

MATRIKS dan OPERASI MATRIKS

Standar Kompetensi :

3.2 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian scalar dan perkalian matriks serta transpos

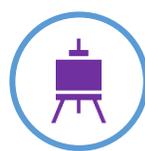
4.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya.



TUJUAN PEMBELAJARAN

Melalui kegiatan pembelajaran model Problem Based Learning yang dipadukan dengan pendekatan TPACK peserta didik mampu :

1. Menganalisis konsep matriks beserta unsur-unsur matriks dengan benar dan tepat
2. Menyajikan model matematika dari suatu masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan kesamaan matriks dengan tepat dan benar.
3. Merancang model masalah kontekstual yg berkaitan dengan matriks ke bentuk operasi matriks dengan benar dan tepat.



INDIKATOR PENCAPAIAN

Indikator pencapaian kompetensi dari materi ini yaitu :

1. Menganalisis konsep matriks beserta unsur matriks berdasarkan masalah kontekstual.
2. Menyajikan model matematika dari suatu masalah kontekstual ke dalam bentuk matriks.
3. Menyajikan model matematika dari suatu masalah kontekstual ke dalam bentuk kesamaan matriks.
4. Menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berhubungan dengan kesamaan matriks.
5. Merancang model masalah kontekstual yg berkaitan dengan matriks ke bentuk operasi matriks.
6. Menyelesaikan masalah kontekstual tentang penjumlahan dan pengurangan matriks.



PERTEMUAN 1



ILUSTRASI A

Sebuah industri rumahan di kawasan Desa Ngemplak Boyolali ber-merk "SHAFIRA COLLECTION" memproduksi tas berbahan kain *Spunbond* yaitu sejenis kain ramah lingkungan yang sekarang menjadi trend sebagai bahan pengganti kantong plastik. Industri ini yaitu Souvenir Bag dan Goody Bag Medium, dan High. Pada tahun 2016 Souvenir Bag sebanyak 1500 buah untuk kualitas Medium dan 200 Sedangkan untuk jenis Goody Bag kualitas Standar, 150 buah untuk kualitas High. Pada tahun jumlah produksi yaitu jenis Souvenir Bag sebanyak 450 buah untuk kualitas Standar, 150 buah untuk kualitas Medium dan 550 buah untuk kualitas High. Sedangkan untuk jenis Goody Bag sebanyak 450 buah untuk kualitas Standar, 150 buah untuk kualitas Medium dan 250 buah untuk kualitas High.



memproduksi dua jenis tas dengan kualitas Standar, industri ini memproduksi jenis untuk kualitas Standar, 300 buah untuk kualitas High. sebanyak 500 buah untuk kualitas Medium dan 350

Gambar ilustrasi A

Sumber foto : <https://www.facebook.com/photo.php?fbid=1864042520320836&set=pb.100001453197951.-2207520000.&type=3&theater>

KONSEP MATRIKS

A. Membangun konsep matriks

Coba perhatikan susunan buku yang ada di perpustakaan sekolahmu. Dalam penyusunan buku tersebut akan tampak letak penyusunan buku dalam bentuk pola baris dan kolom. Demikian juga contoh lain misalnya posisi siswa berbaris pada saat upacara bendera, posisi komputer di laboratorium, susunan tempat duduk pada saat ujian, dll.



Gambar 1. Susunan penataan komputer di lab. SMK Pengudhi Luhur Karangrayung

Bentuk susunan diatas akan membangun sebuah konsep tentang matrik yang nantinya akan kita pelajari lebih lanjut. Sebagai contoh lain misalnya susunan angka dalam bentuk tabel, maka disitu akan nampak jumlah baris dan kolom sesuai dengan ukuran tabelnya. Inilah yang dinamakan suatu konsep matrik. Untuk lebih memahaminya berikut ini akan di tampilkan beberapa problem .
 Sebagai gambaran awal, misalkan untuk **ilustrasi A** yaitu produksi jenis tas dan kualitas per tahun dari industri “Shafira Collection” ditampilkan dalam bentuk tabel sebagai berikut :

Tabel 1.1 Produksi tas tahun 2016

Kualitas \ Jenis	Souvenir Bag (buah)	Goody Bag (buah)
Standar	1500	500
Medium	300	150
High	200	350

Dari data tabel 1.1 diatas dapat kita sajikan kembali tanpa harus dalam bentuk tabel yaitu

$$\begin{bmatrix} 1500 & 500 \\ 300 & 150 \\ 200 & 350 \end{bmatrix} \text{ atau } \begin{pmatrix} 1500 & 500 \\ 300 & 150 \\ 200 & 350 \end{pmatrix}$$

Dari bentuk diatas dapat kita artikan bahwa data tersebut memiliki jumlah baris sebanyak 3 dan jumlah kolom sebanyak 2.

