

BAHAN AJAR 3

KOMPOSISI TRANSFORMASI DENGAN MATRIKS

KELAS XI SEMESTER III



Disusun Oleh :

FIFI AFIATI, S.Pd

20032518010019

PENDIDIKAN PROFESI GURU DALAM JABATAN TAHAP 1

UNIVERSITAS WIDYA DHARMA KLATEN

TAHUN 2020

Kompetensi Inti	
pengetahuan	Ketrampilan
Memahami ,menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah	Memahami ,menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah

Kompetensi Dasar	
pengetahuan	Ketrampilan
Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan penerapan dalam transformasi (dan komposisi transformasi) geometris.	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan penerapan dalam transformasi (dan komposisi transformasi) geometris

Tujuan Pembelajaran
Melalui pembelajaran kooperatif (<i>cooperative learning</i>) berbasis TPACK, diharapkan siswa mampu menerapkan matriks ordo 2×2 dalam komposisi transformasi.

DAFTAR ISI

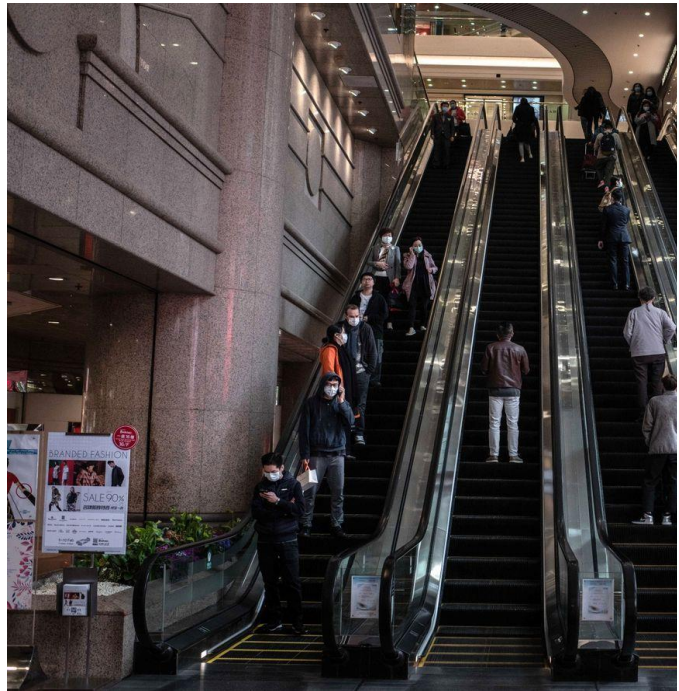
A. Pendahuluan	4
B. Transformasi.....	6
1. Translasi	6
2. Refleksi	7
3. Rotasi	8
4. Dilatasi	9
5. Contoh	10
C. Rangkuman	13
D. Soal formatif dan Uraian	14
E. Daftar pustaka	19

URAIAN MATERI

A. Pendahuluan

Sebelum kita memulai aktifitas pembelajaran mengenai komposisi transformasi dengan invers mari kita cermati beberapa permasalahan berikut ini :

1. Permasalahan 1



<https://ringtimesbali.pikiran-rakyat.com/bisnis/pr-28384808/mal-di-jakarta-akan-dibuka-dengan-menerapkan-protokol-kesehatan>

<https://www.kabarpemupang.com/di-india-pengguna-lift-dan-eskalator-mendapat-perlindungan-asuransi/>

perhatikan kedua gambar diatas pastinya kalian sudah pernah naik dua alat tersebut, ya.... dua alat itu adalah lift dan eskalator. Lalu apa hubungannya dengan materi kita?

Coba kalian perhatikan orang yang naik lift maupun eskalator, apakah orang tersebut bergerak? Atau digerakkan? Ya benar, orang-orang tersebut diam tidak bergerak tetapi alattersebut memindahkan mereka dari satu titik ke titik yang lain. Lalu apakah jenis perpindahan yang mereka alami? Bisakah kalian menjelaskan jenis perpindahan itu dengan menggunakan titik pada diagram kartesius?

