BARIS DAN DERET

P R O F I L

Pola dan Barisan Bilangan

Barisan Arimatika dan Barisan Geometri

Deret Aritmetika dan Deret Geometri

Sifat-sifat Deret

POLA DAN BARISAN BILANGAN

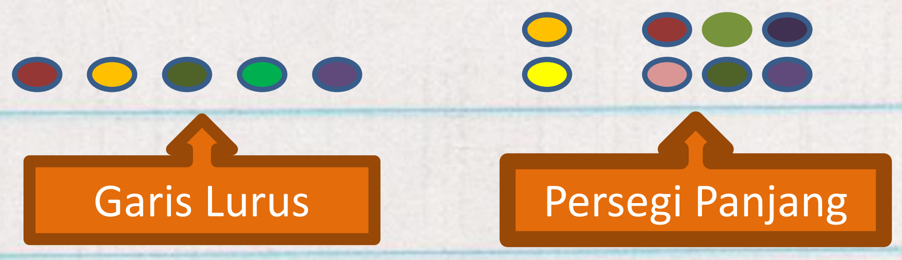
Pola Bilangan

Pola bilangan yaitu susunan angka-angka yang mempunyai pola-pola tertentu. Misalnya pada kalender terdapat susunan angka" baik mendatar, menurun, diagonal (miring).

Barisan Bilangan

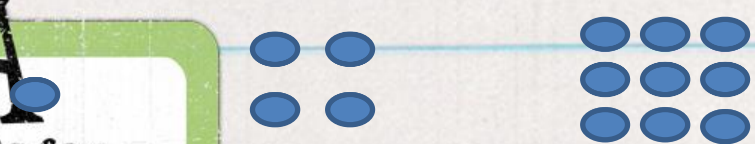
Pola Bilangan

1. Pola Garis Lurus dan Persegi Panjang



Pola bilangan persegi panjang :: 2, 6, 12, ...
Un = n(n+1)

2. Pola persegi



Pola bilangan persegi :: 1 , 4 , 9 , ... merupakan bilangan kuadrat dari bilangan asli . Un= n^2

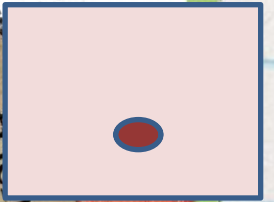
3. Pola Segi tiga (segitiga sama sisi)

Cara 1
Mengikuti pola berikut

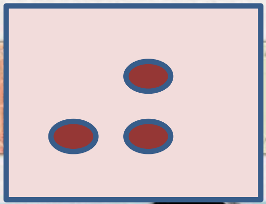
CARA 2
Pola bilangan segitiga :: 1, 3, 6, 10, ... Un = n/2 (n+1)

1 3 6 10 15 21

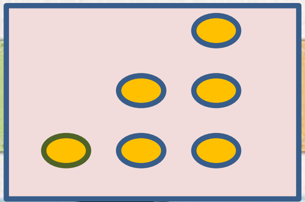
+2 +3 +4 +5 +6



Urutan1



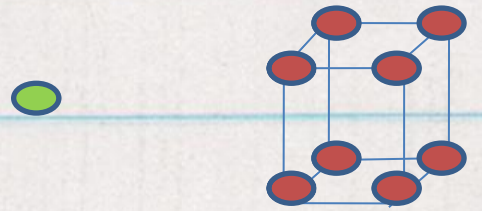
Urutan2



Urutan3

4. Pola Kubus

- Pola kubus terbentuk dari bilangan kubik $U_n = n^3$



5. Pola bilangan ganjil dan genap

Bilangan kedua dan selanjutnya diperoleh dari bilangan sebelumnya ditambah dua.

a. Pola bilangan ganjil

- Tetapkan angka 1 sebagai bilangan awal
- Bilangan selanjutnya diperoleh dari bilangan sebelumnya ditambah dua

