MATRIKS

invers matriks ordo 3x3

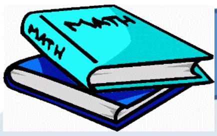
Kelas XI

SMK

Oleh

Yuyun wahyusri

Matriks



Kompetensi Dasar

- Menetukan nilai determinan, invers dan tranpos pada ordo 2 x 2 dan nilai determinan dan tranpos pada ordo 3 x 3
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan, invers dan tranpose pada ordo 2 x 2 serta nilai determinan dan tranpos pada ordo 3 x 3

Materi

- Minor
- Kofaktor
- Adjoint
- Invers matriks ordo 3 x 3

Indikatir pencapaian kompetensi

- Menjelaskan konsep determinan dan invers matriks dalam menyelesaikan masalah
- Menentukan determinan dan operasi matriks dalam menyelesaikan masalah
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks
- Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan determninan dan operasi matriks

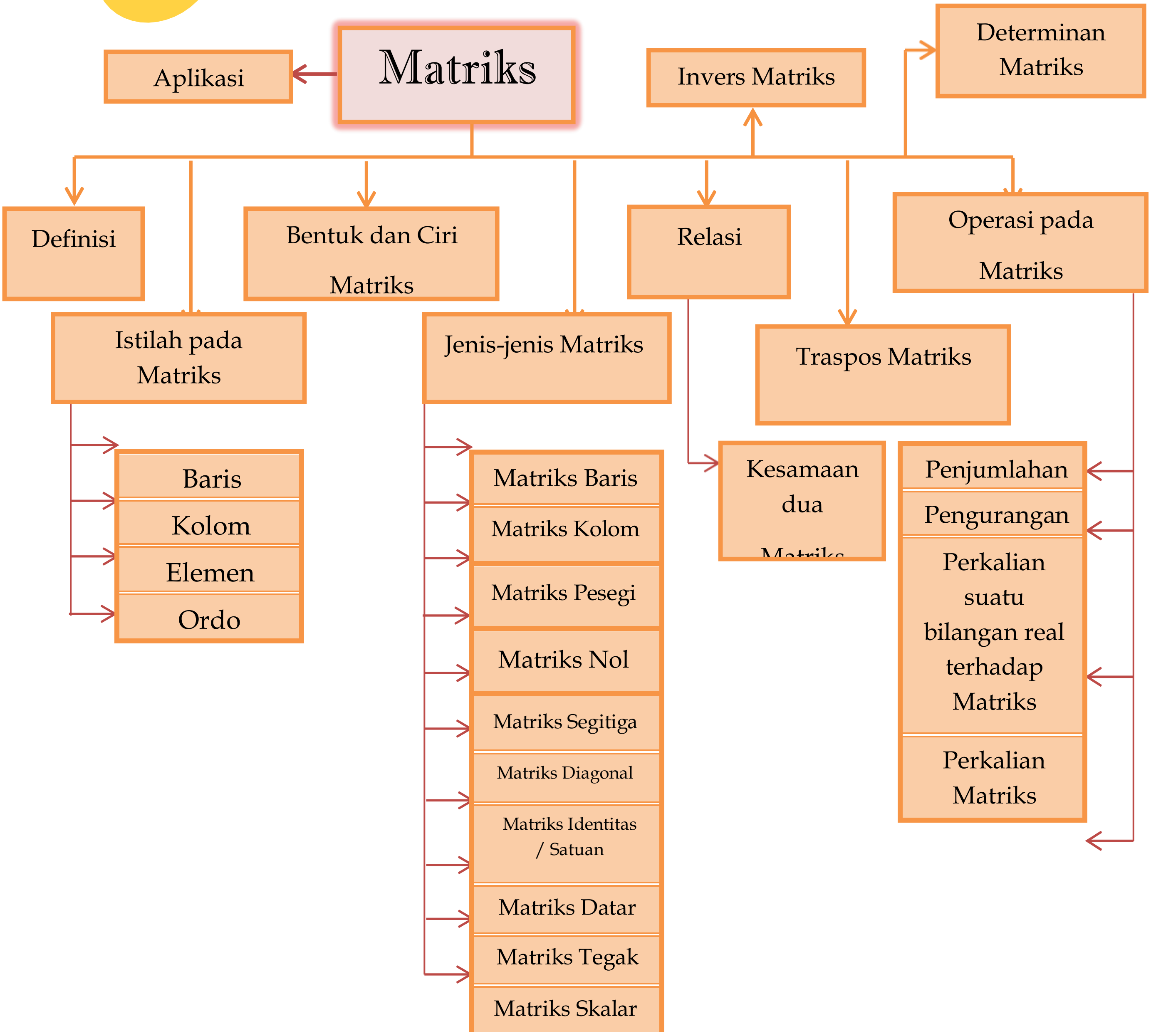
Tujuan pembelajaran

Melalui Model pembelajaran Problem Based Learning (PBL) dan aplikasi *Google Classroom* diharapkan siswa dapat belajar

