GEOMETRI TRANSFORMASI TRANSLASI

(DENGAN MODEL DISCOVERY LEARNING)

BAHAN AJAR MATEMATIKA UMUM

KELAS XI

OLEH

NELLY YANTI, S.Pd

NO. UKG: 201502588090

PPG DALJAB MATEMATIKA ANGKATAN 4

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

UNIVERSITAS PGRI MADIUN

2021

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah saya panjatkan puja dan puji syukur kehadirat Allah SWT yang senantiasa melimpahkan segala rahmat, taufik dan hidayah-Nya sehingga penyusun dapat menyelesaikan Bahan Ajar Pembelajaran Matematika Umum ini, khususnya pada Sub Pokok Bahasan Translasi (Pergeseran).

Bahan ajar ini disusun sebagai penunjang dalam pelaksanaan kegiatan pembelajaran Matematika di sekolah. Di dalam bahan ajar ini disajikan materi pembelajaran matematika secara sederhana, efektif, dan mudah dimengerti yang disertai contoh dalam kehidupan. Modul ini juga dilengkapi contoh soal dan tugas.

Sesuai dengan tujuan dalam pembelajaran matematika, siswa diharapkan dapat memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep, dan mengaplikasikannya untuk memecahkan masalah.Siswa diharapkan mampu menggunakan penalaran, mengomunikasikan gagasan dengan berbagai perangkat matematika, serta memiliki sikap menghargai matematika dalam kehidupan

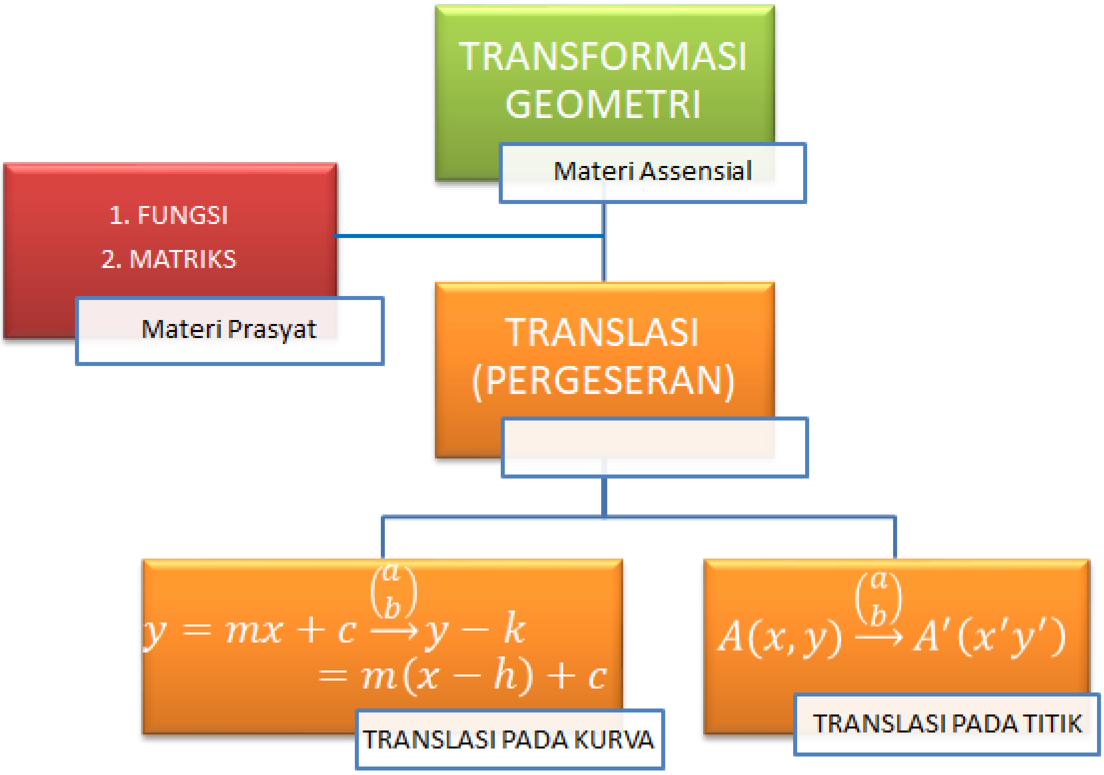
Kami sadar bahwa dalam penulisan modul ini bukan merupakan buah hasil kerja keras penyusun sendiri. Ada banyak pihak yang telah berjasa dalam membantu penyusun dalam menyelesaikan modul ini agar lebih baik. Maka dari itu penyusun mengucapkan banyak terimakasih kepada semua pihak yang telah membantu memberikan wawasan dan bimbingan kepada penyusun sebelum dan setelah menulis modul ini.

Penyusun juga sadar bahwa modul yang dibuat masih belum dapat dikatakan sempurna, Untuk itu, penyusun meminta dukungan dan masukan dari para pembaca agar kedepannya bisa lebih baik lagi dalam menulis bahan ajar berikutnya.

Bandar Lampung, 01 September 2021

DAFTAR ISI

PETA KONSEP


TRANSFORMASI GEOMETRI
Materi Assensial
1. FUNGSI
2. MATRIKS
Materi Prasyat
TRANSLASI (PERGESERAN)
$y = mx + c \xrightarrow{\binom{a}{b}} y - k = m(x - h) + c$
TRANSLASI PADA KURVA
$A(x, y) \xrightarrow{\binom{a}{b}} A'(x'y')$
TRANSLASI PADA TITIK

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran	: Matematika Umum
Kelas	: XI
Semester	: Ganjil
Alokasi Waktu	: 2×45 menit (JP)
Judul Modul	: Transformasi Geometri
Sub Pokok Bahasan	: Translasi (Pergeseran)

B. Kompetensi Inti

KI 3: Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah

KI4: Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan

C. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar	Indikator
3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks	3.5.1 Menemukan sifat-sifat translasi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat 3.5.2 Menghubungkan konsep transalasi terkait dengan konsep matriks 3.5.3 Menemukan bayangan hasil translasi menggunakan matriks
4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi)	4.5.1 Mengubah konsep refleksi terkait dengan konsep matrik 4.5.2 Memecahkan permasalahan yang berkaitan dengan refleksi menggunakan matriks(prosedural).

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Anak-anakku sekalian, modul ini dirancang untuk memfasilitasi kalian dalam melakukan kegiatan belajar secara mandiri. Untuk menguasai materi ini dengan baik, ikutilah petunjuk penggunaan modul berikut.

1. Berdoalah sebelum mempelajari modul ini.
2. Pelajari uraian materi yang disediakan pada setiap kegiatan pembelajaran secara berurutan.
3. Perhatikan contoh-contoh soal yang disediakan dan jika memungkinkan cobalah untuk mengerjakannya kembali.
4. Kerjakan latihan soal yang disediakan, kemudian cocokkan hasil pekerjaan kalian dengan kunci jawaban dan pembahasan pada modul ini.
5. Jika kalian menemukan kendala dalam menyelesaikan latihan soal, cobalah untuk melihat kembali uraian materi dan contoh soal yang ada.
6. Setelah mengerjakan latihan soal, lakukan penilaian diri sebagai bentuk refleksi dari penguasaan kalian terhadap materi pada kegiatan pembelajaran.
7. Ingatlah, keberhasilan proses pembelajaran pada modul ini tergantung pada kesungguhan kalian untuk memahami isi modul dan berlatih secara mandiri.

MATERI PEMBELAJARAN

A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak setelah kegiatan pembelajaran 1 ini kalian diharapkan dapat :

3.5.1 Menemukan sifat-sifat translasi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat

3.5.2 Menghubungkan konsep transalasi terkait dengan konsep matriks

3.5.3 Menemukan bayangan hasil translasi menggunakan matriks

B. Materi Prasyarat

1. Fungsi

Pengertian Fungsi

Pengertian Fungsi: Relasi dari himpunan A ke himpunan B disebut fungsi atau pemetaan jika dan hanya jika setiap anggota himpunan A berpasangan dengan tepat satu anggota himpunan B.

Suatu fungsi atau pemetaan dapat disajikan dalam bentuk himpunan pasangan terurut, rumus, diagram panah, atau diagram cartesius. Fungsi f yang memetakan himpunan A ke himpunan B ditulis dengan notasi:

$$f : A \to B$$

Dengan:

- A disebut domain (daerah asal) dinotasikan D_f
- B disebut Kodomain (daerah kawan) dinotasikan K_f
- $y \epsilon B \mid (x, y) \epsilon R, x \epsilon A$ disebut range (daerah hasil), dinotasikan dengan R_f

2. Matrik

Pengertian Matrik

- Matriks adalah sekumpulan bilangan yang disusun berbentuk persegi panjang atau persegi dan biasanya ditulis dengan simbol huruf Kapital

- syarat: dua matriks dapat dijumlahkan jika ordo kedua matriks tersebut sama.

C. Uraian Materi

Stimulus

Gambar diatas merupakan gambar pesawat terbang dan kereta api yang berada di daerah Lampung, selain kedua alat transformasi diatas , alat tranformasi apa lagi yang sering kalian temui.
Bayangkan ketika kamu melihat pesawat terbang yang sedang lepas landas. Bagaimakah pergerakan pesawat terbang tersebut? Banyangkan ketika kamu melihat kereta api yang sedang berjalan diatas rel. Bagaimanakah pergerakan kereta api tersebut? Apakah bentuk pesawat terbang dan kereta api tersebut berubah? Bagaimana dengan arah pesawat terbang dan kereta api tersebut? Apakah ukuran pesawat dan kereta api tersebut berubah? Pergerakan pesawat dan kereta api ini merupakan penerapan dari materi yang akan kita bahas pada bab ini, yaitu **Translasi**

Identifikasi Masalah

Masalah 3.1

Ayu ingin berangkat ke sekolah. Jika Ayu berangkat dari rumah maka untuk sampai ke sekolah harus berjalan 7 satuan ke arah barat dan berjalan 5 satuan ke arah selatan. Coba kamu sketsa pergerakan Ayu pada bidang cartesius. Dapatkah kamu menemukan proses pergerakan Ayu dari rumah menuju sekolah?

Masalah 3.2

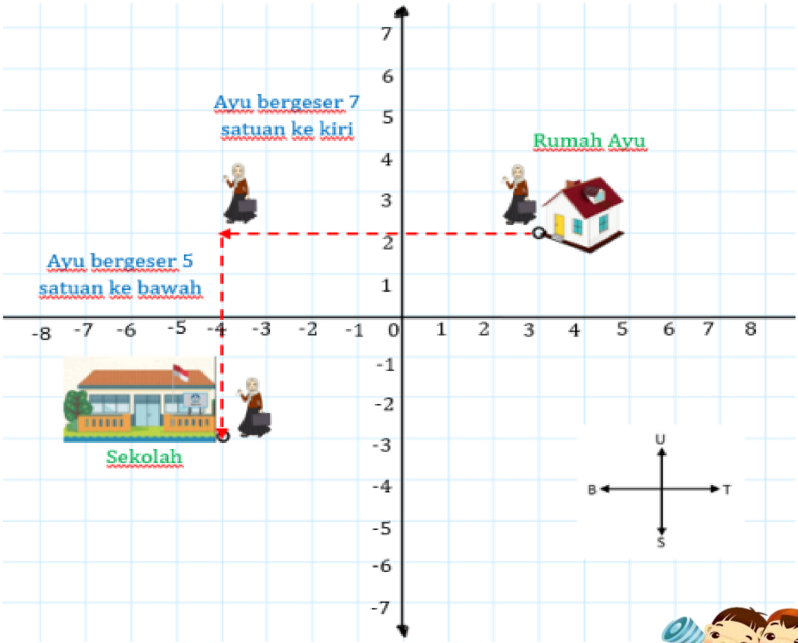
Bimo akan memindahkan lukisan pada dinding dengan menggeser ke kanan sejauh 8 satuan dan ke atas sejauh 3 satuan. Coba kamu sketsa pergerakan lukisan pada bidang Cartesius. Dapatkah kamu menemukan proses pergerakan lukisan dari posisi awal ke posisi akhir

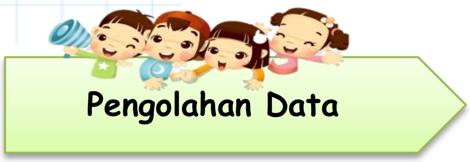
Untuk memudahkan kalian dalam memahami konsep translasi, kalian dapat menggunakan diagram cartecius

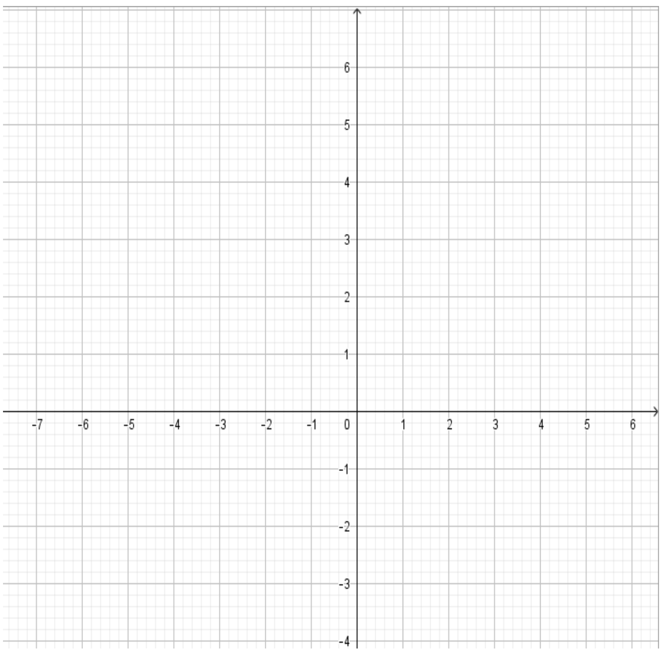
Pungumpulan Data

Kita asumsikan bahwa pergerakan ke arah sumbu x positif adalah ke kanan, pergerakan ke arah sumbu x negatif adalah ke kiri, pergerakan ke arah sumbu y positif adalah ke atas, dan pergerakan ke arah sumbu y negatif adalah ke bawah

Berikut gambar diagram Cartecius pergerakan perjalanan Ayu dari rumah menuju kesekolah







Untuk bisa mengerjakan masalah 3.1 ikuti langkah-langkah berikut ini:

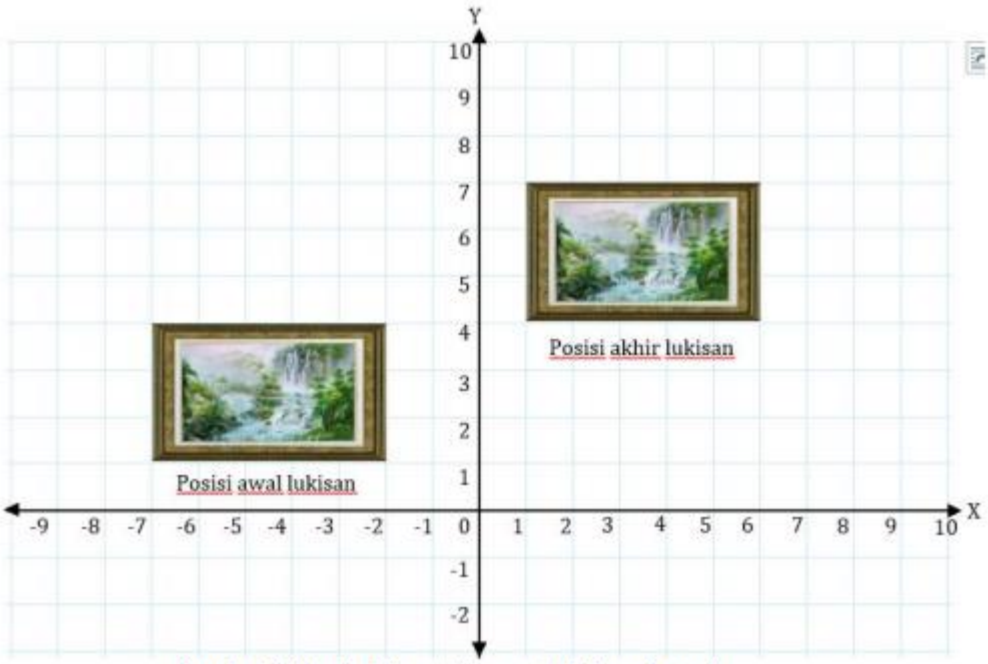
1. Gambarlah titik A pada bidang Cartecius yang berada di koordinat (3,2)
2. Geserkan titik A ke 7 satuan ke kiri.
3. Kemudian lanjutkan dengan menggeserkan 5 satuan ke bawah .