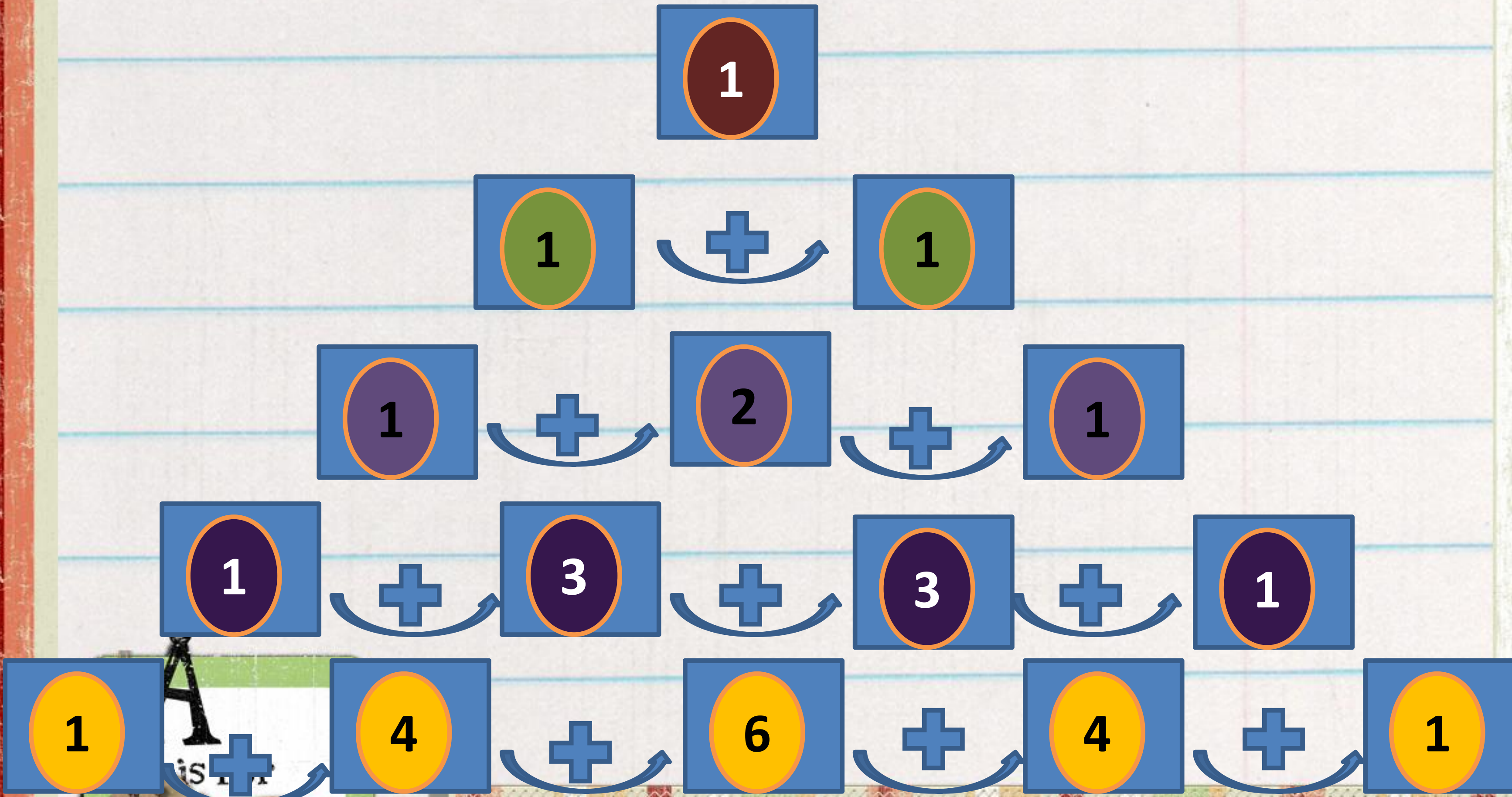
1 → +2 → 3 → +2 → 5 → +2 → 7 → +2 → 9

b. Pola bilangan genap

- Tetapkan angka 2 sebagai bilangan awal
- Bilangan selanjutnya diperoleh dari bilangan sebelumnya ditambah dua