2. Permasalahan kedua



<https://guebanget.com/detail/ternyata-ini-penyebab-wajah-kita-berbeda-saat-bercermin-dan-berfoto-1965.php>

tentunya kalian semua pernah bercermin bukan? dari gambar tersebut, bisakah kalian menyampaikan jarak antara orang dengan cermin apakah sama dengan jarak cermin dengan bayangannya? Dan apakah ukuran seseorang dengan bayangannya akan sama atau berubah?

3. Permasalahan ke 3 komedi putar



<https://steemit.com/indonesia/@mukhtariyas/hidup-bagaikan-komedi-putar-0b4a3044f15ee>

Naah... ini juga pasti kalian pernah naik asal kalian bukan penakut ketinggian. Yaa... komedi putar. Kalau kita perhatikan seseorang yang naik komedi putar juga sama halnya dengan yang naik eskalator atau lift, mereka diam duduk tetapi mereka mengalami perpindahan. Coba kalian jelaskan perpindahan apa yang dialami seseorang yang naik komedi putar?

Permasalahan-permasalahan diatas berkaitan dengan transformasi, bahwa suatu benda yang terkesan diam dapat berpindah posisi atau memiliki bayangan tergantung apa hal yang menyebabkan dia berpindah.

Dalam matematika titik dan garis pada diagram cartesius akan kita gunakan untuk mempelajari transformasi dengan bantuan matriks ordo 2x2 sebagai penentu bayangan atau titik akhir suatu benda berhenti.

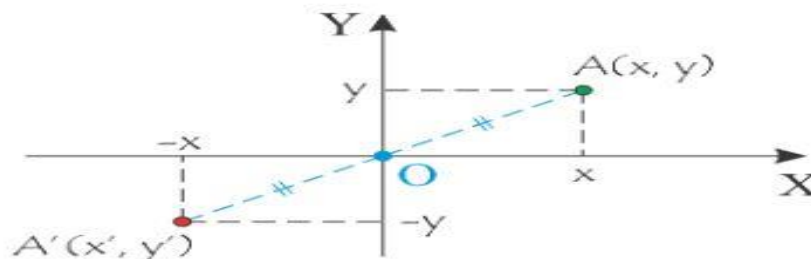
Mari kita belajar transformasi.

B. Uraian Materi

Transformasi geometri atau secara bahasa berarti perubahan. Pengertian panjangnya yaitu perubahan pada sebuah bidang geometri yang mencantumkan posisi, besar dan bentuknya sendiri. Apabila hasil transformasi kongruen dengan bangunan yang ditransformasikan, maka hal itu disebut sebagai transformasi isometri. Transformasi isometri sendiri mempunyai dua jenis yaitu transformasi isometri langsung serta transformasi isometri berhadapan. Transformasi isometri langsung meliputi translasi dan rotasi, sementara untuk transformasi isometri berhadapan termasuk refleksi.

Penasaran apa aja yang termasuk ke dalam materi Transformasi Geometri? Simak selengkapnya berikut ini.

Perhatikan gambar berikut ini :



Penggunaan matriks pada transformasi geometri adalah sebagai berikut :

Komposisi Transformasi dengan Matriks

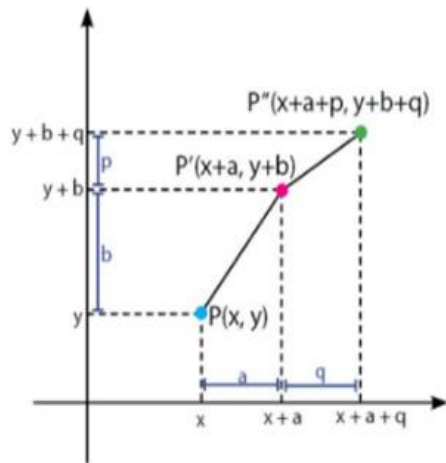
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (T_3 \circ T_2 \circ T_1) \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (M_3 \cdot M_2 \cdot M_1) \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Jenis – jenis transformasi geometri :

1. Translasi

Translasi adalah salah satu jenis transformasi yang berguna untuk memindahkan suatu titik sepanjang garis lurus dengan arah dan jarak.