Setelah kamu melakukan aktivitas diatas, coba kamu lengkapi Tabel 3.1 berikut ini.

Tabel 3.1

Titik Awal	Translasi	Proses Titik awal + Translasi	Titik Akhir
(3,2)	$\begin{pmatrix}-7\\-5\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-7\\-5\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}$

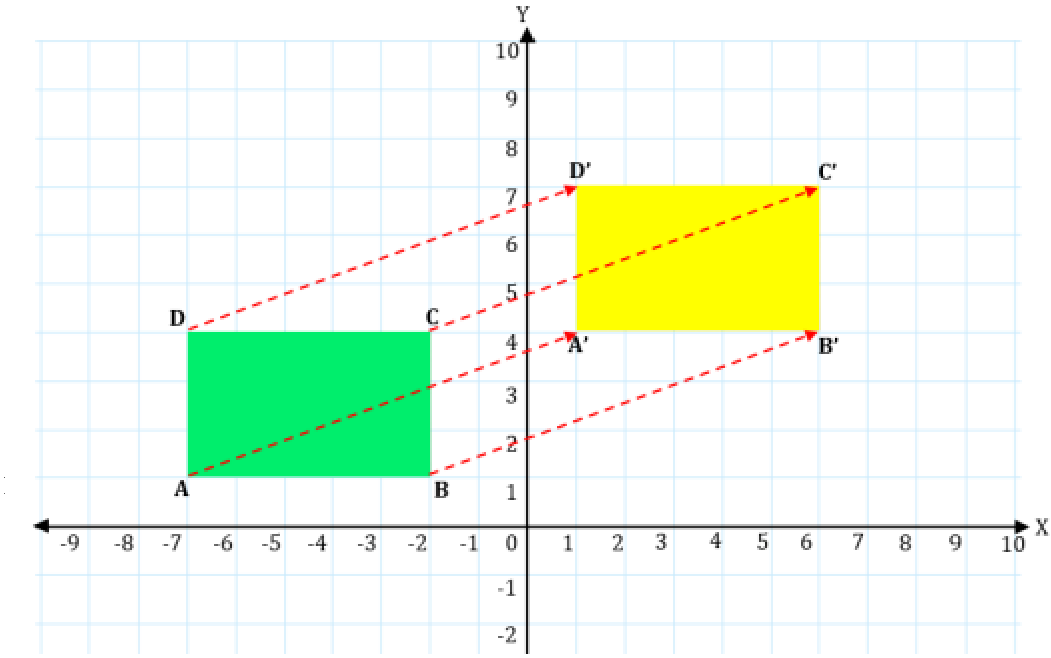
Yuk kita perhatikan gambar berikut!



Gambar 3. Perpindahan lukisan pada bidang Cartesius

Ayo Kita Mencoba

Cobalah kalian perhatikan pergeseran setiap titik lukisan pada bidang koordinat kartesius di bawah ini. Dapatkah kamu tentukan arah dan besar pergeserannya?



Setelah kamu melakukan aktivitas diatas, coba kamu lengkapi Tabel 3.2 berikut ini.

Tabel 3.2, Koordinat Bayangan Hasil Translasi Lukisan

Titik awal	Titik Akhir	Proses Titik awal + Translasi	Translasi
A (-7, 1)	A' (1,4)	$\binom{-7}{1} + \binom{8}{3} = \binom{1}{4}$	$T = \binom{8}{3}$
B (-2,1)	B' (6,4)	$\binom{-2}{1} + \binom{8}{3} = \binom{6}{4}$	$T = \binom{8}{3}$
$C\ (-2, 4)$	$C'(6,7)$	$\binom{-2}{4} + \binom{8}{3} = \binom{6}{7}$	$T = \binom{8}{3}$
$D(-7, 4)$	$D'(1,7)$	$\binom{-7}{4} + \binom{8}{3} = \binom{1}{7}$	$T = \binom{8}{3}$

Pergeseran pada titik-titik sudut lukisan tersebut merupakan contoh *Translasi atau Pergeseran*. dengan posisi awal titik sudut lukisan disebut dengan objek/titik awal dan posisi lukisan setelah digeser disebut dengan banyangan.

Berdasarkan pengamatan pada pergerakan ayu dan pergeseran lukisan, dan obyek-obyek disekitar kita dan pergeseran obyek-obyek dibidang kartesius (masalah 3.1 dan masalah 3.2) dapat disimpulkan sifattranslasi sebagai berikut.

Tabel 3.3 Sifat Translasi

Sifat	Ya / Tidak
Bangun yang ditranslasikan mengalami perubahan bentuk.	Tidak
Bangun yang ditranslasikan mengalami perubahan ukuran.	Tidak
Bangun yang ditranslasikan mengalami perubahan posisi.	Iya
Luas bangun yang ditranslasikan mengalamiperubahan.	Tidak

Pembuktian

Titik A(x,y) ditranslasikan oleh T(a,b) menghasilkan bayangan A′(x',y'), ditulis

$$A(x,y) \xrightarrow{T\binom{a}{b}} A'(x',y')$$

$$\binom{x'}{y'} = \binom{x}{y} + \binom{a}{b}$$

Sifat Translasi

Bangun yang digeser/translasi tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran

Berdasarkan pengamatan tabel, secara umum diperoleh konsep

Kesimpulan

Untuk lebih memahami konsep translasi, mari kita lihat contoh soal berikut ini.

Contoh Soal 1

a. Tentukan bayangan dari titik A(5,2) oleh translasi $T = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

b. Tentukan bayangan dari titik B(-2,3) oleh translasi $T = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$

Jawab :

a. Dengan proses penjumlahan seperti pada table 3.1, bayangan titik A(5,2) oleh transalasi $T = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$adalah $A'(2,6)$.

   Proses aljabarnya:

$$A\ (5,2) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}} A'(5 + (-3), 2 + 4)$$

$$A'\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (-3) \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

b. Dengan proses penjumlahan seperti pada table 3.1, bayangan titik B(-2,3) oleh transalasi $T = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$adalah $B'(3, -3)$.

   Proses aljabarnya:

$$B\ (-2,3) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}} B'(-2 + 5, 3 + (-6))$$

$$A'\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ (-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

1.2 Translasi pada Kurva

Secara umum, suatu garis $y = mx + c$ ditranslasikan dengan translasi $T\begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix}$ ke bayangannya yaitu: $y - k = m(x - h) + c$ dinyatakan dalam notasi pemetaan:

$$\boxed{y = mx + c \xrightarrow{T=\begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix}} y - k = m(x - h) + c}$$

Untuk lebih memahami, mari kita lihat contoh soal berikut ini.

Contoh Soal 2

Diketahui garis g: $2y = 3x + 6$. Tentukan bayangan garis g oleh translasi $T = \binom{5}{2}$

Jawab :

$$g \xRightarrow{T=\binom{5}{2}} g'$$

$$(x, y) \xRightarrow{T=\binom{5}{2}} (x', y')$$

Sehingga:

$$\binom{x'}{y'} = \binom{x}{y} + \binom{5}{2}$$

- $x' = x + 5 \Rightarrow x = x' - 5$
- $y' = y + 2 \Rightarrow y = y' - 2$

Subsitusi $x = x' - 5$ dan $y = y' - 2$ ke persamaan garis g.

$2y = 3x + 6$

$2(y' - 2) = 3(x' - 5) + 6$

$2y' - 4 = 3x' - 15 + 6$

$2y' = 3x' - 15 + 6 + 4$

$2y' = 3x' - 5$

Jadi, persamaan bayangan garis g: $2y = 3x + 6$ adalah $2y' = 3x' - 5$

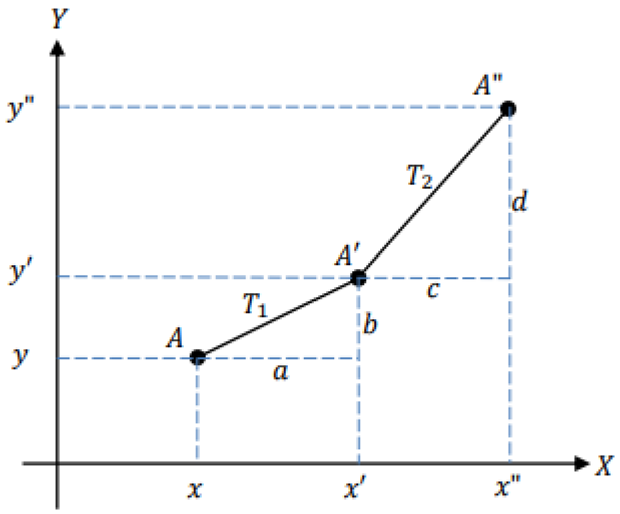
Komposisi Translasi

Bentuk komposisi translasidapat diamati pada Gambar 3.5

Titik A ditranslasikan oleh $T_1 = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ menghasilkan titik A',

lalu titik A' ditranslasikan kembali oleh $T_2 = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$

menghasilkan titik A". Proses yang demikian disebut Komposisi Translasi



Gambar 3.5

Komposisi Translasi pada Titik A dapat ditulis dengan :

$$(x, y) \xrightarrow{\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} (x + a, y + b) \xrightarrow{\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}} (x + a + c, y + b + d)$$

Jika dinyatakan dalam bentuk matrik :

$$A' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + a + c \\ y + b + d \end{pmatrix}$$

Untuk lebih memahami, mari kita lihat contoh soal berikut ini.

Contoh Soal 3

Tentukan hasil translasi pada titik C (-3,4)

oleh $T_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$dilanjutkan oleh $T_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$

Jawab:

Hasil komposisi translasi titik C

Hasil translasi titik (x,y) oleh T_1 dilanjutkan oleh T_2 adalah (x", y")

$$A' \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3+2+6 \\ 4+4+(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Jadi hasil Translasi dari titik C adalah C''=(5,6)

C. Rangkuman

1. **Translasi (pergeseran)** adalah transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang dengan arah dan jarak tertentu.
2. Titik $A(x, y)$ ditranslasikan oleh $T\ (\ a\ b\ )$ menghasilkan bayangan $A'(x\ ', y\ ')$ ditulis dengan $A\ (x, y) \xRightarrow{T=\binom{a}{b}} A'(x', y')$
3. Bentuk persamaan matriks translasi : $\binom{x'}{y'} = \binom{x}{y} + \binom{a}{b}$
4. $T\binom{a}{b}$disebut komponen translasi, a merupakan pergeseran secara horizontal dan b merupakan pergeseran secara vertikal.
5. Titik A' disebut bayangan titik A yang telah ditranformasi.

D. Penilaian Diri/Refleksi Diri

Anak-anak, isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	.Ya	Tidak
1.	Apakah kalian memahami pengertian translasi?		
2.	Apakah kalian dapat menentukan translasi dari suatu titik?		
3.	Apakah kalian dapat menentukan translasi dari suatu kurva?		

Catatan:

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

E. Latihan

Anak- anak untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep kalian terhadap translasi kerjakan soal latihan berikut:

Soal Essay

Jawablah soal-soal berikut dengan jelas dan benar.

1. Tentukan bayangan dari titik A(-2,3) oleh translasi $T = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$

2. Garis l : $2x - 3y + 12 = 0$ ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$. Tentukan persamaan hasil translasi garis l adalah …

3. Garis g ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$menghasilkan garis g ' : $3x - 2y - 6 = 0$. Tentukan persamaan garis g adalah …

4. Kurva lingkaran $L = (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 36$ ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$, tentukan bayangan kurva L adalah …

5. Diketahui Parabola $y + 3 = (x + 2)^2$ diranslasi $T = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$,tentukan persamaan bayangan parabola tersebut.

6. Titik A(-9,5) ditranslasikan oleh $T_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$, kemudian dilanjutkan dengan Traslasi $T_2 = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$. Bayangan titik A adalah....

7. Lingkaran $L = x^2 + y^2 = 4$ ditranslasikan oleh $T_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, kemudian dilanjutkan dengan traslasi $T_2 = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$. Tentukan persamaan umum bayangan kurva L tersebut.

8. Diketahui parabola yang persamaannya $y = x^2 - 4x + 3$. Persamaan bayangan parabola tersebut setelah mendapat transalasi T_1 adalah $y = x^2 - 4x$.

Pembahasan Soal Uraian

<table>
<tr><th>No.</th><th>Pembahasan Soal Uraian</th><th>Skor</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Proses aljabarnya:
$$A\ (-2,3) \xrightarrow{T\binom{5}{-6}} A'(-2+5, 3+(-6))$$
$$A' = \begin{pmatrix} -2+5 \\ 3+(-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$
Jadi bayangan titik A yaitu $A' = (3. -3)$</td><td>5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Diketahui persamaan garis $l : 2x - 3y + 12 = 0$ ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.
Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $2x - 3y + 12 = 0$ sehingga
$$A(x,y) \xrightarrow{T=\binom{1}{-2}} A'(x'y')$$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+1 \\ y-2 \end{pmatrix}$.
Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh
$x' = x + 1 \rightarrow x = x' - 1$ $y' = y - 2 \rightarrow y = y' + 2$
Substitusi $x = x' - 1$ dan $y = y' + 2$ ke persamaan garis $2x - 3y + 12 = 0$
sehingga diperoleh $2(x' - 1) - 3(y' + 2) + 12 = 0$
$2x' - 2 - 3y' - 6 + 12 = 0$
$2x' - 3y' - 2 - 6 + 12 = 0$
$2x' - 3y' + 4 = 0$
$2x - 3y + 4 = 0$
Jadi persamaan bayangan garis l adalah $2x - 3y + 4 = 0$</td><td>2
3
5</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Diketahui persamaan garis $g' : 3x - 2y - 6 = 0$ ditranslasikan oleh
$T = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.
Misal titik $A'(x', y')$ memenuhi persamaan $g' : 3x - 2y - 6 = 0$, sehingga
$$A(x,y) \xrightarrow{T=\binom{-1}{3}} A'(x'y')$$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-1 \\ y+3 \end{pmatrix}$.</td><td>2
3</td></tr>
</table>

	Sehingga didapat : $x' = x - 1$ dan $y' = y + 3$ Substitusi $x' = x - 1$ dan $y' = y + 3$ ke persamaan g ' : $3x - 2y - 6 = 0$ sehingga diperoleh $3(x - 1) - 2(y + 3) - 6 = 0$ $3x - 3 - 2y - 6 = 0$ $3x - 2y - 3 - 6 = 0$ $3x - 2y - 9 = 0$ Jadi persamaan garis g adalah $3x - 2y - 9 = 0$	5
4.	Diketahui persamaan kurva L $= (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 36$ ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ $$(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 36 \xrightarrow{T=\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}} (x'y')$$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}.$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 5 \\ y - 3 \end{pmatrix}.$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = x + 5 \rightarrow x = x' - 5$, $y' = y - 3 \rightarrow y = y' + 3$ Substitusi $x = x' - 5$ dan $y = y' + 3$ ke kurva L $= (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 36$ sehingga diperoleh $((x' - 5) + 2)^2((y' + 3) - 4)^2 = 36$ $$(x' - 3)^2(y' - 1)^2 = 36$$ Jadi persamaan bayangan kurva L adalah $$(x' - 3)^2(y' - 1)^2 = 36$$	2 3 5
5.	Diketahui persamaan parabola $y + 3 + (x + 2)^2 = 36$ ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ $$(y + 3) + (x + 4)^2 \xrightarrow{T=\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}} (x'y')$$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}.$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 6 \\ y + 4 \end{pmatrix}.$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = x + 6 \rightarrow x = x' - 6$, $y' = y + 4 \rightarrow y = y' - 4$	2 3 5