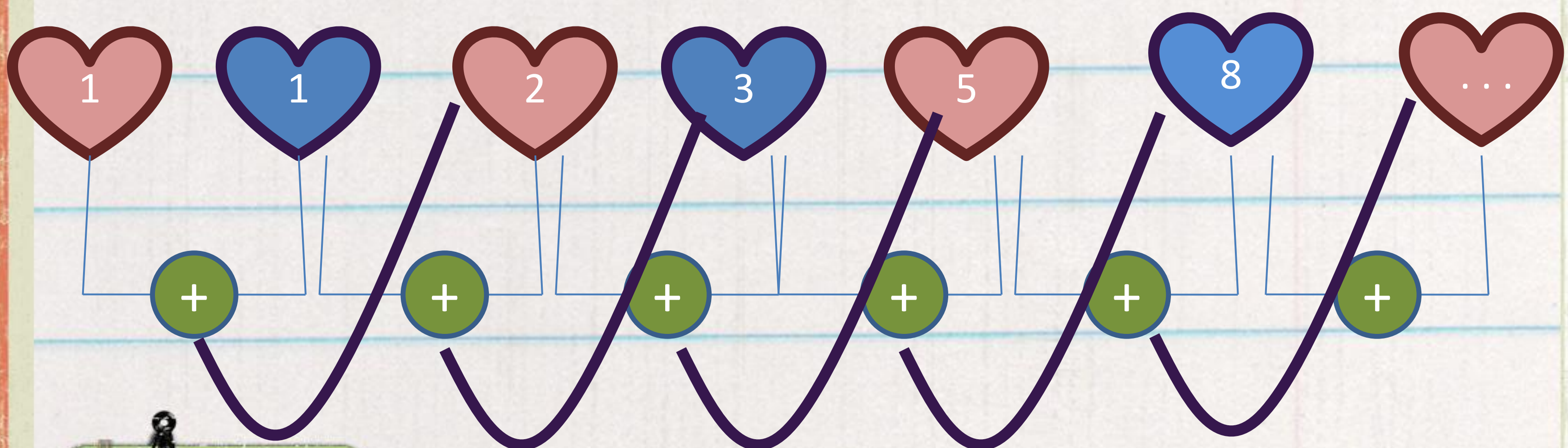
2 → +2 → 4 → +2 → 6 → +2 → 8 → +2 → 10

6. Pola Bilangan Segitiga Pascal



Jumlah bilangan pada baris ke-n adalah $Sn = 2^{n-1}$

9. Pola Bilangan Fibonaci



Barisan Bilangan

- Barisan bilangan adalah sekumpulan bilangan yang telah diurutkan menurut suatu aturan tertentu.

U_n

U_1 — Suku Pertama

U_2 — Suku ke-2

U_n — Suku ke - n

Barisan bilangan biasanya ditulis :

$U_1, U_2, U_3, \ldots, U_n$

Dengan U_n adalah suku ke – n

dan n = 1,2,3, . . .

Contoh : Barisan 0,2,4 berarti

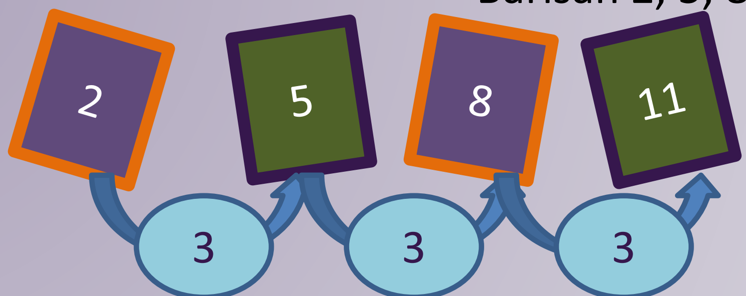
$U_1 = 0$, $U_2 = 2$, $U_3 = 4$

(menambahkan 2 pada suku sebelumnya)

1. Menentukan Suku Berikutnya Suatu Barisan Bilangan

- Contoh:
- Tentukan tiga suku berikutnya dari barisan bilangan 2, 5, 8, 11, . . .