PROBLEM A

Seorang pemandu wisata yang bertugas untuk memandu wisatawan yang berkunjung bermaksud menjemput wisatawan yang datang dari berbagai kota diantaranya Jakarta, Bandung, dan Surabaya.



Sumber peta : google.com/maps/jakarta-surabaya.com

Untuk memaksimalkan waktu penjemputan, pemandu wisata tersebut mencatat jarak yang dia tempuh dari kota satu ke kota yang lainnya melewati jalan tol sebagai berikut ini :

JAKARTA ke BANDUNG 151 km
 JAKARTA ke SURABAYA 782 km
 BANDUNG ke SURABAYA 779 km

Buatlah susunan jarak yang ditempuh oleh pemandu tersebut jika akan menjemput wisatawan dari kota Jakarta. Berikanlah makna dari susunan jarak tersebut jika dikaitkan dengan matrik.

PENYELESAIAN PROBLEM A

Pemandu wisata akan memulai menjemput wisatawan dari kota Jakarta ke kota lainnya. Jarak antar kota dituliskan sebagai berikut :

Tabel 1.2 Jarak antarkota

Jarak (km)	JAKARTA	BANDUNG	SURABAYA
JAKARTA	0	151	782
BANDUNG	151	0	779
SURABAYA	782	779	0

Berdasarkan data diatas maka dapat dilihat jarak antarkota yang akan dilalui oleh pemandu wisata dengan membaca data dari baris ke kolom. Sehingga dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} 0 & 151 & 782 \\ 151 & 0 & 779 \\ 782 & 779 & 0 \end{bmatrix}$$

Dengan demikian susunan jarak antar kota diatas terdiri dari 3 baris dan 3 kolom.



Definisi 1.1

Matriks adalah susunan bilangan yang memuat aturan baris dan kolom yang diletakkan dalam kurung biasa “()” atau kurung bersiku “[]”.

Matriks selalu dinyatakan dalam huruf kapital seperti A,B,C, dan seterusnya. Matriks memiliki baris dan kolom yang didalamnya terdapat elemen matriks yang biasanya dinyatakan dengan menggunakan huruf kecil seperti a, b, c , dan seterusnya tergantung dengan nama matriksnya.

Dimensi matriks merupakan penulisan nama matriks berdasarkan jumlah baris dan jumlah kolomnya. Sebagai contoh dimensi matriks 2×3 (dibaca matriks dua tiga) itu berarti matriks tersebut memiliki 2 baris dan 3 kolom.

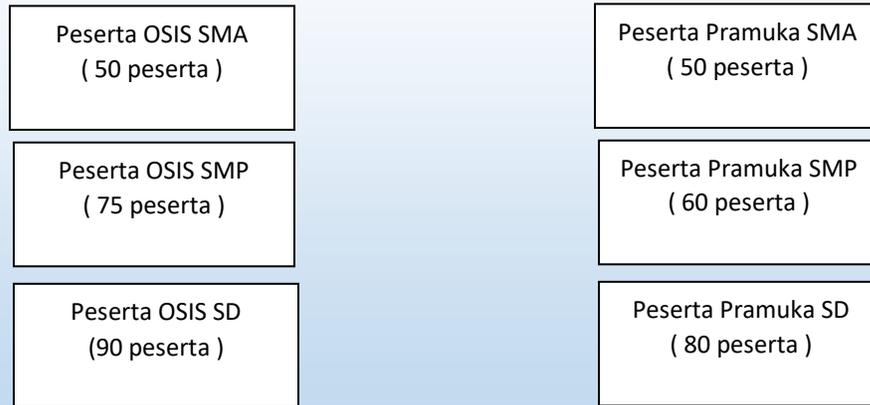
VIDEO TUTORIAL

Untuk lebih jelasnya silahkan perhatikan video berikut ini tentang konsep matrik dalam pemecahan masalah kontekstual. Video bias dilihat pada link berikut ini :

<https://youtu.be/sWOT-0wI56Y>

PROBLEM B

Susunan peserta Pramuka dan OSIS dalam upacara peringatan HUT Kemerdekaan RI di alun-alun kota Purwodadi Kabupaten Grobogan pada tanggal 17 Agustus 2019 digambarkan sebagai berikut :



Gambar : susunan peserta upacara bendera peringatan HUT Kemerdekaan RI

PENYELESAIAN PROBLEM B

Pada gambar diatas menunjukkan peserta pramuka dan OSIS pada acara upacara bendera di alun – alun kabupaten yang terdiri dari 3 baris dan 2 kolom. Sehingga penulisan matriksnya dapat dituliskan sebagai berikut :

$$M = \begin{bmatrix} 50 & 50 \\ 75 & 60 \\ 90 & 80 \end{bmatrix}$$

Matriks M menunjukkan matriks berdimensi 3 x 2 yaitu memiliki jumlah baris 3 dan kolom berjumlah 2. Dimana masing – masing elemennya berada di dalam tanda kurung siku. Misalnya m_{ij} adalah elemen matriks yang berada pada baris ke i dan kolom ke j . Maka dalam penerapannya peserta upacara yang terletak pada baris ke -1 dan kolom ke-1 dapat ditulis $m_{11} = 50$.