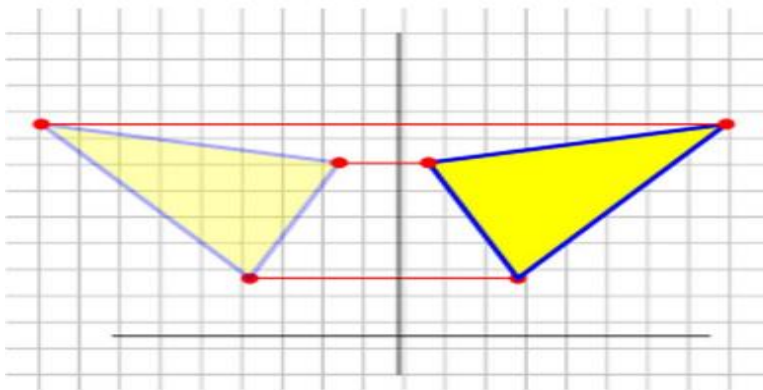


$$P(x, y) \xrightarrow{T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} P'(x', y') = (x+a, y+b)$$

$$P(x, y) \xrightarrow{T_2 \circ T_1 = \begin{pmatrix} a+p \\ b+q \end{pmatrix}} P''(x'', y'') = (x+a+p, y+b+q)$$

2. Refleksi (pencerminan)

Pembahasan selanjutnya yaitu pencerminan atau yang biasa kita kenal dengan sebutan refleksi. Sama halnya dengan bayangan benda yang terbentuk pada sebuah cermin. Suatu objek yang mengalami refleksi akan mempunyai bayangan benda yang dihasilkan oleh suatu cermin. Hasil dari refleksi pada bidang kartesius tergantung sumbu yang menjadi cerminnya. Refleksi tersebut akan memindahkan seluruh titik dengan memakai sifat pencerminan pada cermin datar. Ilustrasi pencerminan sebagai berikut :



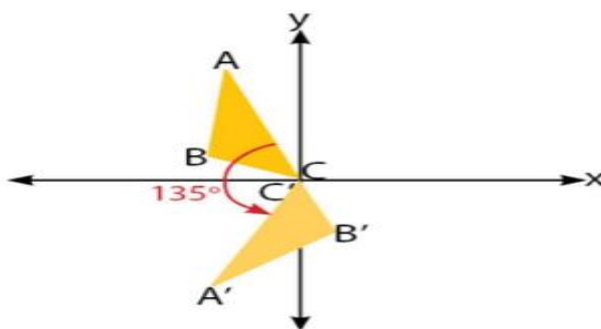
Komposisi refleksi dengan matriks :

Jenis Pencerminan	Matriks
Sumbu x	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
Sumbu y	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Garis y = x	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
Garis y = -x	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
Titik O(0,0)	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
Garis x = h	$\begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
Garis y = k	$\begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