Barisan 2, 5, 8, 11,. . .



$U_1 = 2$
$U_2 = 5 = 2 + 3$
$U_3 = 8 = 5 + 3$
$U_4 = 11 = 8 + 3$

Maka barisan selanjutnya adalah (2, 5, 8 ,11, 14, 17, 20, . . .n +3)

2. Menentukan Suku Ke-n Suatu Barisan Bilangan

$$U_n = f(n)$$

Pola tingkat satu satu barisan bilangan berselisih tetap

Pola tingkat satu satu barisan bilangan berasio tetap

Pola tingkat dua satu barisan bilangan berselisih tetap

Pola tingkat satu satu barisan bilangan berselisih tetap (b)

U_1 U_2 U_3 U_4 ------------------------ U_n =?

+b +b +b

$U_n = bn + (U_1 - b)$

Contoh :

Tentukan rumus suku ke-n dari barisan bilangan ganjil.

Barisan bilangan ganjil

1 3 5 7 ------------------------ U_n = ?

+2 +2 +2

b = 2

Maka rumus suku ke-nnya adalah $U_n = bn + (U_1 - b)$ = $U_n = 2n + (1-2) = 2n - 1$

Pola tingkat satu satu barisan bilangan berasio tetap

U_1 U_2 U_3 U_4 ... U_n =?

x r x r x r

$U_n = r^n \text{ x } U_1/r$

Contoh :

Tentukan suku ke-n dari barisan bilangan (1, 10, 100, 1000, . . . U_n)

1 10 100 1000 ------------------ U_n =?

x10 x10 x10

Tahapan pertama dengan r=10

Rumus suku ke-n : $U_n = 10^n \text{ x } 1/10 = 10^{n-1}$

Pola tingkat dua satu barisan bilangan berselisih tetap

Suku ke-n dari barisan bilangan berselisih tetap pada pola tingkat dua diberikan formula berikut :

U_n = b/2 . n (n-1) + c

Dengan c = Suku ke-n barisan bilangan pola

b = Selisih tetap

Tuliskan suku ke-n dari barisan bilangan (3,6, 10, 15, 21, . . .)

Jawab:

3 6 10 15 21

+3 +4 +5 +6

+1 +1 +1

pola tingkat2, dengan b=1

U_1 = 3=1/2 x 1 0 +3

U_2 = 6 = ½ x 2x 1 +5

U_3 = 10 = ½ x 3x2 + 7

U_4 = 15= ½ x 4 x 3 +9

U_5 = 21 = ½ x 5 x 4 +11

:

:

U_n = ½. n(n-1) +c

LANJUTAN

Menentukan c yang berupa barisan bilangan yang berpola tingkat satu

Barisan:

3 5 7 9 11 $\longrightarrow$ Pola tingkat 1, b= 2

+2 +2 +2 +2

$C = 2n + (U_1 - b) = 2n + (3-2) = 2n + 1$

Jadi, suku ke-n adalah:

$U_n = \frac{1}{2}. n(n-1) + c$

$U_n = \frac{1}{2}. n(n-1) + 2n + 1$

$U_n = \frac{1}{2} n^2 - \frac{1}{2} n + 2n + 1$

$U_n = \frac{1}{2} n^2 - 3/2\ n + 1$

BARISAN ARIMATIKA DAN BARISAN GEOMETRI

Barisan Arimatika atau Barisan Hitung

Barisan Aretmatika → barisan bilangan yang tiap sukunya diperoleh dari suku sebelumnya dengan cara menambah atau mengurangi dengan suatu bilangan tetap

Perhatikan baarisan U_1, U_2, U_3, ...,U_{n-1}, U_n. Dari definisi di atas, diperoleh hubungan sebagai berikut :

$U_1 = a$

$U_2 = U_1 + b = a + b$

$U_3 = U_2 + b = a + b + b = a + 2b$

$U_4 = U_3 + b = a + 2b + b = a + 3b$

.