	Substitusi $x = x' - 6$ dan $y = y'$ - 4 ke persamaan parabola $y + 3 = (x + 2)^2$ sehingga diperoleh $\left((y' - 4) + 3\right) = ((x' - 6) + 2)^2$ $$(y' - 1) = (x' - 4)^2$$ Jadi persamaan bayangan parabola $y + 3 + (x + 2)^2 = 36$ adalah $$(y' - 1) = (x' - 4)^2$$	
6	Proses aljabarnya: $A\ (-9{,}5) \xRightarrow{T\binom{-3}{-1}} A'\left(-9 + (-3), 5 + (-1)\right) \xRightarrow{T\binom{8}{-4}} A''(-9 + (-3) + 8, 5 +$ $(-1) + (-4)$ $A' = \begin{pmatrix} -9 + (-3) + 8 \\ 5 + (-1) + (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ Jadi bayangan titik A yaitu $A' = (-4.0)$	5 5
7	Diketahui persamaan kurva $L = x^2 + y^2 = 4$ ditranslasikan oleh $T_1 = \binom{1}{3}$ dan dilanjutkan $T_2 = \binom{-4}{-3}$ $$L = x^2 + y^2 = 4 \xrightarrow{T_1 = \binom{1}{3}} (x'y') \xrightarrow{T_2\binom{-4}{-3}} (x'', y'')$$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}.$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + (-3) \\ y + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 3 \\ y + 0 \end{pmatrix}.$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $x' = x - 3 \rightarrow x = x' + 3$, $y' = y + 0 \rightarrow y = y'$ Substitusi $x = x' + 3$ dan $y = y'$ ke kurva $L = x^2 + y^2 = 4$ sehingga diperoleh $(x' + 3)^2 + {y'}^2 = 4$ Jadi persamaan bayangan kurva L adalah $$(x + 3)^2 + (y)^2 = 4$$	3 5 7
8	Diketahui persamaan parabola y= $x^2 - 4x + 3$ ditranslasikan oleh $$\mathrm{y} = x^2 - 4x + 3 \xrightarrow{T_1 = \binom{a}{b}} (y = x^2 - 4x) \xrightarrow{T_2\binom{c}{d}} (y = x^2 + 3)$$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + a \\ y + b \end{pmatrix}.$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh	3 5

	$x' = x + a,\ \ y' = y + b$ Substitusi $x' = x + a$ dan $y' = y + b$ ke kurva y= $x^2 - 4x$ sehingga diperoleh ($y = x^2 - 4x + 3$). $y + b = (x + a)^2 - 4(x + a) \rightarrow y = x^2 - 4x + 3$ $y = (x + a)^2 - 4(x + a) - b \rightarrow y = x^2 - 4x + 3$ Maka kita dapat $(x + a)^2 = x^2$ ....pers 1 $-4(x + a) = -4x$ .... pers 2 $-b = 3 \ \rightarrow b = -3$ .... pers 3 Dari per 1 dan 2 maka didapat $(x + a) = x \rightarrow a = 0$ Sehingga $T_1 = \binom{0}{-3}$	

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan= $\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ total} x$ 100%

Kriteria
90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

DAFTAR PUSTAKA

B.K. Noormandiri. 2017. Matematika untuk SMA/MA Kelas XI Kelompok Wajib. Jakarta: Erlangga

Drs. Sobirin. 2008. Fokus Matematika Siap UN SMA/MA. Jakarta: Erlangga

Manullang, Sudianto. dkk. 2017. Matematika SMA/MA Kelas XI. Jakarta : Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan

Istiqomah. S.Pd. 2020. Modul Pembelajaran SMA Matematika Umum Kelas XI. Jakarta: Direktorat SMA, Direktorat Jendral PAUD, DIKDAS, dan DIKMEN

http://tomyherawansman48jkt.blogspot.com/2015/06/bab-v-transformasi.html

GLOSARIUM

.

Geometri	: Cabang matematika yang menerangkan sifat-sifat garis, sudut, bidang, dan ruang
Transformasi	: Perubahan posisi dan ukuran dari suatu objek (titik, garis, kurva, bidang) T
Transformasi Geometri	: Perubahan posisi dan ukuran dari suatu objek (titik, garis, kurva, bidang) dan dapat dinyatakan dalam gambar dan matriks
Matriks	: Susunan sekelompok bilangan dalam suatu jajaran berbentuk persegi panjang yang diatur berdasarkan baris dan kolom dan diapit oleh tanda kurung
Translasi	: Transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang dengan arah dan jarak tertent

GEOMETRI TRANSFORMASI REFLEKSI

(DENGAN MODEL DISCOVERY LEARNING)

BAHAN AJAR MATEMATIKA UMUM

KELAS XI

OLEH

NELLY YANTI, S.Pd

NO. UKG: 201502588090

PPG DALJAB MATEMATIKA ANGKATAN 4

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

UNIVERSITAS PGRI MADIUN

2021

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah saya panjatkan puja dan puji syukur kehadirat Allah SWT yang senantiasa melimpahkan segala rahmat, taufik dan hidayah-Nya sehingga penyusun dapat menyelesaikan Bahan Ajar Pembelajaran Matematika Umum ini, khususnya pada Sub Pokok Bahasan Refleksi (Pencerminan).

Bahan ajar ini disusun sebagai penunjang dalam pelaksanaan kegiatan pembelajaran Matematika di sekolah. Di dalam bahan ajar ini disajikan materi pembelajaran matematika secara sederhana, efektif, dan mudah dimengerti yang disertai contoh dalam kehidupan. Modul ini juga dilengkapi contoh soal dan tugas.

Sesuai dengan tujuan dalam pembelajaran matematika, siswa diharapkan dapat memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep, dan mengaplikasikannya untuk memecahkan masalah.Siswa diharapkan mampu menggunakan penalaran, mengomunikasikan gagasan dengan berbagai perangkat matematika, serta memiliki sikap menghargai matematika dalam kehidupan

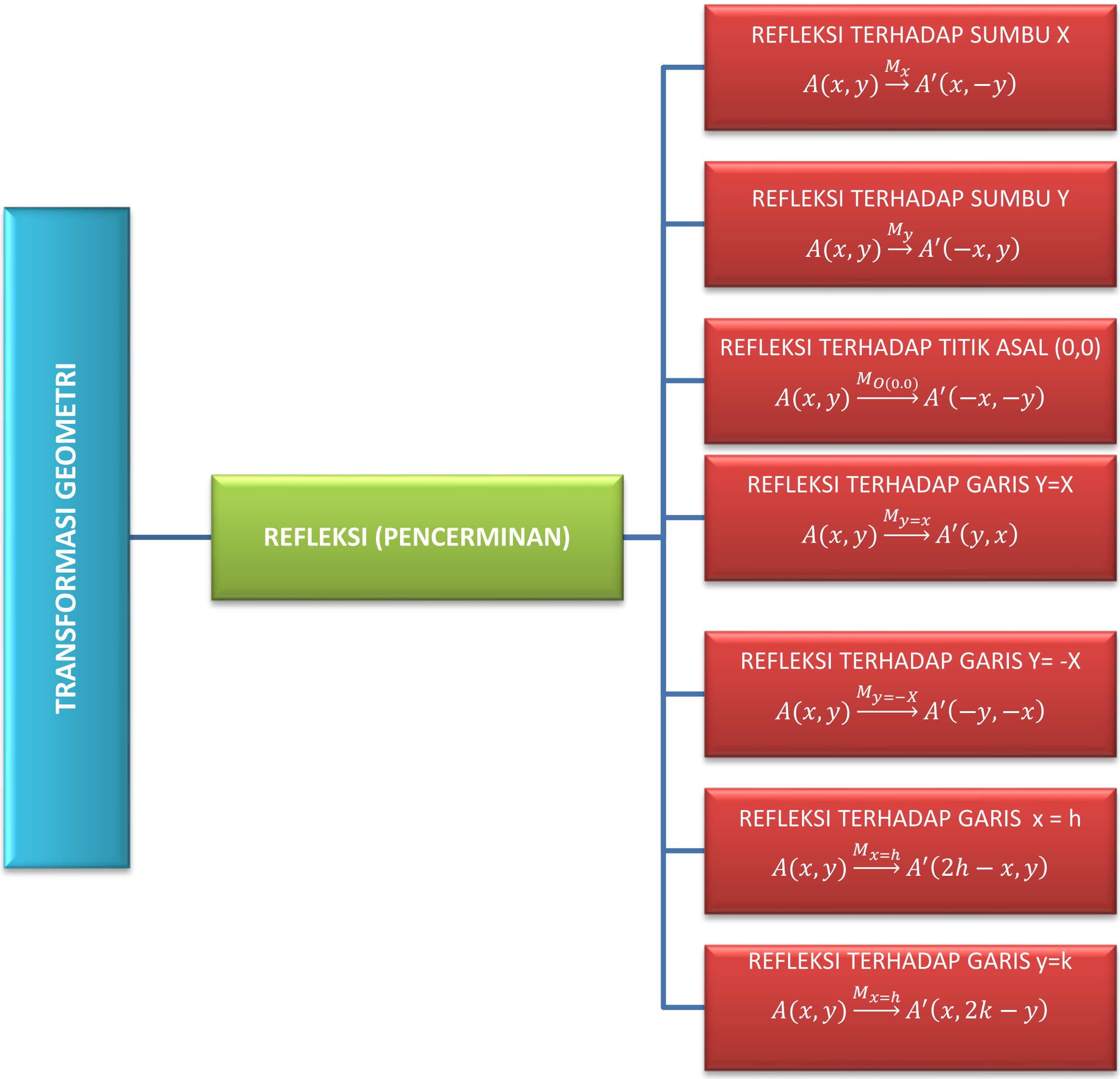
Kami sadar bahwa dalam penulisan modul ini bukan merupakan buah hasil kerja keras penyusun sendiri. Ada banyak pihak yang telah berjasa dalam membantu penyusun dalam menyelesaikan modul ini agar lebih baik. Maka dari itu penyusun mengucapkan banyak terimakasih kepada semua pihak yang telah membantu memberikan wawasan dan bimbingan kepada penyusun sebelum dan setelah menulis modul ini.

Penyusun juga sadar bahwa modul yang dibuat masih belum dapat dikatakan sempurna, Untuk itu, penyusun meminta dukungan dan masukan dari para pembaca agar kedepannya bisa lebih baik lagi dalam menulis bahan ajar berikutnya.

Bandar Lampung, 01 September 2021

DAFTAR ISI

PETA KONSEP


TRANSFORMASI GEOMETRI
REFLEKSI (PENCERMINAN)
REFLEKSI TERHADAP SUMBU X
$A(x, y) \xrightarrow{M_x} A'(x, -y)$
REFLEKSI TERHADAP SUMBU Y
$A(x, y) \xrightarrow{M_y} A'(-x, y)$
REFLEKSI TERHADAP TITIK ASAL (0,0)
$A(x, y) \xrightarrow{M_{O(0.0)}} A'(-x, -y)$
REFLEKSI TERHADAP GARIS Y=X
$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(y, x)$
REFLEKSI TERHADAP GARIS Y= -X
$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(-y, -x)$
REFLEKSI TERHADAP GARIS x = h
$A(x, y) \xrightarrow{M_{x=h}} A'(2h - x, y)$
REFLEKSI TERHADAP GARIS y=k
$A(x, y) \xrightarrow{M_{x=h}} A'(x, 2k - y)$

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran	: Matematika Umum
Kelas	: XI
Semester	: Ganjil
Alokasi Waktu	: 2×30 menit (2 JP)
Judul Modul	: Transformasi Geometri
Sub Pokok Bahasan	: Refleksi (Pencerminan)

B. Kompetensi Inti

KI 3: Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah

KI4: Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan

C. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar	Indikator
3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks	3.5.1 Menemukan sifat-sifat refleksi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat 3.5.2 Menghubungkan konsep refleksi terkait dengan konsep matriks 3.5.3 Menemukan bayangan hasil refleksi menggunakan matriks
4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi)	4.5.1 Mengubah konsep refleksi terkait dengan konsep matriks 4.5.2 Memecahkan permasalahan yang berkaitan dengan refleksi menggunakan matriks(prosedural).

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Anak-anakku sekalian, modul ini dirancang untuk memfasilitasi kalian dalam melakukan kegiatan belajar secara mandiri. Untuk menguasai materi ini dengan baik, ikutilah petunjuk penggunaan modul berikut.

1. Berdoalah sebelum mempelajari modul ini.
2. Pelajari uraian materi yang disediakan pada setiap kegiatan pembelajaran secara berurutan.
3. Perhatikan contoh-contoh soal yang disediakan dan jika memungkinkan cobalah untuk mengerjakannya kembali.
4. Kerjakan latihan soal yang disediakan, kemudian cocokkan hasil pekerjaan kalian dengan kunci jawaban dan pembahasan pada modul ini.
5. Jika kalian menemukan kendala dalam menyelesaikan latihan soal, cobalah untuk melihat kembali uraian materi dan contoh soal yang ada.
6. Setelah mengerjakan latihan soal, lakukan penilaian diri sebagai bentuk refleksi dari penguasaan kalian terhadap materi pada kegiatan pembelajaran.
7. Ingatlah, keberhasilan proses pembelajaran pada modul ini tergantung pada kesungguhan kalian untuk memahami isi modul dan berlatih secara mandiri.

MATERI PEMBELAJARAN

A. Tujuan Pembelajaran

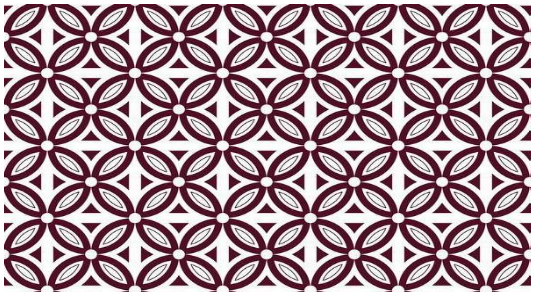
Anak-anak setelah kegiatan pembelajaran 1 ini kalian diharapkan dapat :

3.5.1 Menemukan sifat-sifat refleksi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat
3.5.2 Menghubungkan konsep refleksi terkait dengan konsep matriks
3.5.3 Menemukan bayangan hasil refleksi menggunakan matriks

B. Uraian Materi

Stimulation/Stimulus

Batik Lampung –Batik tulis Indonesia



Batik Kawung – Semarangpos.com

Anak-anak coba kalian perhatikan motif batik di atas. Pernahkah kalian melihat motif batik seperti di atas?

Identifikasi Masalah

Bangsa Indonesia kaya akan beragam motif batik. Bahkan batik Indonesia telah diakui UNESCO sebagai warisan dunia. Setiap daerah di Indonesia memiliki corak dan motif yang berbeda-beda. Dimana corak-corak batik tersebut menunjukkan ciri khas setiap daerah di Indonesia.

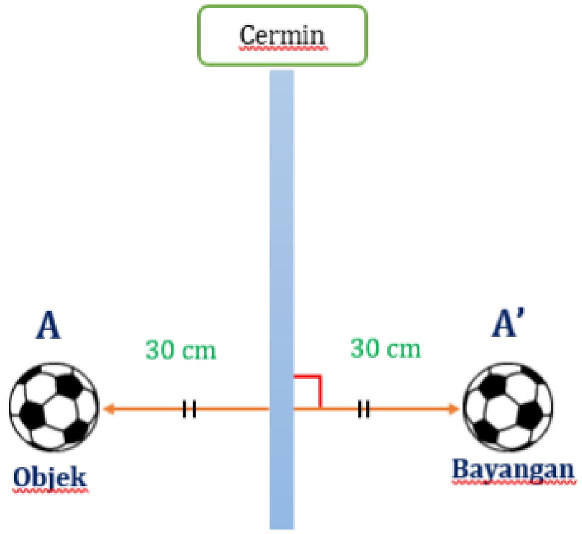
Ada beberapa corak batik Indonesia yang menggunakan prinsip Transformasi Geometri yaitu Refleksi, seperti contoh gambar batik di atas misalnya, yaitu Batik motif kapal dari Lampung dan batik Kawung dari Semarang. Motif ini selalu berulang mengikuti pola seperti pencerminan. Kita bisa melihat seolah-olah direfleksikan atau dicerminkan terhadap garis koordinat.