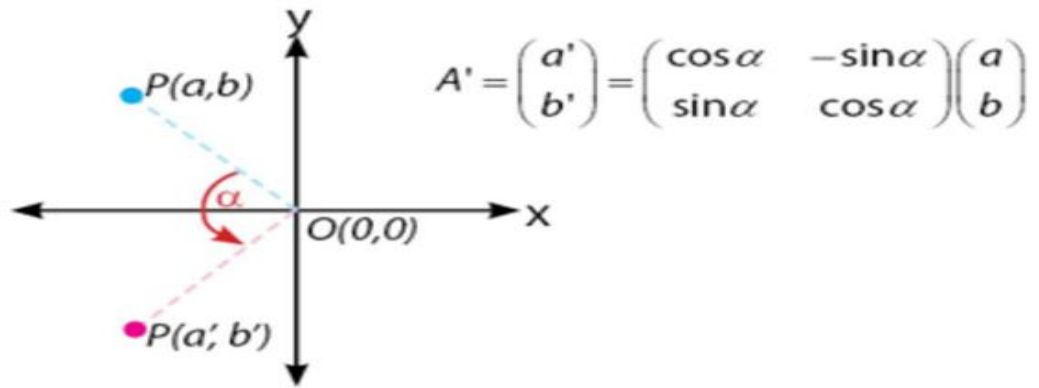
3. Rotasi (perputaran)

Rotasi atau perputaran adalah suatu perubahan kedudukan atau posisi objek dengan cara diputar lewat suatu pusat dan sudut tertentu.

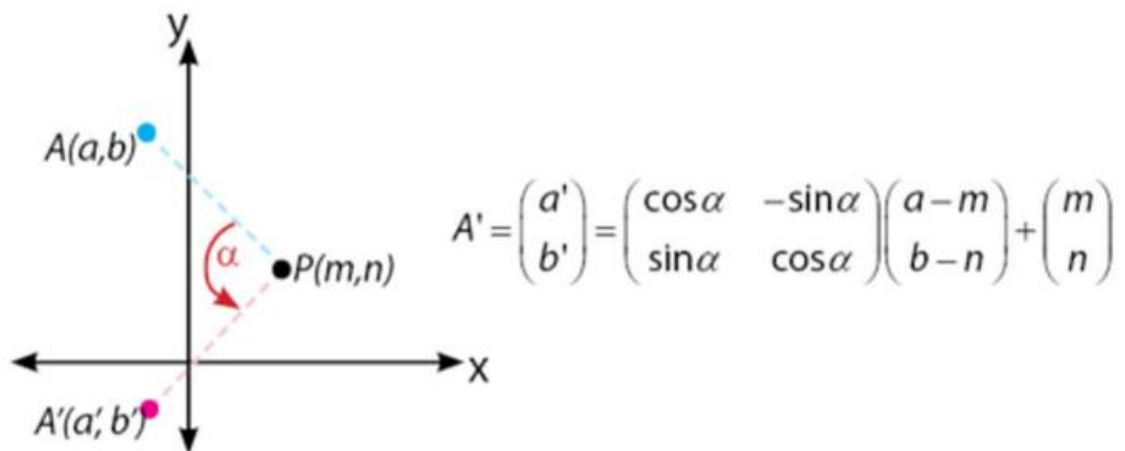
Hasil dari rotasi sebuah objek tergantung dari pusat serta besar sudut rotasi. Perhatikan perubahan letak kedudukan segitiga yang diputar sebesar 135° dengan pusat o(0,0) pada gambar di bawah ini.



- a. Matriks rotasi dengan pusat O(0,0)

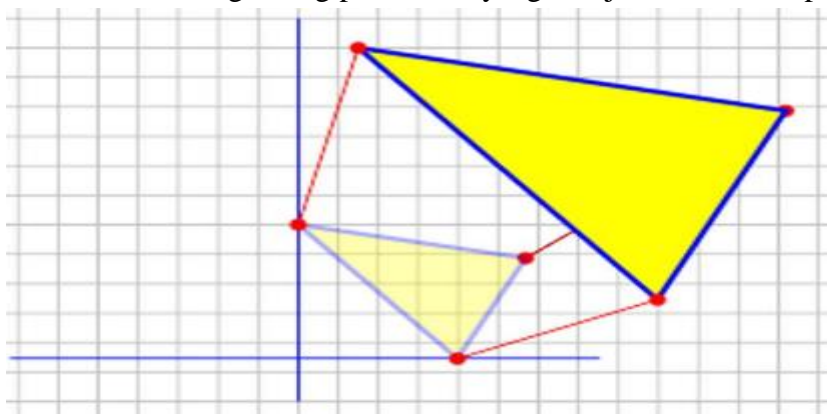


b. Matriks rotasi dengan pusat (m,n)