.

.

$U_n = U_{n-1} + b = a + (n - 2)b + b = a + (n - 1)b$

→ $U_n = a + (n – 1)b$

Dengan n = 1, 2, 3,..

Bilangan b adalah suatu bilangan tetap yang sering disebut dengan beda. Penentuan rumus beda dapat di uraikan sebagai berikut :

$U_2 = U_1 + b \Rightarrow b = U_2 - U_1$

$U_3 = U_2 + b \Rightarrow b = U_3 - U_2$

$U_4 = U_3 + b \Rightarrow b = U_4 - U_3$

.

.

.

$U_n = U_{n-1} + b \Rightarrow b = U_n - U_{n-1}$

Dengan melihat nili b, kita dapat menentukan barisan aritmetika itu naik atau turun.

Bila $b > 0$ maka barisan aritmetika itu naik

Bila $b < 0$ maka barisan aritmetika itu turun

Contoh:

Tentukan suku ke sepuluh (U_{10}) dari barisan aritmetika berikut ini dan tulis jenis barisan aritmetika tersebut.

a. 1, 3, 5, 7,. . . .

b. 4, 2, 0, -2,. . .

Jawab :

Gunakan rumus beda untuk menentukan suku ke sepuluh (U_{10}) dari masing-masing barisan aritmetika.

a. Barisan 1, 3, 5, 7 . . .

berdasarkan rumus $U_n = U_1 + (n – 1) . b$ diperoleh ..

$U_1 = 1$ $U_2 = 3$ $U_3 = 5$

$b = U_2 - U_1 = 2$ $b = U_3 - U_{2} = 2$ $b = U_4 - U_3 = 2$

karena b = 2 > 0 barisan aritmetika merupakan barisan naik.

$U_{10} = U_1 (10 - 1) . b$

$U_{10} = 1 + 9 . 2 = 19$

fun friends

b. Barisan 4, 2, 0, -2, . .

$U_1 = 4$; $U_2 = 2$; $U_3 = 0$; $U_4 = -2$
$b = U_2 - U_1 = -2$; $b = U_3 - U_2 = -2$; $b = U_4 - U_3 = -2$
karena b = $-2 < 0$ barisan aritmetika merupakan barisan turun, berdasarkan rumus

$$U_n = U_1 (n - 1) . b$$
$$U_{10} = 4 + (9 . (-2)) = -14$$

Jadi, suku ke sepuluh barisan tersebut adalah -14

Barisan Geometri atau Barisan Ukur

Barisan Geometri

barisan bilangan yang tiap sukunya diperoleh dari suku sebelumnya dengan mengalikan atau membagi dengan suatu bilangan tetap

Misalkan, barisannya $U_1, U_2, U_3, \ldots\ldots, U_{n-1}, U_n$, maka :

$U_1 = a$
$U_2 = U_1 \cdot r = ar$
$U_3 = U_2 \cdot r = ar^2$
$U_4 = U_3 \cdot r = ar^3$
$U_n = U_{n-1} \cdot r = ar^{n-1}$

1. $U_n = r \times U_{n-1}$ atau $r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$
2. $U_n = a \times r^{n-1}$

Dengan: r = rasio atau pembanding
n = bilangan asli
a = suku pertama

Berdasarkan nilai rasio (r) kita dapat menentukan suatu barisan geometri naik atau turun.

Bila r > 1 maka barisan geometri naik.
Bila 0 < r < 1 maka barisan geometri turun.