Bercermin merupakan kegiatan yang sering kita lakukan dalam kehidupan sehari-hari. Tetapi pernahkan kita berpikir bagaimana bentuk bayangan yang dihasilkan pada cermin? Bagaimana jarak bayangan yang dihasilkan terhadap cermin? untuk menjawab pertanyaan tersebut, yuk kita simak ilustrasi 1 dan ilustrasi 2

Pengumpulan Data

Ilustrasi .1

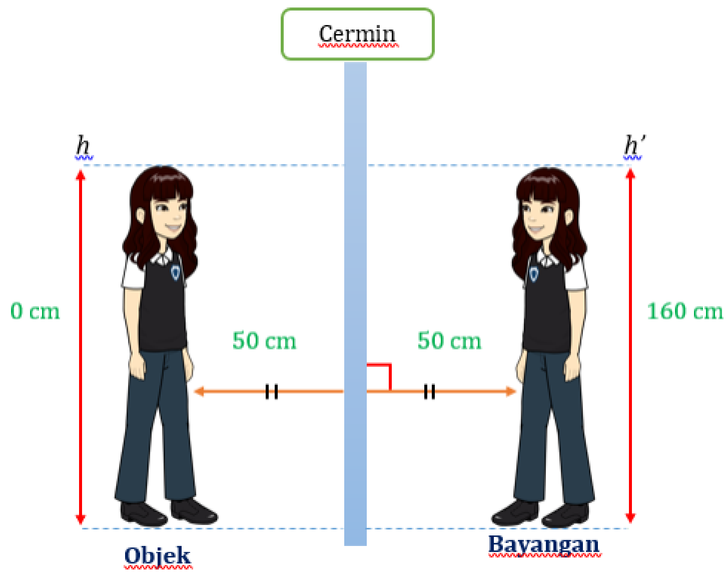
Terdapat sebuah bola yang diletakkan dihadapan cermin dengan jarak 30 cm. Bagaimana hasil refleksi bola terhadap cermin? Bagaimana jarak bayangan bola terhadap cermin ?



Gambar 5. Bola dihadapan cermin dengan jarak 30 cm

Ilustrasi .2

Rani berdiri di depan cermin dengan jarak 50 cm dan tinggi Rani adalah 160 cm. Bagaimana hasil refleksi Rani terhadap cermin? Bagaimana jarak bayangan Rani terhadap cermin ?



Gambar 6. Rani berdiri dihadapan cermin

Berdasarkan pengamatan pada ilustrasi 1 dan ilustrasi.2 dapat peroleh sifat-sifat refleksi seperti ditabel 3.1 dibawah ini.

Tabel 3.1 Sifat Refleksi

Sifat	Ya / Tidak
Bangun yang direfleksikan mengalami perubahan bentuk.	Tidak
Bangun yang direfleksikan mengalami perubahan ukuran.	Tidak
Bangun yang direfleksikan mengalami perubahan posisi.	Ya
Bangunan yang direfleksikan memiliki jarak yang sama dari garis invarian (tetap)	Ya

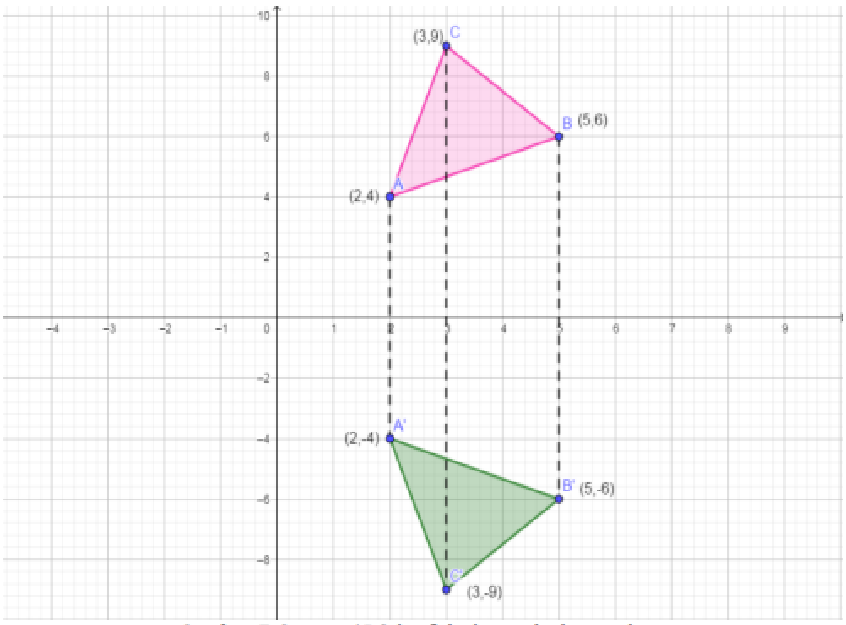
Dengan melihat dari sifat Refleksi diatas dapatkah sekarang kalian memberikan Definisi apa itu Refleksi?

Refleksi (pencerminan) adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin. Refleksi disimbolkan dengan Ma dengan a merupakan sumbu cermin

Jenis- jenis Refleksi

1. Refleksi terhadap sumbu x

Anak-anakku, kita akan menemukan konsep pencerminan terhadap sumbu x dengan mengamati pencerminan segitiga ABC pada gambar 7. Bagaimana bayangan segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap sumbu X?



Gambar 7. Segitiga ABC direfleksikan terhadap sumbu x
Sumber : http://panduangeogebra.blogspot.com/

Tentukan bayangan titik P,Q, dan R jika dicerminkan terhadap sumbu x denganmengisi tabel 3.2 berikut ini !

Tabel 3.2 Koordinat pencerminan titik pada persegi terhadap sumbu x

Koordinat Obyek	Koordinat Bayangan
A (2, 4)	A' (2,-4)
B (5, 6)	B' (5, -6)
C (3, 9)	C' (3, -9)

Dari hasil tersebut diperoleh,

Jika titik A (x,y) dicerminkan terhadap sumbu x, maka akan menghasilkan bayangan A' (x, -y)

Pembuktian

Anak-anakku, mari kita mencari matriks pencerminan terhadap sumbu x.

Kita misalkan matriks transformasinya adalah $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Sehingga $A(x, y) \xrightarrow{M_x} A'(x, y)$

$$\begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

Dengan kesamaan dua matriks diperoleh:
$x = ax + by$ agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka $a = 1$ dan $b = 0$
Cek : Substitusi $a = 1$ dan $b = 0$ ke persamaan $x = ax + by$

$$x = 1 \cdot x + 0 \cdot y$$
$$x = x$$

$-y = cx + dy$ agar rus kiri dan kanan bernilai sama maka $c = 0$ dan $d = -1$
Cek : Substitusi $c = 0$ dan $d = -1$ ke persamaan $-y = cx + dy$

$$-y = 0 \cdot x + (-1) \cdot y$$
$$-y = -y$$

Berdasarkan uraian di atas diperoleh
matriks pencerminan terhadap sumbu x adalah $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Kesimpulan

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu x menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A\,(x.y) \xrightarrow{M_x} A'(x, y)$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Untuk lebih memahami konsep pencerminan terhadap sumbu x perhatikan beberapa contoh soal berikut.

Contoh soal 1

1. Jika titik $B(2, 5)$ dicerminkan terhadap sumbu x maka bayangan titik B adalah …

2. Jika garis l: $3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap sumbu x maka hasil bayangan garis l adalah …

Pembahasan:

1. $B\ (2\,, 5) \overset{M_x}{\rightarrow} B'(x, y)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + 0 \\ 0 + (-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan titik B adalah B'(2, -5)

2. $A\ (x\,, y) \overset{M_x}{\rightarrow} A'(x, y)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = x \rightarrow x = x'$$

$$y' = -y \rightarrow y = -y'$$

Substitusi $x = x'$ dan $y = -y'$ ke persamaan garis l $3x - 2y - 5 = 0$

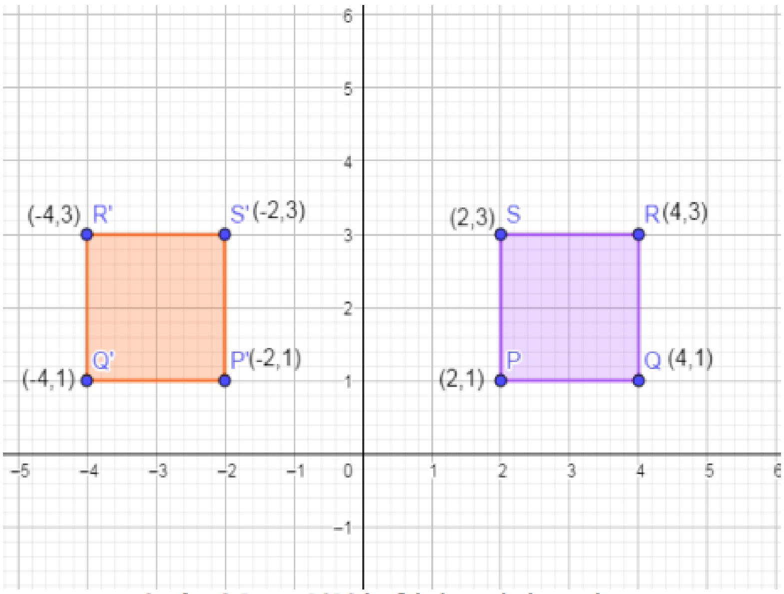
Sehingga didapat: $3(x') - 2(-y') - 5 = 0$

$3x' + 2y' - 5 = 0$

Jadi, persamaan bayangan garis l adalah $3x + 2y - 5 = 0$

2. Refleksi terhadap sumbu y

Anak-anakku, untuk memahami konsep refleksi terhadap sumbu y mari kita amati pencerminan persegi PQRS. Bagaimana perubahan setiap titik P, Q, R, dan S pada persegi PQRS setelah dicerminkan terhadap sumbu y?



Gambar 8. Persegi PQRS direfleksikan terhadap sumbu y
Sumber : http://panduangeogebra.blogspot.com/

Pada gambar di atas, kita dapat melihat bahwa persegi P'Q'R'S' merupakan hasil bayangan persegi PQRS setelah dicermikan terhadap sumbu y pada koordinat cartesius. Agar mudah memahami perubahan koordinat setiap titik pada persegi dapat dilihat pada tabel 3.3 berikut.

Tabel 3.3 Koordinat pencerminan titik pada persegi terhadap sumbu y

Koordinat Obyek	Koordinat Bayangan
P (2, 1)	P' (-2,1)
Q (4, 1)	Q' (-4, 1)
R (4, 3)	R' (-4, 3)
S (2, 3)	S' (-2,3)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 8 dan tabel 3, secara umum diperoleh

Jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu y, maka akan menghasilkan bayangan $A'(-x, y)$

Pembuktian

Anak-anakku, mari kita mencari matriks pencerminan terhadap sumbu y.

Kita misalkan matriks transformasinya adalah $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Sehingga $\quad A(x, y) \xrightarrow{M_y} A'(x, y)$

$$\begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

Dengan kesamaan dua matriks diperoleh:

$-x = ax + by$ agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka $a = -1$ dan $b = 0$

Cek : Substitusi $a = -1$ dan $b = 0$ ke persamaan $-x = ax + by$

$-x = -1 \cdot x + 0 \cdot y$

$-x = -x$

$y = cx + dy$ agar rus kiri dan kanan bernilai sama maka $c = 0$ dan $d = 1$

Cek : Substitusi $c = 0$ dan $d = 1$ ke persamaan $y = cx + dy$

$y = 0 \cdot x + 1 \cdot y$

$y = y$

Berdasarkan uraian di atas diperoleh

matriks pencerminan terhadap sumbu x adalah $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Kesimpulan

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu y menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A\ (x.y) \xrightarrow{M_y} A'(x, y)$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep refleksi terhadap sumbu y perhatikan beberapa contoh soal berikut

Contoh soal 2

1. Jika titik $A(-4, -3)$ dicerminkan terhadap sumbu y maka bayangan titik A adalah ...
2. Jika garis l: $3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap sumbu y maka hasil bayangan garis l adalah ...

Pembahasan:

1. $A\,(-4\,,-3) \xrightarrow{M_y} A'(x,y)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+0 \\ 0+(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan titik A adalah $A'(4, -3)$

2. $A\,(x\,,y) \xrightarrow{M_y} A'(x,y)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = -x \rightarrow x = -x'$$

$$y' = y \rightarrow y = y'$$

Substitusi $x = -x'$ dan $y = y'$ ke persamaan garis l $3x - 2y - 5 = 0$

Sehingga didapat: $3(-x') - 2(y') - 5 = 0$

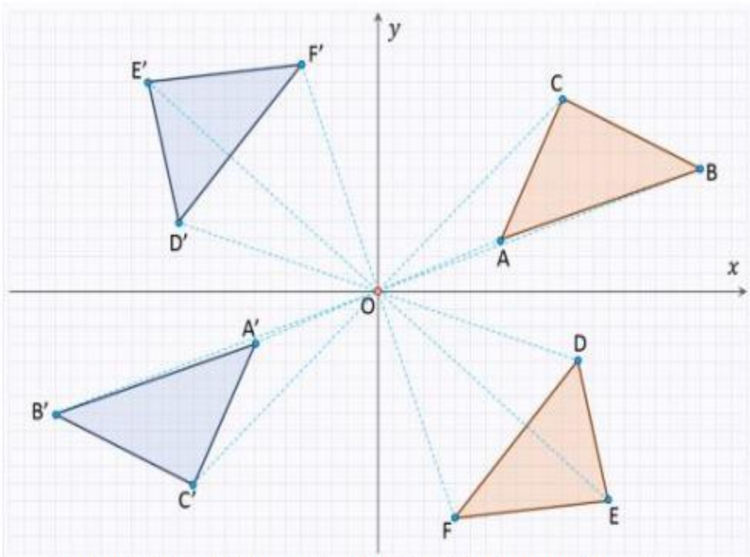
$-3x' - 2y' - 5 = 0$

$3x' + 2y' + 5 = 0$

Jadi, persamaan bayangan garis l adalah $3x + 2y + 5 = 0$

3. Refleksi terhadap titik asal O(0,0)

Anak-anakku, untuk memahami konsep refleksi terhadap titik asal O(0, 0) mari kita amati pencerminan segitiga ABC dan segitiga DEF. Bagaimana perubahan setiap titik A, B, C pada segitiga ABC dan titik D, E, F pada segitiga DEF setelah dicerminkan terhadap titik asal yaitu titik O(0, 0)?



Gambar 9. Segitiga ABC dan segitiga PQRS direfleksikan terhadap titik asal O(0, 0)
Sumber : e-modul Matematika kelas XI

Pada gambar 9, kita dapat melihat bahwa segitiga A'B'C' merupakan bayangan dari segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap titik asal O(0,0). Segitiga D'E'F' merupakan hasil bayangan segitiga DEF setelah dicerminkan terhadap titik asal O(0,0). Anak-anak untuk mudah memahami perubahan koordinat setiap titik yang terjadi pada segitiga ABC dan segitiga DEF dapat dilihat pada tabel 4

Tabel 3. 4. Koordinat pencerminan titik pada segitiga terhadap titik asal O(0, 0)

Koordinat Obyek	Koordinat Bayangan
A (8, 3)	A' (-8,-3)
B (14, 7)	B' (-14, -7)
C (12, 11)	C' (-12, 11)
D (13, -4)	D' (-13, 4)
E (15, -12)	E' (-15, 12)
F(5, -13)	F' (-5, 13)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 9 dan tabel 4, secara umum diperoleh

Jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap titik asal O(0, 0), maka akan menghasilkan bayangan $A'(-x, -y)$

Pembuktian

Anak-anakku, mari kita mencari matriks pencerminan terhadap titik asal O(0,0).