Untuk lebih memudahkan, perhatikan matriks M di bawah ini :

$$M = \begin{pmatrix} 50 & 50 \\ 75 & 60 \\ 90 & 80 \end{pmatrix}$$

Elemen baris 1
Elemen baris 2
Elemen baris 3

Elemen kolom 1 Elemen kolom 2

Dengan demikian dapat dinyatakan elemen dari matriks M yaitu

$$m_{11} = 50$$

$$m_{12} = 50$$

$$m_{21} = 75$$

$$m_{22} = 60$$

$$m_{31} = 90$$

$$m_{32} = 80$$

Atau bisa ditulis

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \\ m_{31} & m_{32} \end{pmatrix}$$

Secara umum suatu matriks itu terdiri dari beberapa elemen matriks didalamnya

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & \dots & m_{1j} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & \dots & m_{2j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{i1} & m_{i2} & m_{i3} & \dots & m_{ij} \end{pmatrix}$$

→ Baris ke 1
→ Baris ke 2

→ Baris ke i

↓
↓
↓
↓

Kolom ke 1 Kolom ke 2 Kolom ke 3 Kolom ke j

Definisi 1.2

m_{ij} = elemen matriks pada baris ke-i dan kolom ke-j,

dimana $i = 1,2,3,\dots$ dan $j = 1,2,3,\dots$



matriks M diatas memiliki ordo matrik 3 x 2, yaitu matriks yang memiliki 3 baris dan 2 kolom. Dengan demikian jika matriks pada baris ke-i dan kolom ke-j, maka ordo matriks dapat dinyatakan $i \times j$.

B. Jenis – jenis matriks

NO	JENIS MATRIKS	PEMAHAMAN	CONTOH
1	Matriks Baris	Hanya terdiri dari 1 baris	$B = (3 \ 5 \ 8)$
2	Matriks Kolom	Hanya terdiri dari 1 kolom	$K = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$
3	Matriks persegi	Matriks yang memiliki baris dan kolom yang sama.	$E = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ -1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$
4	Matriks nol (O)	Matriks yang semua elemennya 0 (nol)	$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
5	Matriks diagonal (D)	Matriks persegi yang elemen pada diagonal utamanya tidak semua bernilai nol tetapi semua elemen yang lain sama dengan 0	$H = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $G = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
6	Matriks identitas (I)	Matriks persegi yang elemen diagonal utamanya sama dengan 1 dan elemen yang lain sama dengan 0	$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

C. Transpos Matriks

Suatu matriks $K = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ memiliki transpos matriks yaitu matriks $K' = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

atau $K^T = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa transpos matriks diperoleh dengan cara **merubah posisi** elemen pada baris menjadi elemen pada kolom dalam suatu matriks. Perhatikan berikut ini :

$$K = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} \qquad K^T = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Jika suatu matriks $K = K^T$ maka matriks tersebut dikatakan sebagai **matriks simetris**.

Latihan 1

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 0 & 8 & 11 \\ 17 & 6 & 3 \end{bmatrix}$

a. Sebutkan elemen matriks yang terletak pada:

- 1) Baris ke-1
- 2) Baris ke-2
- 3) Baris ke-3
- 4) Kolom ke-1
- 5) Kolom ke-2
- 6) Kolom ke-3
- 7) Baris ke-3 kolom ke-2
- 8) Baris ke-1 kolom ke-3

b. Sebutkan nomor baris dan nomor kolom yang merupakan posisi dari masing-masing elemen berikut.

- 1) 5
- 2) 3
- 3) -2
- 4) 0
- 5) 17

2. Diketahui sistem persamaan linear berikut.

$$3x + 5y - z = 4$$

$$5x + 2y - 3z = 8$$

$$2x - 4y + 2z = 6$$

- Susunlah koefisien-koefisien x , y dan z dari sistem persamaan linear tersebut dalam matriks A
- Tentukan ordo matriks a
- Hitunglah $a_{32} + a_{21} + a_{13}$



DAFTAR PUSTAKA

Ria Defti. 2017. LEMBAR KERJA SISWA MATRIK.

<https://id.scribd.com/document/361486313/Lkpd-Matriks-Fix>

<https://www.facebook.com/photo.php?fbid=1864042520320836&set=pb.100001453197951.-2207520000.&type=3&theater>

www.google.com/maps/jakarta-surabaya.com

Wiaستی, Asti. 2019. LKPD Matriks pertemuan pertama Materi elemen matriks, ordo, n jenis matriks

<https://id.scribd.com/document/426258566/LKPD-Matriks>

Nugas. 2018. **Matriks Part 1 - Ordo, Elemen, Baris dan Kolom dapat diakses pada**

<https://youtu.be/sWOT-0wI56Y>