- Minor
- Kofaktor
- Adjoint
- Invers matriks ordo 3 x 3

PETA KONSEP

:


Matriks
Aplikasi
Invers Matriks
Determinan Matriks
Definisi
Bentuk dan Ciri Matriks
Relasi
Operasi pada Matriks
Istilah pada Matriks
Jenis-jenis Matriks
Traspos Matriks
Baris
Kolom
Elemen
Ordo
Matriks Baris
Matriks Kolom
Matriks Pesegi
Matriks Nol
Matriks Segitiga
Matriks Diagonal
Matriks Identitas / Satuan
Matriks Datar
Matriks Tegak
Matriks Skalar
Kesamaan dua
Penjumlahan
Pengurangan
Perkalian suatu bilangan real terhadap Matriks
Perkalian Matriks

A. Hubungan matriks dengan invers

Matriks persegi merupakan matriks yang banya baris dan kolomnya sama. Matriks diagonal adalah matriks persegi yang semua elemen nya bernilai nol kecuali pada diagonal utamanya. Ada banyak hal yang dapat dieksplorasi dari matriks persegi, dari matriks persegi kita dapat menentukan determinanya dan bisa juga inversnya. Namun tidak semua matriks persegi memiliki invers, matriks persegi yang mempunyai invers memiliki determinan yang nilainya bukan nol atau sering dikenal sebagai matriks nonsingular (invertibel). Sedangkan, matriks yang memiliki determinan sama dengan nol (non invertibel) disebut sebagai matriks singular, matriks singular tidak memiliki invers

Apabila dua buah matriks persegi dengan ordo sama dikalikan menghasilkan matriks identitas ada kemungkinan jika kedua matriks tersebut adalah saling invers. Matriks identitas sendiri adalah matriks diagonal yang semua elemen diagonal utamanya adalah 1. Misalkan terdapat matriks persegi A dan matriks persegi B dengan ordo yang sama dan berlaku

$$A \times B = B \times A = I$$

B. KONSEP MASALAH INVERS

Sebuah perusahaan penerbangan menawarkan perjalanan wisata ke negara A, perusahaan tersebut mempunyai tiga jenis pesawat yaitu Airbus 100, Airbus 200, dan Airbus 300. Setiap pesawat dilengkapi dengan kursi penumpang untuk kelas turis, ekonomi, dan VIP. Jumlah kursi penumpang dari tiga jenis pesawat tersebut disajikan pada tabel berikut.

Kategori	Airbus 100	Airbus 200	Airbus 300
Kelas Turis	50	75	40
Kelas Ekonomi	30	45	25
Kelas VIP	32	50	30

Perusahaan telah mendaftar jumlah penumpang yang mengikuti perjalanan wisata ke negara A seperti pada tabel berikut.

Kategori	Jumlah Penumpang
Kelas Turis	305
Kelas Ekonomi	185
Kelas VIP	206

Berapa banyak pesawat masing-masing yang harus dipersiapkan untuk perjalanan tersebut?

C. Minor, kofaktor, matriks kofaktor, adjoint

Sebelum, menentukan invers matriks yang berordo 3 x 3, ada baiknya terlebih dahulu kita pahami atau ingat kembali mengenai determinan matriks berordo 3 x 3 dan minor, kofaktor, matriks kofaktor dari suatu matriks serta Adjoin matriks. Untuk determinan matriks 3 x 3 kita dapat menggunakan metode sarrus ataupun metode ekspansi kofaktor

Minor merupakan determinan matriks yang diperoleh dengan cara menghilangkan baris ke-i dan kolom ke-j suatu matriks. Minor dinotasikan dengan M_{ij}, misalkan A adalah matriks 3 x 3, maka

- M_{11} adalah determinan matriks 2 x 2 yang diperoleh dengan cara menghilangkan baris pertama dan kolom pertama pada matriks A,
- M_{12} adalah determinan matriks 2 x 2 yang diperoleh dengan cara menghilangkan baris pertama dan kolom kedua pada matriks A,
- M_{13} adalah determinan matriks 2 x 2 yang diperoleh dengan cara menghilangkan baris pertama dan kolom ketiga pada matriks A dan seterusnya.
- Hingga terdapat 9 minor pada matriks A yang berordo 3x3 yaitu M_{11}, M_{12}, M_{13}, M_{21}, M_{22}, M_{23}, M_{31}, M_{32}, dan M_{33}.