Kita misalkan matriks transformasinya adalah $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Sehingga $A(x, y) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} A'(x, y)$

$$\begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

Dengan kesamaan dua matriks diperoleh:

$-x = ax + by$ agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka a = -1 dan b = 0

Cek : Substitusi a = -1 dan b = 0 ke persamaan $-x = ax + by$

$-x = -1 \cdot x + 0 \cdot y$

$-x = -x$

$-y = cx + dy$ agar rus kiri dan kanan bernilai sama maka c = 0 dan d = -1

Cek : Substitusi c = 0 dan d = −1 ke persamaan $-y = cx + dy$

$-y = 0 \cdot x + (-1) \cdot y$

$-y = -y$

Berdasarkan uraian di atas diperoleh

matriks pencerminan terhadap titik asal O(0,0) adalah $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Kesimpulan

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap titik asal O(0,) menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A\ (x.y) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} A'(x, y)$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep refleksi terhadap sumbu y perhatikan beberapa contoh soal berikut

Contoh soal 3

3. Jika titik $A(-4, -3)$ dicerminkan terhadap titik asal O(0.0) maka bayangan titik A adalah ...
4. Jika garis l: $3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap sumbu titik asal O (0,0) maka hasil bayangan garis l adalah ...

Pembahasan:

1. $A\,(-4\,,-3) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} A'(x, y)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+0 \\ 0+(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan titik A adalah $A'(4, 3)$

2. $A\,(x\,, y) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} A'(-x, -y)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = -x \rightarrow x = -x'$$

$$y' = -y \rightarrow y = -y'$$

Substitusi $x = -x'$ dan $y = -y'$ ke persamaan garis l $3x - 2y - 5 = 0$

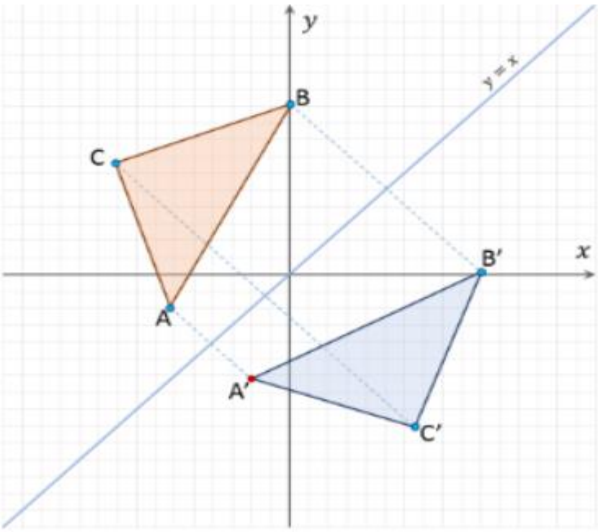
Sehingga didapat: $3(-x') - 2(-y') - 5 = 0$

$-3x' + 2y' - 5 = 0$

Jadi, persamaan bayangan garis l adalah $-3x + 2y - 5 = 0$

4. Refleksi terhadap garis y = x

Anak-anakku, untuk memahami konsep refleksi terhadap garis $y = x$ mari kita amati pencerminan segitiga ABC. Bagaimana perubahan setiap titik A, B, C pada segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap garis $y = x$?



Gambar 10. Segitiga ABC direfleksikan terhadap garis $y = x$
Sumber : e-modul Matematika kelas XI

Pada gambar 10, kita dapat melihat bahwa segitiga A'B'C' merupakan bayangan dari segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap garis $y = x$. Anak-anak, untuk mudah memahami peurbahan koordinat setiap titik A, B dan C yang terjadi pada segitiga ABC dapat dilihat pada tabel 5

Tabel 5. Koordinat pencerminan titik pada segitiga terhadap garis y = x

Koordinat Obyek	Koordinat Bayangan
A (-6, -2)	A' (-2,-6)
B (0, 10)	B' (10, 0)
C (-9, 7)	C' (7, -9)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 10 dan tabel 5, secara umum diperoleh

Jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$, maka akan menghasilkan bayangan $A'(y, x)$

Pembuktian

Anak-anakku, mari kita mencari matriks pencerminan terhadap garis y=x.

Kita misalkan matriks transformasinya adalah $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Sehingga $A(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(x, y)$

$$\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

Dengan kesamaan dua matriks diperoleh:
y = ax + by agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka a = 0 dan b = 1
Cek : Substitusi a = -1 dan b = 0 ke persamaan y = ax + by
y = 0 · x + 1 · y
y = y

x = cx + dy agar rus kiri dan kanan bernilai sama maka c = 1 dan d = 0
Cek : Substitusi c = 0 dan d = –1 ke persamaan x = cx + dy
x = 1 · x + 0 · y
x = x

Berdasarkan uraian di atas diperoleh
matriks pencerminan terhadap sumbu x adalah $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Kesimpulan

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis y=x menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A\,(x.y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(y, x)$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep refleksi terhadap garis y=x perhatikan beberapa contoh soal berikut

Contoh soal 4

1. Jika titik $A(-4, -3)$ dicerminkan terhadap garis y=x maka bayangan titik A adalah ...
2. Jika garis l: $3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap garis y = x maka hasil bayangan garis l adalah ...

Pembahasan:

1. $A\,(-4\,,-3) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(x, y)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 + (-3) \\ (-4) + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan titik A adalah A'(-3, -4)

2. $A\,(x\,,y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(x, y)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$x' = y \rightarrow y = x'$

$y' = x \rightarrow x = y'$

Substitusi $y = x'$ dan $x = y'$ ke persamaan garis l $3x - 2y - 5 = 0$

Sehingga didapat: $3(y') - 2(x') - 5 = 0$

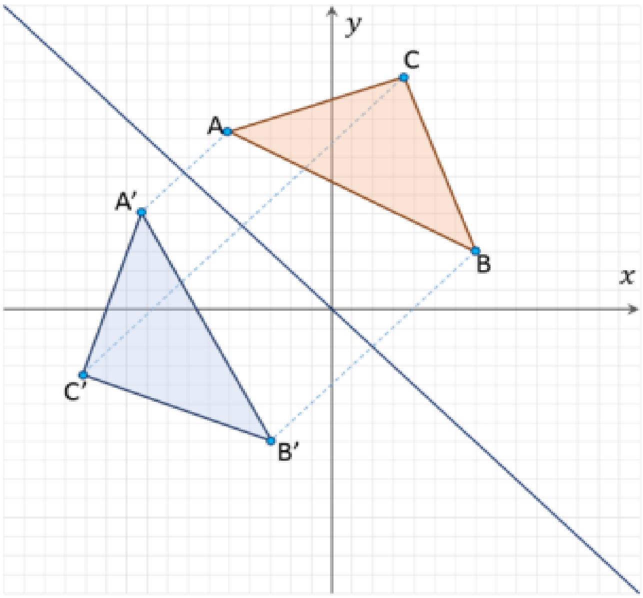
$3y' - 2x' - 5 = 0$

$-2x' + 3y' - 5 = 0$

Jadi, persamaan bayangan garis l adalah $-2x + 3y - 5 = 0$

5. Refleksi terhadap garis y = -x

Anak-anakku, untuk memahami konsep refleksi terhadap garis $y = -x$
mari kita amati pencerminan segitiga ABC pada gambar 11. Bagaimana perubahan setiap titik A, B, C pada segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap garis $y = -x$?



Gambar 11. Segitiga ABC direfleksikan terhadap garis $y = x$
Sumber : e-modul Matematika kelas XI

Pada gambar 11, kita dapat melihat bahwa segitiga A'B'C' merupakan bayangan dari segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap garis $y = -x$. Anak-anak, untuk mudah memahami perubahan koordinat setiap titik A, B dan C yang terjadi pada segitiga ABC dapat dilihat pada tabel 6
Tabel 6. Koordinat pencerminan titik pada segitiga terhadap garis $y = -x$

Koordinat Obyek	Koordinat Bayangan
A (-5, 9)	A' (-9,5)
B (7, 3)	B' (-3, -7)
C (4, 12)	C' (-12, -4)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 11 dan tabel 6, secara umum diperoleh

> Jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$, maka akan menghasilkan bayangan $A'(-y, -x)$

Pembuktian

Anak-anakku, mari kita mencari matriks pencerminan terhadap garis y=-x.

Kita misalkan matriks transformasinya adalah $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Sehingga $A(x, y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(x, y)$

$$\begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

Dengan kesamaan dua matriks diperoleh:

-y = ax + by agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka a = 0 dan b = -1

Cek : Substitusi a = 0 dan b = -1 ke persamaan -y = ax + by

-y = 0 · x + (-1) · y

-y = -y

-x = cx + dy agar rus kiri dan kanan bernilai sama maka c = -1 dan d = 0

Cek : Substitusi c = -1 dan d = 0 ke persamaan -x = cx + dy

-x = -1 · x + 0 · y

-x = -x

Berdasarkan uraian di atas diperoleh

matriks pencerminan terhadap sumbu x adalah $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Kesimpulan

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis y= - x menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A\,(x.y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(y, x)$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep refleksi terhadap garis y=-x perhatikan beberapa contoh soal berikut

Contoh soal 5

1. Jika titik $A(-4, -3)$ dicerminkan terhadap garis y=-x maka bayangan titik A adalah ...
2. Jika garis l: $3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap garis y =-x maka hasil bayangan garis l adalah ...

Pembahasan:

1. $A\,(-4\,,-3) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(x, y)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+3 \\ 4+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan titik A adalah A'(-3, -4)

2. $A\,(x\,, y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(x, y)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$x' = -y \rightarrow y = -x'$

$y' = -x \rightarrow x = -y'$

Substitusi x = y' dan y = x' ke persamaan garis l $3x - 2y - 5 = 0$

Sehingga didapat: 3(-y ') – 2(-x ') – 5 = 0

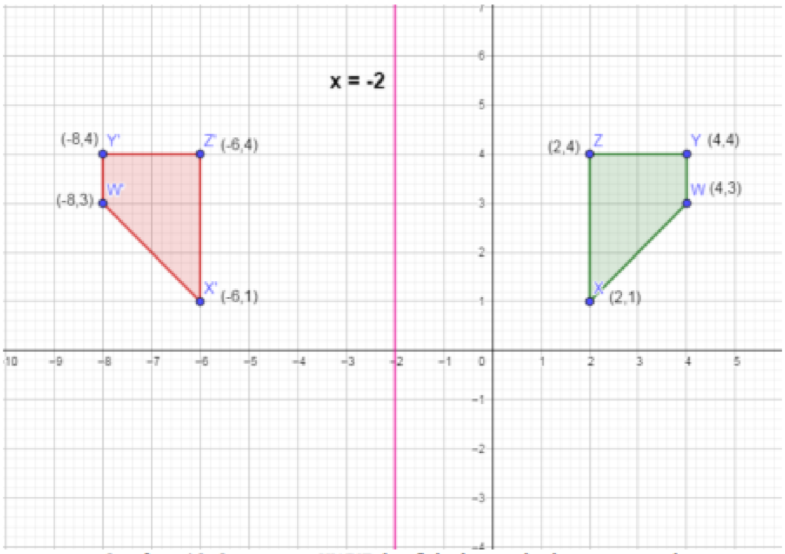
-3y ' + 2x ' – 5 = 0

2x ' - 3y ' – 5 = 0

Jadi, persamaan bayangan garis l adalah 2x - 3y -5 =0

6. Refleksi terhadap garis x = h

Anak-anakku, untuk memahami konsep refleksi terhadap garis $x = h$ mari kita amati pencerminan segi empat XWYZpada gambar 12. Bagaimana perubahan setiap titik X, W, Y, dan Z pada segi empat XWYZ setelah dicerminkan terhadap garis $x = h$?



Gambar 12. Segi empat XWYZ direfleksikan terhadap garis $x = h$
Sumber : http://panduangeogebra.blogspot.com/

Pada gambar 12, kita dapat melihat bahwa segiempat X'W'Y'Z' merupakan hasil pencerminan dari segiempat XWYZ setelah direfleksikan terhadap garis $x = h$. Anak-anak, untuk mudah memahami perubahan koordinat setiap titik X, Y, W dan Z yang terjadi pada segiempat XWYZ dapat dilihat pada tabel 7

Tabel 7. Koordinat pencerminan titik pada segi empat terhadap garis $x = h$

Koordinat Obyek	Koordinat Bayangan
X (2, 1)	X' (-6,1)
Y (4, 4)	Y' (-8, 4)
W (4, 3)	W' (-8, 3)
Z (2, 4)	Z'(-6,4)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 12 dan tabel 7, terlihat perubahan titik terjadi pada koordinat x sedangkan untuk koordinat y tetap, sehingga secara umum diperoleh

Jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $x = h$, maka akan menghasilkan bayangan $A'(2h - x, y)$

Kesimpulan

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis x = h menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A\ (x.y) \xrightarrow{M_{x=h}} A'(y,x)$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep refleksi terhadap garis $x = h$ perhatikan beberapa contoh soal berikut

Contoh soal 6

1. Jika titik $B(5, 2)$ dicerminkan terhadap garis $x=2$ maka bayangan titik B adalah ...

2. Jika garis l: $3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap garis $x=2$ maka hasil bayangan garis l adalah ...

Pembahasan

1. $B\ (5\ ,2) \xrightarrow{M_{x=2}} B'(x,y)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5+0 \\ 0+2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan titik B adalah B'(-1, 2)

2. $A\ (x\ ,y) \xrightarrow{M_x} A'(x,y)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x+4 \\ y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = -x+4 \rightarrow -x = 4-x'$$

$$y' = y \rightarrow y = y'$$

Substitusi $x = 4-x'$ dan $y = y'$ ke persamaan garis l $3x - 2y - 5 = 0$

Sehingga didapat: $3(4-x') - 2(y') - 5 = 0$

$$12 - 3x' - 2y' - 5 = 0$$

$$-3x' - 2y' + 7 = 0$$

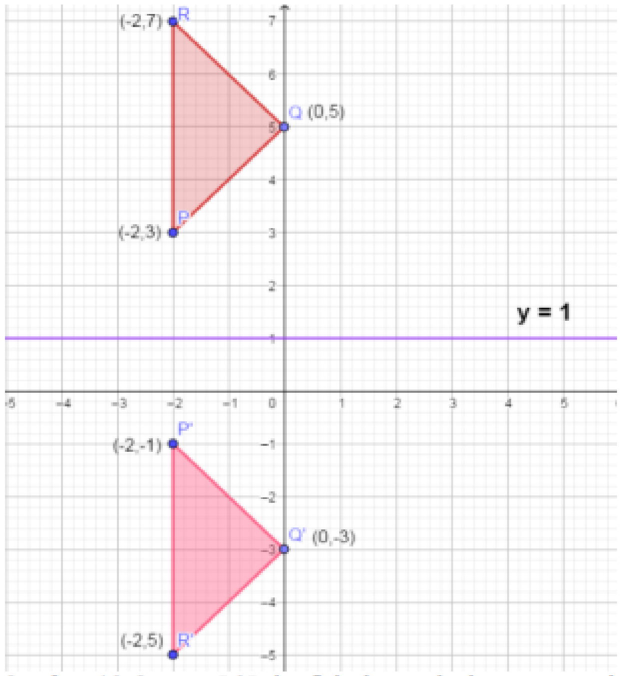
$$3x' + 2y' - 7 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan garis l adalah $3x' + 2y' - 7 = 0$

Pengolahan Data

7. Refleksi terhadap garis y = k

Anak-anakku, untuk memahami konsep refleksi terhadap garis $y = k$ mari kita amati pencerminan segitiga PQR pada gambar 13. Bagaimana perubahan setiap titik P, Q, dan R pada segitiga PQR setelah dicerminkan terhadap garis $y = k$?



Gambar 13. Segitigs PQR direfleksikan terhadap garis $y = k$
Sumber : http://panduangeogebra.blogspot.com/

Pada gambar 13, kita dapat melihat bahwa segitiga P'Q'R' merupakan hasil pencerminan dari segitiga PQR setelah direfleksikan terhadap garis $y = k$. Anak-anak, untuk mudah memahami perubahan koordinat setiap titik P, Q dan R yang terjadi pada segitiga PQR dapat dilihat pada tabel 8

Tabel 8. Koordinat pencerminan titik pada segitiga terhadap garis $y = k$

Titik	Koordinat Bayangan
P (-2, 3)	P'(-2, -1)
Q (0, 5)	Q'(0, -3)
R (-2, 7)	R'(-2, 5)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 13 dan tabel 8, terlihat perubahan titik terjadi pada koordinat x sedangkan untuk koordinat y tetap, sehingga secara umum diperoleh

Jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = k$, maka akan menghasilkan bayangan $A'(x, 2k - y)$

Kesimpulan

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis y = k menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A\ (x.y) \xrightarrow{M_{y=k}} A'(y, x)$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep refleksi terhadap garis $y = k$ perhatikan beberapa contoh soal berikut

Contoh Soal 1:

Jika titik $P(5, 2)$ dicerminkan terhadap garis $y = 2$ maka bayangan titik P adalah ...