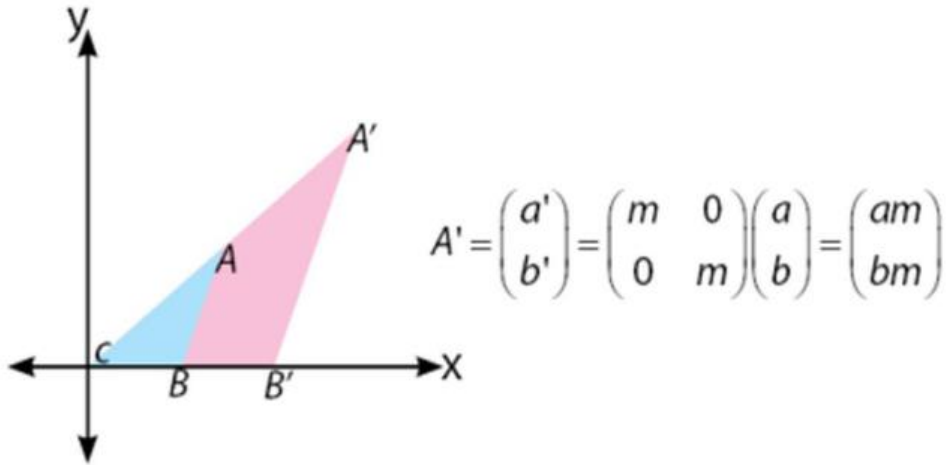


4. Dilatasi (perkalian)

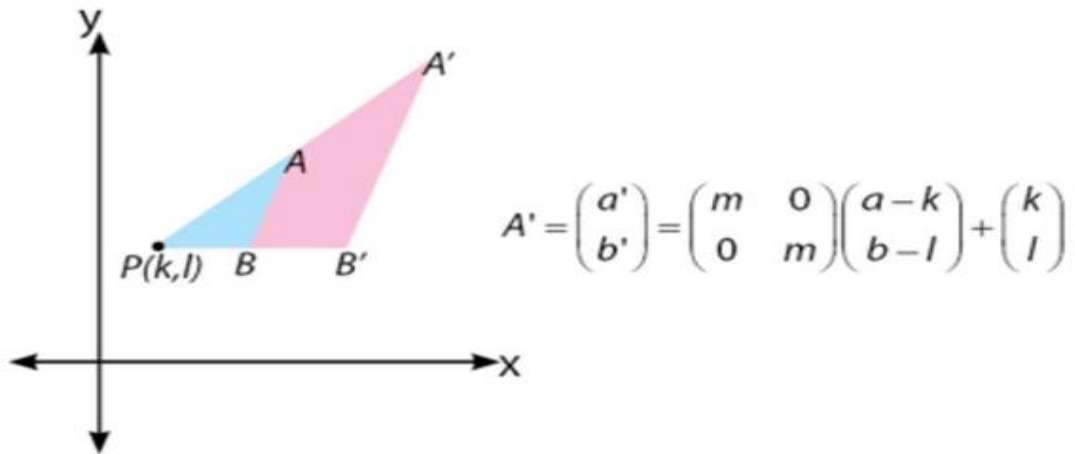
Ukuran benda bisa akan diubah oleh dilatasi menjadi lebih besar atau lebih kecil. Perubahan ini bergantung pada skala yang menjadi faktor dari pengalinya.