Kofaktor merupakan hasil perkalian minor dengan suatu angka yang besarnya menuruti suatu aturan yaitu $(-1)^{i+j}$ dimana i adalah baris dan j adalah kolom. Kofaktor dinotasikan dengan C_{ij}Cij, sama

halnya dengan minor pada matriks yang berordo 3 x 3 terdapat 9 kofaktor yaitu C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{21}, C_{22}, C_{23}, C_{31}, C_{32}, dan C_{33}. Selanjutnya, kofaktor-kofaktor ini dapat disusun menjadi matriks atau dikenal dengan

$$\text{Matriks Kofaktor A} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$$

Adjoin matriks A atau dapat ditulis dengan $\mathrm{Adj}(A)$ merupakan matriks transpos dari matriks kofaktor A dengan demikian adjoin matriks A dapat ditulis dengan

$$Adj(A) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{31} \\ C_{12} & C_{22} & C_{32} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix}$$

Misalkan A merupakan suatu matriks persegi non singular maka invers matriks A dinotasikan dengan dinotasikan dengan A^{-1} dan dapat ditentukan dengan rumus

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} Adj(A)$$

Dengan

$\det(A)$ = determinan matriks A

$Adj(A)$ = Adjoin matriks A (merupakan transpos dari matriks kofaktor A)

D. CONTOH SOAL INVERS ORDO 3 X 3

Tentukan invers dari matriks $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

Penyelesaian

1) Determinan matriks B

det(B) = -4 + 0 + (-2) - (-16) - 3 - 0 = 7

2) Menentukan semua kofaktor dari matriks B

$$C_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1(-4-3) = -7$$

$$C_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = -1(1-(-6)) = -7$$

$$C_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 1((-1)-(-8)) = 7$$

$$C_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1(0-2) = 1$$

$$C_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = 1((-1)-(-4)) = 3$$

$$C_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -1(1-0) = -1$$

$$C_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 1(4-0) = 4$$

$$C_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = -1(3-(-2)) = -5$$

$$C_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 1(4-0) = 4$$

3) Matriks Kofaktor B

Matriks Kofaktor B = $\begin{bmatrix} -7 & -7 & 7 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & -5 & 4 \end{bmatrix}$

4) Adjoin A

$$Adj(A) = \begin{bmatrix} -7 & 1 & 4 \\ -7 & 3 & -1 \\ 7 & -5 & 4 \end{bmatrix}$$

5) Invers matriks B

$$B^{-1} = \frac{1}{\det(B)} Adj(B)$$

$$B^{-1} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} -7 & 1 & 4 \\ -7 & 3 & -1 \\ 7 & -5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{7} & \frac{4}{7} \\ -1 & \frac{3}{7} & -\frac{1}{7} \\ 1 & -\frac{5}{7} & \frac{4}{7} \end{bmatrix}$$

Jadi, invers matriks B adalah $B^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{7} & \frac{4}{7} \\ -1 & \frac{3}{7} & -\frac{1}{7} \\ 1 & -\frac{5}{7} & \frac{4}{7} \end{bmatrix}$

E. LATIHAN SOAL

KERJAKAN SOAL DI BAWAH INI DENGAN BENAR DAN TEPAT

Tentukan invers matriks di bawah ini dengan benar dan tepat dengan urutan yang runtun

$$P = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

F. RANGKUMAN

Berdasarkan uraian materi di atas dapat disimpulkan untuk mencari invers matriks 3x3 dapat menggunakan metode sarrus dengan langkah

1. Menentukan Determinan matriks ordo 3x3
2. Menentukan semua kofaktor matriks
3. Menuliskan matriks kofaktor
4. Menentukan adjoint
5. Menghitung invers matriks

$$B^{-1} = \frac{1}{\det(B)} Adj(B)$$

DAFTAR PUSTAKA

Buku paket MATEMATIKA kurikulum 2013 revisi 2014

Buku siswa matematika kelas XI SMK/MAK tahun 2014

Lks matematika untuk SMK/MAK kelas XI

https://www.maretong.com/2019/06/determinan-dan-invers-matriks.html