Pembahasan:

$$P(5,2) \xrightarrow{M_{y=2}} P'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \cdot 2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5+0 \\ -2+4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik P adalah $P'(5,2)$

Contoh Soal 2:

Jika kurva $y = x^2 + 3x - 5$ dicerminkan terhadap garis $y = 2$ maka hasil bayangan kurva adalah ...

Pembahasan:
Misal titik $A(x,y)$ memenuhi persamaan $y = x^2 + 3x - 5$ sehingga

$$A(x,y) \xrightarrow{M_{y=2}} A'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \cdot 2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y+4 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = x \rightarrow x = x'$$
$$y' = -y + 4 \rightarrow y = 4 - y'$$

Substitusi $x = x'$dan $y = 4 - y'$ ke persamaan kurva $y = x^2 + 3x - 5$

$$(4 - y') = (x')^2 + 3(x') - 5$$
$$-y' = x'^2 + 3x' - 5 - 4$$
$$-y' = x'^2 + 3x' - 9$$
$$y' = -x'^2 + 3x' - 9$$
$$y = -x^2 + 3x - 9$$

Jadi persamaan bayangan garis g adalah $y = -x^2 + 3x - 9$

C. Rangkuman

1. **Refleksi (pencerminan)** adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin. Refleksi disimbolkan dengan $M\alpha$ dengan α merupakan sumbu cermin.

2. Sifat-sifat Refleksi:
   1. Jarak dari titik asal ke cermin sama dengan jarak cermin ke titik bayangan
   2. Garis yang menghubungkan titik asal dengan titik bayangan tegak lurus terhadap cermin
   3. Garis-garis yang terbentuk antara titik-titik asal dengan titik-titik bayangan akan saling sejajar

3. Jenis-jenis refleksi Misalkan koordinat titik asal A(x, y) akan direfleksikan tehadap sumbu X, sumbu Y, titik asal O (0,0), garis $y = x$, garis $y = -x$, garis $x = h$, garis $y = k$, dan garis $y = x \tan \alpha$ akan menghasilkan bayangan sebagai berikut

efleksi	Titik Bayangan	Persamaan Matriks Transformasi
Sumbu X	$A'(x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Sumbu Y	$A'(-x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Titik asal O (0,0)	$A'(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = x$	$A'(y, x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = -x$	$A'(-y, -x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $x = h$	$A'(2h - x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$
Garis $y = k$	$A'(x, 2k - y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$

D. Penilaian Diri/Refleksi Diri

Anak-anak, isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	.Ya	Tidak
1.	Apakah kalian memahami pengertian translasi?		
2.	Apakah kalian dapat menentukan translasi dari suatu titik?		
3.	Apakah kalian dapat menentukan translasi dari suatu kurva?		

Catatan:

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,

Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

E. Latihan

Anak- anak untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep kalian terhadap translasi kerjakan soal latihan berikut:

Soal Essay

Jawablah soal-soal berikut dengan jelas dan benar.

1. Titik $A(3,-5)$ dicerminkan terhadap titik asal $(0,0)$. Koordinat bayangan titik A adalah ...
2. Titik $P(5,-4)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$. Koordinat bayangan titik P adalah ...
3. Titik $Q(-3,7)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$. Koordinat bayangan titik Q adalah ...
4. Titik $S(4,7)$ dicerminkan terhadap garis $y = 2$. Koordinat bayangan titik S adalah ...
5. Tentukan koordinat titik asal pada titik $B'(5,2)$ setelah direfleksi terhadap garis $x = 3$
6. Tentukan bayangan bangun segitiga ABC dengan $A(1,2)$, $B(3,-2)$ dan $C(4,1)$ akan direfleksikan oleh M_y
7. Jika garis $2y - 3x + 6 = 0$ direfleksikan terhadap sumbu x, maka persamaan bayangan garis adalah ...
8. Jika garis $x - 2y - 3 = 0$ dicerminkan terhadap sumbu Y, maka persamaan bayangannya adalah ...
9. Parabola $y = x^2 - 3x + 2$ dicerminkan terhadap sumbu y. Tentukan persamaan bayangan parabola
10. Lingkaran $x^2 + y^2 - 3x + 5y - 3 = 0$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$. Persamaan bayangan lingkaran adalah ...

Pembahasan :

No	Pembahasan Soal Uraian	Skor
1.	Titik $A(3,-5)$dicerminkan terhadap titik asal $(0,0)$ $A(3,-5) \xrightarrow{M_{(0,0)}} A'(x',y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} \rightarrow$ $\boxed{\text{Lakukan perkalian matriks}}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ Jadi bayangan titik A adalah $A'(-3,5)$	5 5
2.	Titik $P(5,-4)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$ $P(5,-4) \xrightarrow{M_{y=x}} P'(x',y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ Jadi, bayangan titik P adalah $P'(-4,5)$	5 5
3.	Titik $Q(-3,7)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$ **Pembahasan:** $Q(-3,7) \xrightarrow{M_{y=-x}} P'(x',y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix}$ Jadi, bayangan titik Q adalah $Q'(-7,3)$	5 5
4.	Titik $S(4,7)$ dicerminkan terhadap garis $y = 2$ $S(5,2) \xrightarrow{M_{y=2}} S'(x',y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \cdot 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+0 \\ -7+4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ Jadi, bayangan titik S adalah $S'(4,-3)$	2 3 5

5.	Titik $B(x,y)$ direfleksikan terhadap garis $x=2$ menghasilkan bayangan titik $B'(5,2)$	
	Dengan menggunakan konsep refleksi pada garis $x=2$ diperoleh $B(x,y) \xrightarrow{M_{x=2}} B'(5,2)$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x+4 \\ y+0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x+4 \\ y \end{pmatrix}$ Dengan kesamaan dua matriks diperoleh $5 = -x + 4$ dan $y = 2$ $x = 4 - 5$ $x = -1$ Jadi, Koordinat titik asal B adalah $(-1, 2)$	**2** **3** **3** **2**
6.	Diketahui segitiga ABC dengan $A(1,2)$, $B(3,-2)$ dan $C(4,1)$ akan direfleksikan oleh M_y Kita gunakan konsep refleksi oleh M_y sebagai berikut $A(1,2) \xrightarrow{M_y} A'(x',y')$ $B(3,-2) \xrightarrow{M_y} B'(x',y')$ $C(4,1) \xrightarrow{M_y} C'(x',y')$ Selanjutnya, koordinat titik A, B, dan C pada segitiga kita tuliskan dalam bentuk sebuah matriks. Karena terdapat 3 titik sehingga matriks yang akan dibuat berordo 2×3 dengan ketentuan sebagai berikut : 1. Baris pertama matrik diisi oleh komponen x 2. Baris kedua matriks diisi oleh komponen y 3. Kolom pertama diisi koordinat titik A 4. Kolom kedua diisi koordinat titik B 5. Kolom ketiga diisi koordinat titik C Sehingga matriks yang terbentuk adalah $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Matriks berikut akan dikalikan dengan bentuk matriks untuk refleksi M_y seperti berikut ini $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -4 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ Jadi, bayangan titik A, B, dan C berturut-turut adalah $A'(-1,2), B'(-3,-2)$ dan $C'(-4,1)$	**2** **3** **5**

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

$$\text{Rumus Tingkat penguasaan} = \frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ total}\ x\ 100\%$$

Kriteria
90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

DAFTAR PUSTAKA

B.K. Noormandiri. 2017. Matematika untuk SMA/MA Kelas XI Kelompok Wajib. Jakarta: Erlangga

Drs. Sobirin. 2008. Fokus Matematika Siap UN SMA/MA. Jakarta: Erlangga

Manullang, Sudianto. dkk. 2017. Matematika SMA/MA Kelas XI. Jakarta : Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan

Istiqomah. S.Pd. 2020. Modul Pembelajaran SMA Matematika Umum Kelas XI. Jakarta: Direktorat SMA, Direktorat Jendral PAUD, DIKDAS, dan DIKMEN

GLOSARIUM

.

Geometri : Cabang matematika yang menerangkan sifat-sifat garis, sudut, bidang, dan ruang

Transformasi : Perubahan posisi dan ukuran dari suatu objek (titik, garis, kurva, bidang) T

Transformasi Geometri : Perubahan posisi dan ukuran dari suatu objek (titik, garis, kurva, bidang) dan dapat dinyatakan dalam gambar dan matriks

Matriks : Susunan sekelompok bilangan dalam suatu jajaran berbentuk persegi panjang yang diatur berdasarkan baris dan kolom dan diapit oleh tanda kurung

Refleksi : Transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin

GEOMETRI TRANSFORMASI ROTASI

(DENGAN MODEL DISCOVERY LEARNING)

BAHAN AJAR MATEMATIKA UMUM

KELAS XI

OLEH
NELLY YANTI, S.Pd
NO. UKG: 201502588090

PPG DALJAB MATEMATIKA ANGKATAN 4
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS PGRI MADIUN
2021

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah saya panjatkan puja dan puji syukur kehadirat Allah SWT yang senantiasa melimpahkan segala rahmat, taufik dan hidayah-Nya sehingga penyusun dapat menyelesaikan Bahan Ajar Pembelajaran Matematika Umum ini, khususnya pada Sub Pokok Bahasan Rotasi (Perputaran).

Bahan ajar ini disusun sebagai penunjang dalam pelaksanaan kegiatan pembelajaran Matematika di sekolah. Di dalam bahan ajar ini disajikan materi pembelajaran matematika secara sederhana, efektif, dan mudah dimengerti yang disertai contoh dalam kehidupan. Modul ini juga dilengkapi contoh soal dan tugas.

Sesuai dengan tujuan dalam pembelajaran matematika, siswa diharapkan dapat memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep, dan mengaplikasikannya untuk memecahkan masalah.Siswa diharapkan mampu menggunakan penalaran, mengomunikasikan gagasan dengan berbagai perangkat matematika, serta memiliki sikap menghargai matematika dalam kehidupan

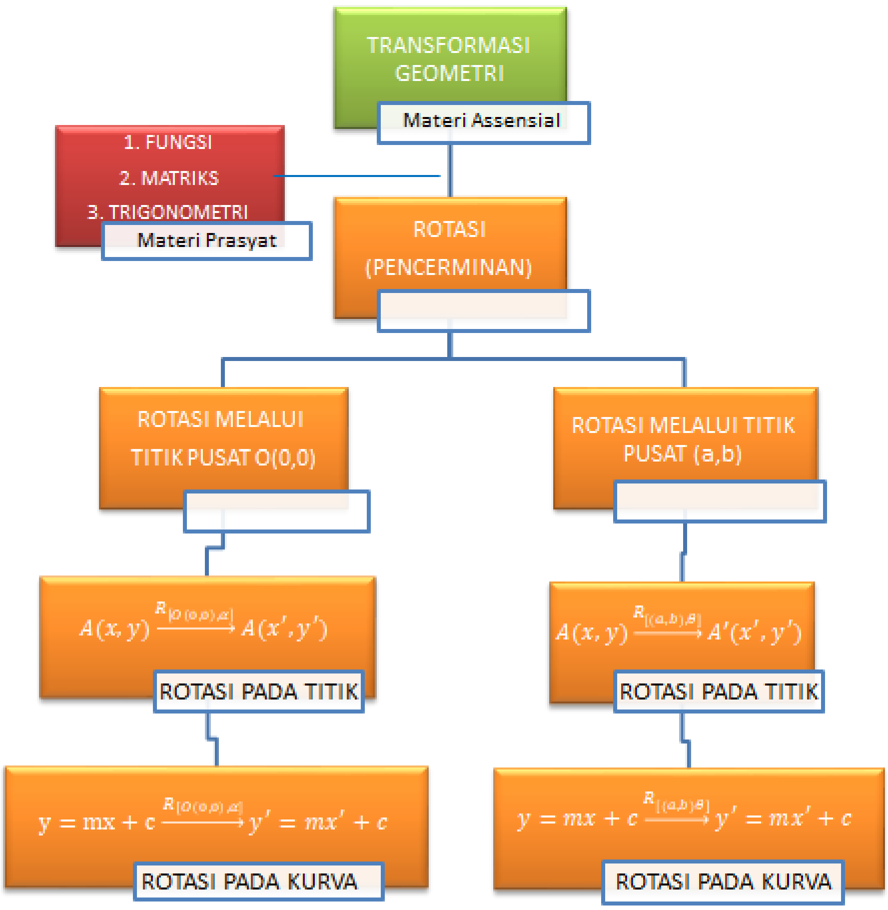
Kami sadar bahwa dalam penulisan modul ini bukan merupakan buah hasil kerja keras penyusun sendiri. Ada banyak pihak yang telah berjasa dalam membantu penyusun dalam menyelesaikan modul ini agar lebih baik. Maka dari itu penyusun mengucapkan banyak terimakasih kepada semua pihak yang telah membantu memberikan wawasan dan bimbingan kepada penyusun sebelum dan setelah menulis modul ini.

Penyusun juga sadar bahwa modul yang dibuat masih belum dapat dikatakan sempurna, Untuk itu, penyusun meminta dukungan dan masukan dari para pembaca agar kedepannya bisa lebih baik lagi dalam menulis bahan ajar berikutnya.

Bandar Lampung, 01 September 2021

DAFTAR ISI

PETA KONSEP



TRANSFORMASI GEOMETRI
Materi Assensial
1. FUNGSI
2. MATRIKS
3. TRIGONOMETRI
Materi Prasyat
ROTASI (PENCERMINAN)
ROTASI MELALUI TITIK PUSAT O(0,0)
ROTASI MELALUI TITIK PUSAT (a,b)
ROTASI PADA TITIK
ROTASI PADA TITIK
ROTASI PADA KURVA
ROTASI PADA KURVA

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran	: Matematika Umum
Kelas	: XI
Semester	: Ganjil
Alokasi Waktu	: 2×45 menit (JP)
Judul Modul	: Transformasi Geometri
Sub Pokok Bahasan	: Rotasi (Perputaran)

B. Kompetensi Inti

KI 3: Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah

KI4: Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan

C. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar	Indikator
3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks	3.5.1 Menemukan sifat-sifat rotasi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat 3.5.2 Menghubungkan konsep rotasi terkait dengan konsep matriks 3.5.3 Menemukan bayangan hasil rotasi menggunakan matriks
4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi)	4.5.1 Mengubah konsep rotasi terkait dengan konsep matrik 4.5.2 Memecahkan permasalahan yang berkaitan dengan rotasi menggunakan matriks(prosedural).

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Anak-anakku sekalian, modul ini dirancang untuk memfasilitasi kalian dalam melakukan kegiatan belajar secara mandiri. Untuk menguasai materi ini dengan baik, ikutilah petunjuk penggunaan modul berikut.

1. Berdoalah sebelum mempelajari modul ini.
2. Pelajari uraian materi yang disediakan pada setiap kegiatan pembelajaran secara berurutan.
3. Perhatikan contoh-contoh soal yang disediakan dan jika memungkinkan cobalah untuk mengerjakannya kembali.
4. Kerjakan latihan soal yang disediakan, kemudian cocokkan hasil pekerjaan kalian dengan kunci jawaban dan pembahasan pada modul ini.
5. Jika kalian menemukan kendala dalam menyelesaikan latihan soal, cobalah untuk melihat kembali uraian materi dan contoh soal yang ada.
6. Setelah mengerjakan latihan soal, lakukan penilaian diri sebagai bentuk refleksi dari penguasaan kalian terhadap materi pada kegiatan pembelajaran.
7. Ingatlah, keberhasilan proses pembelajaran pada modul ini tergantung pada kesungguhan kalian untuk memahami isi modul dan berlatih secara mandiri.