Dilatasi titik $A(a, b)$ pada pusat $O(0,0)$ dengan faktor skala m



Dilatasi titik A (a,b) terhadap pusat P(k,l) dengan faktor skala m



Materi search : tiyas, <https://www.yuksinau.id/transformasi-geometri/> , agustus 2020

Contoh soal :

1. Tentukan hasil pergeseran dari titik A (5,-6) !

Jawab :

Jika terdapat titik A (5,-6) di translasi sejauh $T \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ Maka titik pergeseran dari A adalah sebagai berikut :

$$A(5,-6) \xrightarrow{T \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}} A' \left(\begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \rightarrow A' = (5 + -2, -6 + 1) \rightarrow A' = (3, -5)$$

2. Peta titik A(2, 3) oleh pencerminan terhadap garis $y = x$ adalah ...

Penyelesaian :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Jadi peta titik A terhadap pencerminan garis $y = x$ adalah $A'(3,2)$

3. Bayangan garis $2x + y - 3 = 0$ jika dicerminkan terhadap pusat O adalah ...

Penyelesaian :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ -y \end{bmatrix}$$

Dari persamaan matriks diatas kita peroleh

$$x' = -x \rightarrow x = -x'$$

$$y' = -y \rightarrow y = -y'$$

Substitusi $x = -x'$ dan $y = -y'$ ke garis $2x + y - 3 = 0$

$$2(-x') + (-y') - 3 = 0$$

$$-2x' - y' - 3 = 0$$

$$2x' + y' + 3 = 0$$

Jadi, bayangannya adalah $2x + y + 3 = 0$

4. Titik A(-4, 3) dipetakan oleh rotasi dengan pusat O sejauh 90° searah jarum jam. Peta titik A adalah ...

Penyelesaian :

Searah jarum jam berarti $\theta = -90^\circ$

Ingat :

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-90^\circ) & -\sin(-90^\circ) \\ \sin(-90^\circ) & \cos(-90^\circ) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Jadi bayangan titiknya $A'(3,4)$

5. Bayangan garis $y = 2x + 1$ oleh rotasi dengan pusat O sebesar 180° adalah ...

Penyelesaian :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 180^\circ & -\sin 180^\circ \\ \sin 180^\circ & \cos 180^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ -y \end{bmatrix}$$

Dari persamaan matriks disamping diperoleh

$$x' = -x \rightarrow x = -x'$$

$$y' = -y \rightarrow y = -y'$$

Substitusi $x = -x'$ dan $y = -y'$ ke garis $y = 2x + 1$

$$-y' = 2(-x') + 1$$

$$-y' = -2x' + 1$$

$$y' = 2x' - 1$$

Jadi, bayangannya adalah $y = 2x - 1$

6. Persamaan bayangan lingkaran $x^2 + y^2 = 5$ oleh dilatasi dengan pusat O dan faktor skala 2 adalah ...

Penyelesaian :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x \\ 2y \end{bmatrix}$$

Dari persamaan matriks diatas kita peroleh

$$x' = 2x \rightarrow x = \frac{1}{2}x'$$

$$y' = 2y \rightarrow y = \frac{1}{2}y'$$

Substitusi x dan y ke persamaan $x^2 + y^2 = 5$

$$\left(\frac{1}{2}x'\right)^2 + \left(\frac{1}{2}y'\right)^2 = 5$$

$$\frac{1}{4}(x')^2 + \frac{1}{4}(y')^2 = 5 \quad (\text{kali } 4)$$

$$(x')^2 + (y')^2 = 20$$

Jadi, bayangannya adalah $x^2 + y^2 = 20$

7. Peta titik R(1, 3) oleh dilatasi dengan pusat (-2, 4) dan faktor skala -2 adalah ...

Penyelesaian :

$$\begin{bmatrix} x' - a \\ y' - b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - a \\ y - b \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' + 2 \\ y' - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 + 2 \\ 3 - 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' + 2 \\ y' - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' + 2 \\ y' - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Dari persamaan matriks disamping kita peroleh