Contoh :

a. Tentukan suku ke delapan dari barisan geometri :

$\frac{1}{3}, 1, 3, 9, \ldots$

b. Tulliskan rumus suku ke – n dari barisan geometri :

$2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots$

Jawab:

a. $a = \frac{1}{2};\ U_n = 1; r = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$

$$U_8 = \frac{1}{3} \times 3^{8-1} = \frac{1}{3} \times 3^7 = 729$$

Jadi, suku kedelapan dari barisan geometri diatas adalah 729

b. $U_1 = 2;\ U_2 = 1; r = \frac{1}{2}$

$$U_n = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$$

Jadi, suku ke-n dari barisan geometri di atas adalah $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$

DERET ARITMETIKA DAN DERET GEOMETRI

Deret Aritmetika atau Deret Hitung

Deret bilangan

jumlah yang ditunjuk untuk suku-suku dari suatu barisan bilangan

Bentuk umum:

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \cdots + U_n$$

Menyatakan deret ke-*n*

Contoh:

1. Deret dari barisan 3, 5, 7, …, (2n+1) adalah $S_n = 3 + 5 + 7 + \cdots + (2n + 1)$
   Maka,
   $S_1 = 3$ $\quad$ $S_2 = 3 + 5 = 8$ $\quad$ $S_4 = 3 + 5 + 7 = 15$

2. Deret dari barisan 1, 2, 4, …, 2^{n-1} adalah $S_n = 1 + 2 + 4 + \cdots + 2^{n-1}$
   Maka,
   $S_1 = 1$ $\quad$ $S_2 = 1 + 2 = 3$ $\quad$ $S_4 = 1 + 2 + 4 = 7$

Deret aritmetika → jumlah suku yang ditunjukkan oleh barisan aritmetika

Deret aritmetika

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \cdots + U_n$$

Dengan $U_1 = a$ dan $U_n = a + (n-1)b$

Rumus n suku pertama deret aritmetika:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)b] \qquad atau \qquad S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

Dengan: U_n = suku ke-*n*

n = bilangan asli

b = beda

Contoh:

1. Tentukan jmlah sepuluh suku pertama dari deret
   $-2 + 0 + 2 + \cdots$

   Jawab:
   $U_1 = -2;\ U_2 = 0$
   $b = U_2 - U_1 = 0 - (-2) = 2$
   $n = 10$
   $S_{10} = \frac{10}{2}[2(-2) + (10-1)2] = 5(-4 + 18) = 70$

2. Tentukan jumlah 5 suku pertama, jika suku kelima adalah 240 dan suku pertama adalah 20

   Jawab:
   $U_1 = 20;\ U_5 = 240; n = 5$, maka:
   $S_5 = \frac{5}{2}(20 + 240) = 650$

Deret Geometri atau Deret Ukur

Deret geometri → jumlah suku-suku yang ditunjuk oleh barisan geometri

***Barisan geometri*:**

$U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$

***Deret geometri*:**

$U_1 + U_2 + U_3 + \cdots + U_n = S_n$

dengan $U_1 = a$ dan $U_n = ar^{n-1}$

Rumus n suku pertama deret geometri:

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}\ ; r > 1$$

$$atau$$

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{(r-1)}\ ; r < 1$$

Contoh:

1. Tentukan jumlah delapan suku pertama dari deret $3 + 6 + 12 + \cdots$

Jawab:

$$U_1 = 3; \quad U_2 = 6; \quad r = \frac{6}{3} = 2; \quad n = 8$$

$$S_8 = \frac{3(2^8 - 1)}{(2 - 1)} = \frac{3(256 - 1)}{1} = 765$$

2. Diberikan deret geometri dengan suku-suku positif, $U_2 = 10$ dan $U_4 = 40$. Bila $U_n = 160$, tentukanlah jumlah n suku pertama deret geometri itu.