MATERI PEMBELAJARAN

A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak setelah kegiatan pembelajaran 1 ini kalian diharapkan dapat :

3.5.1 Menemukan sifat-sifat rotasi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat

3.5.2 Menghubungkan konsep rotasi terkait dengan konsep matriks

3.5.3 Menemukan bayangan hasil rotasi menggunakan matriks

B. Materi Prasyarat

1. Fungsi

Pengertian Fungsi

Pengertian Fungsi: Relasi dari himpunan A ke himpunan B disebut fungsi atau pemetaan jika dan hanya jika setiap anggota himpunan A berpasangan dengan tepat satu anggota himpunan B.

Suatu fungsi atau pemetaan dapat disajikan dalam bentuk himpunan pasangan terurut, rumus, diagram panah, atau diagram cartesius. Fungsi f yang memetakan himpunan A ke himpunan B ditulis dengan notasi:

$$f : A \to B$$

Dengan:

- A disebut domain (daerah asal) dinotasikan D_f
- B disebut Kodomain (daerah kawan) dinotasikan K_f
- $y \epsilon B \mid (x, y) \epsilon R, x \epsilon A$ disebut range (daerah hasil), dinotasikan dengan R_f

2. Trigonometri

Sudut istimewa dalam radian.

Derajat	Radian	Derajat	Radian
0°	$0\ rad$	90°	$\frac{\pi}{2}\ rad$
30°	$\frac{\pi}{6}\ rad$	120°	$\frac{2\pi}{3}\ rad$
45°	$\frac{\pi}{4}\ rad$	135°	$\frac{3\pi}{4}\ rad$
60°	$\frac{\pi}{3}\ rad$	150°	$\frac{5\pi}{6}\ rad$
180°	πrad	270°	$\frac{3\pi}{2}\ rad$
210°	$\frac{7\pi}{6}\ rad$	300°	$\frac{5\pi}{3}\ rad$
225°	$\frac{5\pi}{4}\ rad$	315°	$\frac{7\pi}{4}\ rad$
240°	$\frac{4\pi}{3}\ rad$	330°	$\frac{11\pi}{6}\ rad$

	0	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–

Sumber : https://images.app.goo.gl/bScNqQPj41hmVL5t9Diakses 22 Sept 2020 Pukul 14.26

Gambar 2. Tabel Trigonometri Sudut Istimewa

C. Uraian Materi

Gambar 3.1

Pernahkah kalian melihat atau mencobamenaiki bianglala?
Pada gambar 3.1 merupakan wahana bianglala yang dapat kita jumpai di taman bermain atau area bermain. Bianglala ini berjalan dengan cara berputar. Ketika kamu naik bianglala, maka posisi kamu akan berubah-ubah, kadang di atas, kadang di bawah, atau pada posisi lainnya pada bianglala.

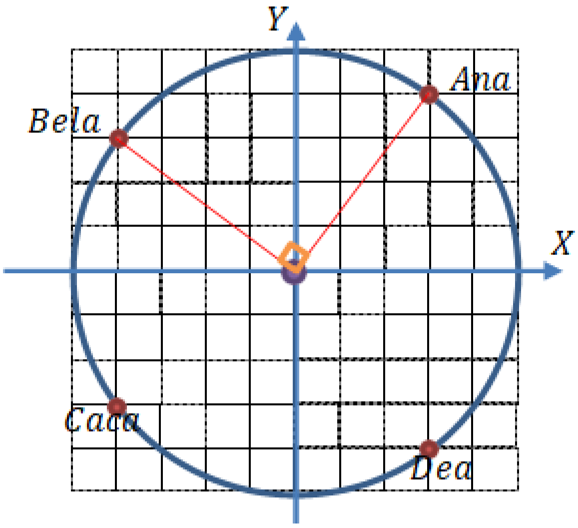
Dalam matematika, perubahan posisi pada bianglala tersebut termasuk transformasi jenis rotasi atau perputaran. Untuk memudahkan kalian dalam memahami konsep rotasi, kalian dapat menggunakan diagram cartecius.

Identifikasi Masalah

Rotasi terhadap titik pusat (0, 0)

Masalah 3.1

Perhatikan jika posisi pada setiap titik ujung di bianglala yang berputar berlawanan arah jarum jam dalam bidang koordinat dengan pusat (0,0), kemudian Ana, Bela, Caca, dan Dea sedang menaiki bianglala tersebut dengan posisi berbeda-beda, seperti pada gambar disamping.



Tentukan koordinat posisi Ana., Bela, Caca dan Dea. Jika bianglala berputar sebesar 90^o derajat.

Pengumpulan Data

Untuk memudahkan kalian dalam mencari posisi koordinat dari Ana, Bela, Caca dan Dea.

Ikuti langkah-langkah di bawah ini.

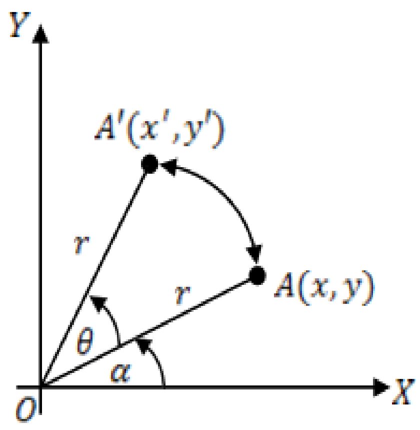
1. Pertama, gambar pada diagram Cartecius seperti diatas, dengan menggunakan jangka agar menudahkan kalian.
2. tentukan koordinat dari Ana, Bela, Caca dan Dea.
3. Gunakan busur untuk mengukur sudut $90°$ berlawanan arah jarum jam dari setiap posisi Ana, Bela, Caca dan Dea.
4. Ukurlah dari setiap titik asal dan bergeser sejauh $90°$.
5. Lalu lengkapilah tabel dibawah ini, untuk mengetahui pergeserannya

Lengkapi tabel berikut:

Posisi Awal	Besar sudut rotasi	Posisi Akhir
Ana (3,4)	90^o	Ana (-4,3)
Bela (-4,3)	90^o	Bela (-3,-4)
Caca (-4,-3)	90^o	Caca (3, -4)
Dea (3, -4)	90^o	Dea (4,3)

Pengolahan Data

Mari kita menentukan matriks pada rotasi terhadap titik pusat O(0,0)



Gambar.4

Perhatikan Gambar 4. Titik A(x,y) diputar sebesar θ berlawanan arah jarum jam terhadap titik O(0,0) dan diperoleh titik A'(x',y'). Titik A(x,y) ditulis sebagai koordinat kutub A(r, θ)dimana $x = r.\cos\alpha$ dan $y = r.sin\alpha$. Sementara itu, titik $A'(x', y')diputar\ sejauh\ \theta\ radian$, diperoleh:

$A'(r, \alpha + \theta)$, sehingga

$x' = r.cos(\alpha + \theta)$

$x' = r(cos\alpha.\cos\theta - sin\alpha.sin\theta)$

$x' = cos\theta.x -.sin\theta.y)$

Dan

$y' = r.sin(\alpha + \theta)$

$y' = r.sin\alpha.\cos\theta + r.cos\alpha.sin\theta)$

$y' = cos\theta.y +.sin\theta.x$

$y' = sin\theta.x + \cos\theta.y$

Ditulis secara analitik, diperoleh:

$A(x,y) \xrightarrow{R(O,\theta)} A'(cos\theta.x - sin\theta.y, sin\theta.x + \cos\theta.y)$

Maka dapat tulis dalam bentu maatrik sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Matriks $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ disebut rotasi terhadap pusat O(0,0) dan sudut putar sebesar θ radian.

Pembuktian

Marilah kita buktikan masalah 3.1 menggunakan konsep matriks.

Kalian dapat memisalkan posisi Ana, Bela, Caca dan Dea dengan mengubah menjadi titik A, B,C dan D serta $\theta = 90^o$

$$A(x,y) \xrightarrow{R(O,\theta)} A'(cos\theta.x - sin\theta.y, sin\theta.x + \cos\theta.y)$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

1. Titik A (3,4) , maka A' adalah:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos90^o & -sin90^o \\ sin90^o & cos90^o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Sehingga bayangan A'(-4,3)

2. Titik B (-4,3) , maka B' adalah:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos90^o & -sin90^o \\ sin90^o & cos90^o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Sehingga bayangan B'(-3,-4)

3. Titik C (-4,-3) , maka C' adalah:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos90^o & -sin90^o \\ sin90^o & cos90^o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Sehingga bayangan C'(3,-4)

4. Titik D (3,-4) , maka D' adalah:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos90^o & -sin90^o \\ sin90^o & cos90^o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Sehingga bayangan D'(4,3)

Posisi Awal	Besar sudut rotasi	Posisi Akhir
Ana (3,4)	90^o	Ana (-4,3)
Bela (-4,3)	90^o	Bela (-4,-3)
Caca (-4,-3)	90^o	Caca (3, -4)
Dea (3,-4)	90^o	Dea (4,3)

Kesimpulan

Titik (x, y) dirotasikan sebesar α terhadap titik pusat (0, 0) menghasilkan bayangan titik (x', y') dengan aturan

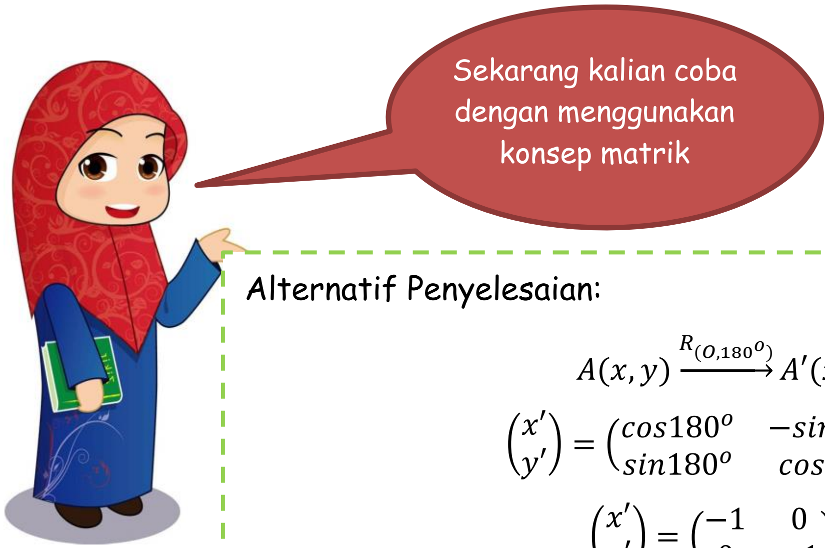
$$A(x, y) \xrightarrow{R_{(O,\theta)}} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Agar kalian lebih memahami konsep rotasi mari kita contoh soal dibawah ini.

Contoh soal 1

Garis $3x - 4y + 12 = 0$ dirotasikan sebesar 180° terhadap titik pusat (0, 0). Persamaan garis hasil rotasi adalah …



Alternatif Penyelesaian:

$$A(x, y) \xrightarrow{R_{(O,180^o)}} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos180^o & -sin180^o \\ sin180^o & cos180^o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$x' = -x \rightarrow x = -x'$ $y' = -y \rightarrow y = -y'$

Substitusi $x = -x'$ dan $y = -y'$ ke persamaan garis $3x - 4y + 12 = 0$

diperoleh $3(-x') - 4(-y') + 12 = 0$

$-3x' + 4y' + 12 = 0$ $-3x + 4y + 12 = 0$ Jadi, persamaan garis hasil rotasi adalah $-3x + 4y + 12 = 0$

Untuk melihat Video Tutorial tentang hasil Rotas titik maupun kurva kunjungi video chanel berikut ini:

https://youtu.be/lBFnXBvfvnY?t=141

https://youtu.be/KBX6B1-ULF0?list=RDCMUCl67Jeayu8eJVY2y5FuKSUw&t=28

Identifikasi Masalah

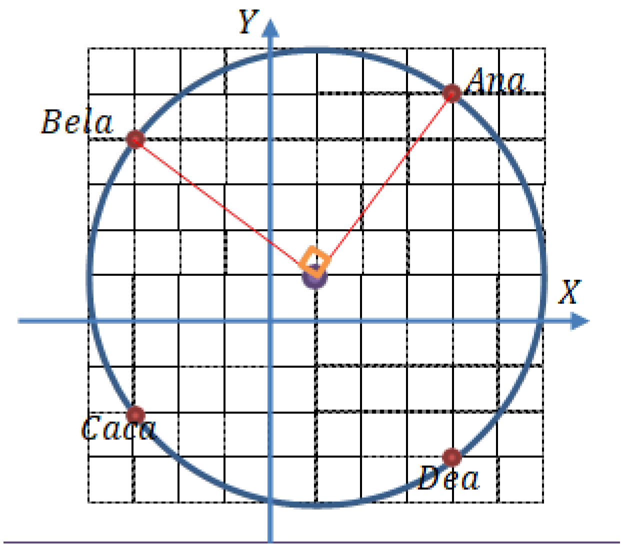
Rotasi terhadap titik pusat (a, b)

Masalah 3.2

Jika bianglala yang dinaiki oleh Ana, Belas, Caca dan dea yang akan diperbesar sehingga titik pusat bianglala tersebut yang awalnya berpusat di titik O(0,0) akan digeser sejauh 1 satuan ke kanan dan 1 satuan ke atas dan berputar berlawanan arah jarum jam.

Kemudian Ana, Bela, Caca, dan Dea menaiki kembali bianglala tersebut dengan posisi berbeda-beda, seperti pada gambar disamping.

Tentukan koordinat posisi Ana., Bela, Caca dan Dea. Jika bianglala berputar sebesar 90^o derajat.



Pengumpulan Data

Untuk memudahkan kalian dalam mencari posisi koordinat dari Ana, Bela, Caca dan Dea.

Ikuti langkah-langkah di bawah ini.

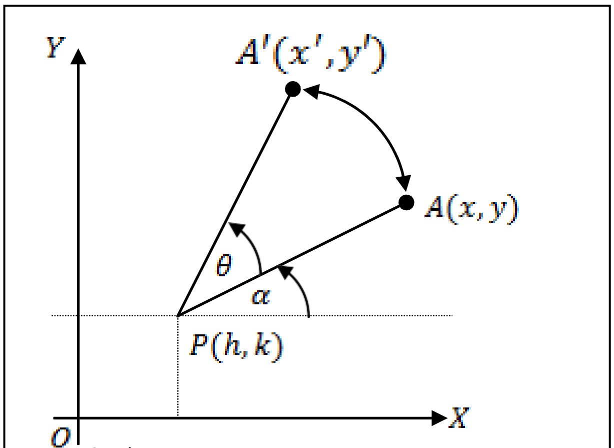
1. Pertama, gambar pada diagram Cartecius seperti diatas, dengan menggunakan jangka agar menudahkan kalian.
2. tentukan koordinat dari Ana, Bela, Caca dan Dea.
3. Gunakan busur untuk mengukur sudut $90°$ berlawanan arah jarum jam dari setiap posisi Ana, Bela, Caca dan Dea.
4. Ukurlah dari setiap titik asal dan bergeser sejauh $90°$.
5. Lalu lengkapilah tabel dibawah ini, untuk mengetahui pergeserannya

Lengkapi tabel berikut:

Posisi Awal	Besar sudut rotasi	Posisi Akhir
Ana (4,5)	90^o	Ana (-3,4)
Bela (-3,4)	90^o	Bela (2,-3)
Caca (-3,-2)	90^o	Caca (4, -3)
Dea (4,-3)	90^o	Dea (5,4)

Pengolahan Data

Mari kita menentukan matriks pada rotasi terhadap titik pusat (h,k)



Gambar.5

Perhatikan Gambar 5. Titik A(x,y) diputar sebesar θ berlawanan arah jarum jam terhadap titik P(h,k) dan diperoleh titik $A'(x',y')$.

$(x'-h) = cos\theta(x-h) - sin\theta(y-h)$

Dan

$(y'-k) = sin\theta.(x-h) + \cos\theta.(y-k)$

Ditulis secara analitik, diperoleh:

$x' = cos\theta . x - sin\theta . y) + (sin\theta . k - cos\theta . h + h)$

$y' = sin\theta . x + cos\theta . y) + (cos\theta . k - sin\theta . h + k)$

Maka dapat tulis dalam bentu maatrik sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-h \\ y-k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix}$$

Matriks $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-h \\ y-k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix}$ disebut rotasi terhadap pusat (h,k) dan sudut putar sebesar θ radian.