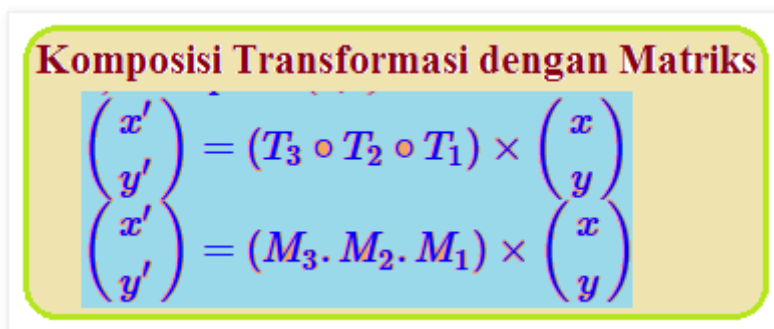
$$x' + 2 = -6 \rightarrow x' = -8$$

$$y' - 4 = 2 \rightarrow y' = 6$$

Jadi, peta titik R adalah R'(-8, 6).

C. Rangkuman

- **Transformasi geometri** atau secara bahasa berarti perubahan. Pengertian panjangnya yaitu perubahan pada sebuah bidang geometri yang mencantumkan posisi, besar dan bentuknya sendiri.
- **Jenis – jenis transformasi yaitu :**
 1. Translasi (pergeseran)
 2. Refleksi (pencerminan)
 3. Rotasi (perputaran)
 4. Dilatasi (perkalian)
- **Matrиск ordo 2x2 yang bersesuaian untuk komposisi matriks berlaku**



Komposisi Transformasi dengan Matriks

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (T_3 \circ T_2 \circ T_1) \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (M_3 \cdot M_2 \cdot M_1) \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

<https://www.konsep-matematika.com/2017/02/komposisi-transformasi-dengan-matriks.html>

TES FORMATIF

Pilihlah jawaban yang tepat A, B, C, D atau E dari soal-soal berikut ini !

- Persamaan bayangan garis $y = 2x - 3$ karena refleksi terhadap garis $y = -x$, dilanjutkan refleksi terhadap $y = x$ adalah...
 - $y + 2x - 3 = 0$
 - $y - 2x - 3 = 0$
 - $2y + x - 3 = 0$
 - $2y - x - 3 = 0$
 - $2y + x + 3 = 0$
- Bayangan kurva $y = 3x - 9x^2$ jika di rotasi dengan pusat $O(0, 0)$ sejauh 90° dilanjutkan dengan dilatasi dengan pusat $O(0, 0)$ dan faktor skala 3 adalah ...
 - $x = 3y^2 - 3y$
 - $x = y^2 + 3y$
 - $x = 3y^2 + 3y$
 - $y = 3x^2 - 3x$
 - $y = x^2 + 3y$
- Diketahui translasi Titik-titik A' dan B' berturut-turut $T_1 = \begin{bmatrix} a \\ 2 \end{bmatrix}$ dan $T_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ b \end{bmatrix}$ adalah bayangan titik-titik A dan B oleh komposisi transformasi $T_1 \circ T_2$. Jika $A(-1, 2)$, $A'(1, 11)$, dan $B'(12, 13)$ maka koordinat titik B adalah...
 - (9, 4)
 - (10, 4)
 - (14, 4)
 - (10, -4)
 - (14, -4)
- Titik $P(x, y)$ ditransformasikan oleh matriks $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Bayangannya ditransformasikan oleh matriks $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Bayangan titik P adalah ...
 - $(-x, -y)$
 - $(-x, y)$
 - $(x, -y)$