Jawab:

$$U_2 = 10 \rightarrow ar = 10$$

$$U_4 = 40 \rightarrow ar^3 = 40$$

$$(ar)r^2 = 40$$

$$10r^2 = 40$$

$$r^2 = 4$$

$$\therefore r = \pm 2$$

Karena suku-suku positif maka $r = 2$

$ar = 10$

$2a = 10$

$a = 5$

maka:

$$U_n = 160$$
$$ar^{n-1} = 160$$
$$5 \cdot 2^{n-1} = 160$$
$$2^{n-1} = 32$$
$$2^{n-1} = 2^5$$
$$n - 1 = 5$$
$$\therefore n = 6$$

SIFAT-SIFAT DERET

Dalam deret aritmatika maupun deret geometri dapat menemukan sifat umum berikut ini.

$$S_1 = U_1$$
$$S_2 = U_1 + U_2 \quad \rightarrow \quad S_2 = S_1 + U_2 \quad \rightarrow \quad U_2 = S_2 - S_1$$
$$S_3 = U_1 + U_2 + U_3 \quad \rightarrow \quad S_3 = S_2 + U_3 \quad \rightarrow \quad U_3 = S_3 - S_2$$
$$S_4 = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \quad \rightarrow \quad S_4 = S_3 + U_4 \quad \rightarrow \quad U_4 = S_4 - S_3$$

.

.

.

$$S_n = \underbrace{U_1 + U_2 + U_3 + U_4}_{S_{n-1}} + \cdots + U_{n-1} + U_n$$

$$S_n = S_{n-1} + U_n \rightarrow U_n = S_n - S_{n-1}$$

Dari uraian diatas dapat dituliskan hubungan antara suku ke-n dan jumlah n suku pertama dari deret aritmatika maupun deret geometri, sebagai berikut.

$$\boxed{U_n = S_n - S_{n-1}}$$

Contoh:

Dalam deret aritmatika ditemukan $S_n = 2n^2 + n$, hitunglah :
a. U_n b. U_5 c. Beda

Jawab :

a. $U_n = S_n - S_{n-1}$

$S_n = 2n^2 + n$

$S_{n-1} = 2(n-1)^2 + (n-1)$

$S_{n-1} = 2(n^2 - 2n + 1) + n - 1$

$S_{n-1} = 2n^2 - 4n + 2 + n - 1 = 2n^2 - 3n + 1$

$U_n = 2n^2 + n - 2n^2 + 3n - 1$

$U_n = 4n - 1$

b. $U_5 = 4 \cdot 5 - 1 = 20 - 1 = 19$

c. $b = U_5 - U_4$

$U_4 = 4 \cdot 4 - 1 = 16 - 1 = 15$

$\therefore b = 19 - 15 = 4$

Sifat Dasar Deret Aritmetika

1. Bila $U_1 + U_2 + U_3 + \cdots + U_n$ merupakan deret aritmatika, maka :

$$U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_4 - U_3 = U_5 - U_4 = \cdots = U_n - U_{n-1}$$

2. BilaU_1, U_2, U_3 merupakan suku-suku pada deret aritmatika, maka:

$$2U_2 = U_1 + U_3$$

Contoh:

Tentukan nilai dari x agar barisan $x + 1, 3x - 5, 4$ merupakan suku-suku dari deret aritmatika.

Jawab:

Kita gunakan sifat dasar kedua, yaitu $2U_2 = U_1 + U_3$

2(3x - 5) = x + 1 + 4
6x –10= x + 5
6x –x= 5 + 10
5x = 15
x = 3

Selain kedua sifat di atas dapat pula kita turunkan beberapa sifat dari deret aritmatika yang lain.
Perhatikan kembali formula suku ke-n berikut ini :

$$U_n = a + (n - 1)$$

Dengan formula di atas dapat disusun kembali formula baru yang menyatakan hubungan antara suatu suku dengan suku yang lainnya.

