 35.000 \end{pmatrix}$$

$$X=40.000 \text{ dan } y = 35.000$$

$$\text{keuntungan penjualan parcel A adalah} = 15\% \cdot 40.000 = 6000 \cdot 9 = 54.000$$

keuntungan parcel B adalah  $10\% \cdot 35.000 = 3.500 \times 8 = 28.000$

maka keuntungan total  $54.000 + 28.000 = \text{Rp. } 82.000$

skor : 20

skor total = 50

## DAFTAR PUSTAKA

- Kasmira, Toali, Matematika untuk SMK kelas XI , Erlangga, Jakarta.2016.
- Kasmira, Toali, Matematika untuk SMK/MAK kelas XI, Erlangga.2017.
- <https://blog.ruangguru.com/cara-mencari-determinan-dan-invers-matriks>
- <https://bisnisukm.com/uploads/2013/09/penjual-jeruk-menggunakan-pick-up.jpg>
- @hakimium, <https://brainly.co.id/tugas/1476814>