- d. $(-y, x)$
 e. $(-y, -x)$
5. Bayangan titik $A(x, y)$ karena refleksi terhadap garis $x = -2$ dilanjutkan refleksi terhadap garis $y = 3$, dan rotasi terhadap pusat O dengan sudut $\pi/2$ radian adalah $(-4, 6)$. Koordinat titik A adalah ...
- a. $(2, -10)$
 b. $(2, 10)$
 c. $(10, 2)$
 d. $(-10, 2)$
 e. $(10, 2)$
6. Garis dengan persamaan $y = 2x + 3$ dicerminkan terhadap sumbu x kemudian diputar dengan $R(0, 90^\circ)$. Persamaan bayangannya adalah...
- a. $x - 2y - 3 = 0$
 b. $x + 2y - 3 = 0$
 c. $2x - y - 3 = 0$
 d. $2x + y - 3 = 0$
 e. $2x + y + 3 = 0$
7. Persamaan peta garis $x - 2y + 4 = 0$ yang dirotasikan dengan pusat $O(0, 0)$ sejauh $+90^\circ$, dilanjutkan dengan pencerminan terhadap garis $y = x$ adalah ...
- A. $x + 2y + 4 = 0$
 B. $x + 2y - 4 = 0$
 C. $2x + y + 4 = 0$
 D. $2x - y - 4 = 0$
 E. $2x + y - 4 = 0$
8. Matriks transformasi yang mewakili pencerminan terhadap sumbu x dilanjutkan dengan rotasi 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat O adalah ...
- A. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
 B. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$
 C. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 D. $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

E. $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

a. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

e. $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

www.ajarhitung.com

Soal Uraian

Analisis soal berikut ini :

1. Perhatikan jarum apa saja pada jam dinding entah jarum menit, detik maupun jam. Jika jarum dimulai pada angka 2 kemudian diputar 90° , tentukan letak akhir jaum tersebut jika :
 - a. Searah jarum jam
 - b. Berlawanan arah jarum jam
2. Seorang anak berdiri pada lantai berikut ini

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

Seorang anak bermain diatas lantai kotak kotak. Dimisalkan lantai bernomor 1 sampai dengan 64 seperti gambar diatas. Mula-mula anak tersebut berdiri di angka 64 kemudian bergeser 3 satuan ke atas. Anggaphlah garis merah adalah cermin. Dari titik dia bergeser dia melangkah kearah bayangannya dari cermin. Kemudian dia berputar 90° berlawanan arah jarumjam. Di angka berapakah anak tersebut berhenti.

Kunci jawaban :

1. B
2. A
3. B
4. E
5. D
6. A
7. A
8. C

Skor per butirsoal = 1,25

Kunci jawaban Uraian:

1. Perhatikan jam berikut ini



Yang terletak diangka 2 adalah jarum menit. Satu putaran sudut jam adalah 360° , sehingga jarak tiap angka membentuk sudut 30° . Jika angka 2 diputar 90° searah jarum jam, maka akan berhenti pada angka 5 dan jika duputar berlawanan arah jarum jam maka akan berhenti di angka 10.

(skor 20)

2. Seorang anak berdiri pada lantai berikut ini

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

Langkah yang dilalui anak tersebut sebagai berikut :

1. Dari 64 bergeser keatas 3 langkah berhenti pada angka 40.
2. 40 dicerminkan terhadap garis merah berhenti di angka 4
3. Angka 4 di rotasi 90° berlawanan arah jarum jam maka berhenti pada angka 17.

(skor 30)

DAFTAR PUSTAKA

- Kasmira, Toali, Matematika untuk SMK kelas XI , Erlangga, Jakarta.2016.
- Kasmira, Toali, Matematika untuk SMK/MAK kelas XI, Erlangga.2017.
- Made astawan, <http://ilmuhitung.com>,2016
- <https://ringtimesbali.pikiran-rakyat.com/bisnis/pr-28384808/mal-di-jakarta-akan-dibuka-dengan-menerapkan-protokol-kesehatan>
- <https://www.kabarpemupang.com/di-india-pengguna-lift-dan-eskalator-mendapat-perlindungan-asuransi/>
- <https://www.ajarhitung.com/2017/08/contoh-soal-dan-pembahasan-tentang.html>