$U_7 = a + 6b$
$U_7 = (a + 3b) + 3b = U_4 + 3b$
$U_7 = (a + 4b) + 2b = U_5 + 2b$
$U_7 = (a + 2b) + 4b = U_3 + 4b$

Memo

7 = 1 + 6
7 = 4 + 3
7 = 5 + 2
7 = 3 + 4

Secara umum dapat dituliskan:

$$U_p = U_k + (p - k)b$$

$$b = \frac{U_p - U_k}{p - k}$$

Contoh:

Bila $U_6 = 65$ dan $U_{10} = 97$ dari deret aritmatika, tentukanlah :

a. b

b. U_{12}

Jawab:

a. $b = \frac{U_{10} - U_6}{10-6} = \frac{97-65}{4} = 8$

b. $U_{12} = U_{10} + 2b$

$U_{12} = 97 + 2 \cdot 8$

$U_{12} = 97 + 16$

$U_{12} = 113$

atau

$U_6 = U_6 + 2b$

$U_6 = 65 + 6 \cdot 8$

$U_6 = 65 + 48$

$U_6 = 113$

Sift Dasar Deret Geometri

1. Bila $U_1 + U_2 + U_3 + \cdots + U_n$ merupakan deret geometri, maka :

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \cdots = \frac{U_n}{U_{n-1}} = r$$

2. Bila U_1, U_2, U_3 merupakan suku-suku pada deret geometri, maka:

$$U_2{}^2 = U_1 \times U_3$$

Contoh:

Tentukan nilai x agar barisan $x+2, 2, x-1$ merupakan barisan geometri.

Jawab:
Berdasarkan sifat (2) barisan geometri, yaitu ${U_2}^2 = U_1 \times U_3$,
diperoleh:

$2^2 = (x+2)(x-1)$
$4 = (x+2)(x-1)$
$\leftrightarrow 4 = (2+2) \cdot (2-1), x = 2$
$\leftrightarrow 4 = (-3+2) \cdot (-3-1), x = -3$

Memo

$4 = 4 \cdot 1$ atau

$4 = (-1)(-4)$

Jadi, nilai x adalah -3 atau 2

Selain kedua sifat di atas dapat juga kita menemukan sifat-sifat yang lain dari deret geometri.

Perhatikan $U_n = ar^{n-1}$

Dengan formula itu didapat:

$$U_{10} = ar^9$$

$$U_{10} = (ar^2) \cdot r^7 = U_3 \cdot r^7$$

$$U_{10} = (ar^4) \cdot r^7 = U_5 \cdot r^5$$

Memo

Lihat Indeks

10 = 1 + 9

10 = 3 + 7

10 = 5 + 5

Secara umum di tuliskan:

$$U_p = U_k \cdot r^{p-k}$$

$$r^{p-k} = \frac{U_p}{U_k}$$

Contoh:

Diketahui deret geometri dengan $U_3 = 24$ dan $U_6 = 192$. Tentukanlah :

a. *r*

b. U_2

Jawab :

a. $r^3 = \frac{U_6}{U_3}$

$$r^3 = \frac{192}{24}$$
$$r^3 = 8$$
$$r^3 = 2^3$$
$$r = 2$$

b. $U_2 = \frac{U_3}{r}$ $\quad atau \quad$ $U_2 = \frac{U_6}{r^4}$

$$U_2 = \frac{24}{2}$$
$$U_2 = 12$$

$$U_2 = \frac{192}{2^4}$$
$$U_2 = \frac{192}{16} = 12$$

DAFTAR PUSTAKA

- KASMINA DAN TOALI. (2013). MATEMATIKA UNTUK SMK KELAS X. JAKARTA: ERLANGGA
- HTTPS://WWW.YOUTUBE.COM/WATCH?V=KTBROFJEXSC
- HTTPS://WWW.YOUTUBE.COM/WATCH?V=YKZGO6YQNCG&T=6S


thank you
© 1996, 2002 SANRIO CO., LTD.