Pembuktian

Marilah kita buktikan masalah 3.2 menggunakan konsep matriks.

Kalian dapat memisalkan posisi Ana, Bela, Caca dan Dea dengan mengubah menjadi titik A, B,C dan D serta $\theta = 90^o$ dengan titik Pusat (1,1).

$$A(x, y) \xrightarrow{(R_{[(1,1)90^o]})} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos90^o & -sin90^o \\ sin90^o & cos\theta 90^o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1. Titik A (4,5) , maka A' adalah:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4-1 \\ 5-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Sehingga bayangan A'(-3,4)

2. Titik B (-3,4) , maka B' adalah:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3-1 \\ 4-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Sehingga bayangan B'(-2,-3)

3. Titik C (-3,-2) , maka C' adalah:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3-1 \\ -2-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Sehingga bayangan C'(4,-3)

4. Titik D (4,-3) , maka D' adalah:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4-1 \\ -3-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Sehingga bayangan D'(5,4)

Berikut tabel perubahan posisinya:

Posisi Awal	Besar sudut rotasi	Posisi Akhir
Ana (4,5)	90^o	Ana (-3,4)
Bela (-3,4)	90^o	Bela (2,-3)
Caca (-3,-2)	90^o	Caca (4, -3)
Dea (4,-3)	90^o	Dea (5,4)

Ternyata hasilnya sama jadi terbukti, sehingga dapat kita simpilkan bahwa:

Kesimpulan

Titik (x, y) dirotasikan sebesar θ terhadap titik pusat (a, b) menghasilkan bayangan titik (x', y') dengan aturan

$$A(x, y) \xrightarrow{R_{((a,b),\theta)}} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Agar kalian lebih memahami konsep rotasi mari kita contoh soal dibawah ini.

Contoh soal 1

Garis $3x - 4y + 12 = 0$ dirotasikan sebesar 180° terhadap titik pusat (1, 2). Persamaan garis hasil rotasi adalah …

Alternatif Penyelesaian:

$$A(x, y) \xrightarrow{R[(1,2)180^o]} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos180^o & -sin180^o \\ sin180^o & cos180^o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1(x-1) \\ -1(y-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x+1 \\ -y+2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$x' = -x + 3 \rightarrow x = 3 - x'$

$y' = -y + 4 \rightarrow y = 4 - y'$

Substitusi $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{3} - \boldsymbol{x}$ 'dan $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{4} - \boldsymbol{y}'$ ke persamaan garis $3x - 4y + 12 = 0$

diperoleh $3(3 - x') - 4(4 - y') + 12 = 0$

$9 - 3x' - 16 + 4y' + 12 = 0$

$-3x' + 4y' + 9 - 16 + 12 = 0$

$-3x' + 4y' + 5 = 0$ $-3x + 4y + 5 = 0$

Jadi, persamaan garis hasil rotasi adalah $-3x + 4y + 5 = 0$

Berdasarkan pengamatan pada masalah 3.1 dan maslah 3.2 dapat peroleh sifat-sifat rotasi seperti ditabel dibawah ini.

Sifat	Ya / Tidak
Bangun yang dirotasikan mengalami perubahan bentuk.	Tidak
Bangun yang dirotasikan mengalami perubahan ukuran.	Tidak
Bangun yang dirotasikan mengalami perubahan posisi.	Ya
Luas bangun yang dirotasikan mengalamiperubahan	Tidak

C. Rangkuman

1. **Rotasi adalah** transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titiktitik tersebut sejauh α terhadap suatu titik tertentu.

2. Rotasi pada bidang datar ditentukan oleh :
   1. Titik pusat rotasi
   2. Besar sudut rotasi
   3. Arah sudut rotasi
      a. Jika arah rotasi diputar searah jarum jam maka besar sudut rotasi negatif $(-\boldsymbol{\alpha})$
      b. Jika arah rotasi diputar berlawanan jarum jam maka besar sudut rotasi positif $(\boldsymbol{\alpha})$

3. Rotasi dinotasikan dengan $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{P},\boldsymbol{\alpha})$ dimana P merupakan pusat rotasi dan α besar sudut rotasi.

4. Jenis-jenis rotasi berdasarkan titik pusat Misalkan koordinat titik asal A(x, y) akan dirotasikan dengan besar sudut α terhadap pusat (0, 0) dan
   pusat (a, b)akan menghasilkan bayangan sebagai berikut:

Titik Pusat	**Persamaan Matriks Tranformasi**
O(0,0)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
(a,b)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

D. Penilaian Diri/Refleksi Diri

Anak-anak, isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	.Ya	Tidak
1.	Apakah kalian memahami pengertian rotasi?		
2.	Apakah kalian memahami sifat-sifat rotasi		
2.	Apakah kalian dapat menentukan rotasi pada pusat O(0,0)?		
3.	Apakah kalian dapat menentukan rotasi pada pusat (a,b)?		

Catatan:

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

E. Latihan

Anak- anak untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep kalian terhadap translasi kerjakan soal latihan berikut:

Soal Essay

Jawablah soal-soal berikut dengan jelas dan benar.

1. Titik $A(-2, 3)$ dirotasikan sebesar 90° terhadap titik pusat (0, 0). Hasil rotasi titik A adalah ...

2. Titik $D(6\ 3)$ dirotasikan sebesar 270° terhadap titik pusat (2, 4). Hasil rotasi titik D adalah ...

3. Titik B dirotasikan sebsar 90° terhadap titik pusat (2, 1) menghasilkan bayangan $B'(-2, 4)$. Koordinat titik B adalah ...

4. Titik C dirotasikan sebsar 180° terhadap titik pusat (2, 3) menghasilkan bayangan $C'(4, -1)$. Koordinat titik C adalah ...

5. Bayangan titik (4, −5) oleh rotasi $R[P, 90°]$ adalah (10, 5). Titik pusat rotasi tersebut adalah ...

6. Diketahui segitiga PQR dengan koordinat titik sudut $P(3, 2)$, $Q(4, -1)$ dan $R(5, 3)$. Segitiga PQR diputar sebesar 180° terhadap titik pusat (0,0) diperoleh bayangan segitiga P'Q'R'. Koordinat $P\ '$, Q' dan R' berturut-turut adalah ...

7. Diketahui segitiga ABC dengan koordinat titik sudut $A(-3, 2)$, $B(2, 4)$ dan $C(-1, -1)$. Segitiga ABC diputar sebesar $-\pi$ terhadap titik pusat (5,1) diperoleh bayangan segitiga A'B'C'. Koordinat $A\ '$,B' dan C' berturut-turut adalah ...

8. Persamaan garis $2x + y + 3 = 0$ dirotasikan dengan pusat (0, 0) sebesar 90° berlawanan arah jarum jam. Tentukan persamaan bayangannya

9. Lingkaran L: $x\ 2 + y\ 2 = 9$ dirotasikan sebesar 90° terhadap titik $P(2, -1)$. Persamaan lingkaran hasil rotasi tersebut adalah ...

10. Bayangan garis g oleh rotasi terhadap titik pusat $P(-4, 1)$ sebesar $3\ 2\ \pi$ adalah $3y + 2x + 24 = 0$. Persamaan garis g adalah ....

Alternatif Penyelesaian Soal Uraian

No	Pembahasan	Skor
1.	Titik $A(-2,3)$ dirotasikan $R_{[O(0,0),90°]}$ $A(-2,3) \xrightarrow{R_{[O(0,0),90°]}} A'(x',y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ Jadi, hasil bayangan titik A adalah $A'(-3,-2)$	**5** **5**
2.	Titik $D(6\ 3)$ dirotasikan $R_{[(2,4),270°]}$ $D(6,3) \xrightarrow{R_{[(2,4),270°]}} D'(x',y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 270° & -\sin 270° \\ \sin 270° & \cos 270° \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6-2 \\ 3-4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+2 \\ -4+4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ Jadi, hasil bayangan titik D adalah $D'(1,0)$	**2** **3** **5**
3.	Titik B dirotasikan sebsar $90°$ terhadap titik pusat $(2,1)$ menghasilkan bayangan $B'(-2,4)$. $B(x,y) \xrightarrow{R_{[(2,1),90°]}} B'(-2,4)$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-2 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-2 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(y-1) \\ x-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y+1 \\ x-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y+1+2 \\ x-2+1 \end{pmatrix}$	**2** **3** **3**

	$\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-y+3\\x-1\end{pmatrix}$ Dengan menggunakan kesamaan dua matriks diperoleh $-2=-y+3$ $y=3+2$ $\boldsymbol{y=5}$ $4=x-1$ $4+1=x$ $5=x$ $\boldsymbol{x=5}$ Jadi, koordinat titik asal B adalah $(5,5)$	2
4.	Titik C dirotasikan sebsar $180°$ terhadap titik pusat $(2,3)$ menghasilkan bayangan $C'(4,-1)$. $C(x,y)\xrightarrow{R_{[(2,3),180°]}}C'(4,-1)$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-a\\y-b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos 180° & -\sin 180°\\ \sin 180° & \cos 180°\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-2\\y-3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-2\\y-3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-(x-2)\\-(y-3)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-x+2\\-y+3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-x+2+2\\-y+3+3\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-x+4\\-y+6\end{pmatrix}$ Dengan menggunakan kesamaan dua matriks diperoleh $4=-x+4$ $x=4-4$ $\boldsymbol{x=0}$ $-1=-y+6$ $y=6+1$ $\boldsymbol{y=7}$ Jadi, koordinat titik asal C adalah $(0,7)$	2 3 3 2
5.	Bayangan titik $(4,-5)$ oleh rotasi $R[P,90°]$ adalah $(10,5)$. Ditanyakan titik pusat rotasi $P(a,b)$ $(4,5)\xrightarrow{R_{[(a,b),90°]}}(10,5)$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-a\\y-b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos 90° & -\sin 90°\\ \sin 90° & \cos 90°\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4-a\\-5-b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -1\\1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4-a\\-5-b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-(-5-b)\\4-a\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5+b\\4-a\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$	1 2

	$\begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5+b+a \\ 4-a+b \end{pmatrix}$ Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh $10 = 5 + b + a$ $10 - 5 = a + b$ $5 = a + b$ $\boldsymbol{a + b = 5}$ $a + b = 5$ merupakan persamaan 1) $5 = 4 - a + b$ $5 - 4 = -a + b$ $1 = -a + b$ $\boldsymbol{-a + b = 1}$ $-a + b = 1$ merupakan persamaan 2) Langkah selanjutnya eliminasi persamaan 1) dan persamaan 2) untuk mencari nilai a dan b $a + b = 5$ $\underline{-a + b = 1 +}$ $2b = 6$ $b = \frac{6}{2}$ $b = 3$ Substitusi nilai $b = 3$ ke persamaan 1) sehingga diperoleh $a + b = 5$ $a + 3 = 5$ $a = 5 - 3$ $a = 2$ Jadi, titik pusat rotasi adalah $P(a, b) = P(2, 3)$	**3** **2** **2**
6.	Diketahui segitiga PQR dengan koordinat titik sudut $P(3, 2), Q(4, -1)$ dan $R(5, 3)$. Segitiga PQR diputar sebesar 180° terhadap titik pusat (0,0) Kita gunakan konsep rotasi terhadap pusat (0, 0) sebagai berikut $P(3, 2) \xrightarrow{R_{[O,90°]}} P'(x', y')$ $Q(4, -1) \xrightarrow{R_{[O,90°]}} P'(x', y')$ $R(5, 3) \xrightarrow{R_{[O,90°]}} R'(x', y')$ Selanjutnya, koordinat titik P, Q, dan R pada segitiga kita tuliskan dalam bentuk sebuah matriks. Karena terdapat 3 titik sehingga matriks yang akan dibuat berordo 2×3 dengan ketentuan sebagai berikut : 1. Baris pertama matrik diisi oleh komponen x 2. Baris kedua matriks diisi oleh komponen y 3. Kolom pertama diisi koordinat titik P 4. Kolom kedua diisi koordinat titik Q 5. Kolom ketiga diisi koordinat titik R Sehingga matriks yang terbentuk adalah $\begin{pmatrix} x_P & x_Q & x_R \\ y_P & y_Q & y_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$	**2** **2** **1**

	$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_P & x_Q & x_R\\ y_P & y_Q & y_R\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos 90^\circ & -\sin 90^\circ\\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & 4 & 5\\ 2 & -1 & 3\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & 4 & 5\\ 2 & -1 & 3\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 1 & -3\\ 3 & 2 & 5\end{pmatrix}$ Jadi, bayangan titik P, Q, dan R berturut-turut adalah $P'(-2,3), Q'(1,2)$ dan $R'(-3,5)$	2 3
7.	Diketahui segitiga ABC dengan koordinat titik sudut $A(-3,2), B(2,4)$ dan $C(-1,-1)$. Segitiga ABC diputar sebesar $-\pi$ terhadap titik pusat (5,1) Kita gunakan konsep rotasi terhadap pusat (a,b) pada masing-masing titik sebagai berikut. Titik $A(-3,2)$ $A(-3,2)\xrightarrow{R_{[(5,1),-180}} A'(x',y')$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-a\\y-b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(-180^\circ) & -\sin(-180^\circ)\\ \sin(-180^\circ) & \cos(-180^\circ)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3-5\\2-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-8\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8+5\\-1+1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}13\\0\end{pmatrix}$ Jadi, hasil bayangan titik A adalah $A'(13,0)$ Titik $B(2,4)$ $B(2,4)\xrightarrow{R_{[(5,1),-180]}} B'(x',y')$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-a\\y-b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(-180^\circ) & -\sin(-180^\circ)\\ \sin(-180^\circ) & \cos(-180^\circ)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2-5\\4-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3+5\\-3+1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\-2\end{pmatrix}$ Jadi, hasil bayangan titik B adalah $B'(8,-2)$ Titik $C(-1,-1)$	1 3 3

<table>
<tr><td></td><td>
$C(-1,-1) \xrightarrow{R_{[(5,1),-180]}} C'(x',y')$

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(-180°) & -\sin(-180°) \\ \sin(-180°) & \cos(-180°) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1-5 \\ -1-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6+5 \\ 2+1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 3 \end{pmatrix}$

Jadi, hasil bayangan titik B adalah $B'(8,-2)$
</td><td>3</td></tr>
<tr><td>8.</td><td>
Persamaan garis $2x+y+3=0$ dirotasikan dengan $R_{[O,90°]}$
Misalkan titik $A(x,y)$ memenuhi persamaan garis $2x+y+3=0$ sehingga

$A(x,y) \xrightarrow{R_{[O(0,0),90°]}} A'(x',y')$

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh
$x' = -y \rightarrow y = -x'$
$y' = x \rightarrow x = y'$
Substitusi $y = -x'$ dan $x = y'$ ke persamaan garis $2x+y+3=0$ diperoleh
$2(y') + (-x') + 3 = 0$
$2y' - x' + 3 = 0$
$2y - x + 3 = 0$
Jadi, persamaan garis hasil rotasi adalah $2y - x + 3 = 0$
</td><td>2
3
2
3</td></tr>
<tr><td>9.</td><td>
Lingkaran $L: x^2+y^2=9$ dirotasikan sebesar $90°$ terhadap titik $P(2,-1)$
Misalkan titik $A(x,y)$ memenuhi persamaan lingkaran $L: x^2+y^2=9$ sehingga diperoleh

$A(x,y) \xrightarrow{R_{[(2,-1)),90°]}} A'(x',y')$

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-2 \\ y-(-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
</td><td>2</td></tr>
</table>

10.	Bayangan garis g oleh rotasi terhadap titik pusat $P(-4,1)$ sebesar $\frac{3}{2}\pi$ adalah $3y+2x+24=0$. Persamaan garis g adalah ... Misalkan titik $A'(x',y')$ memenuhi persamaan $g': 3y'+2x'+24=0$ $A(x,y) \xrightarrow{R_{[(-4,1)),\frac{3}{2}\pi]}} A'(x',y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) & -\sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) \\ \sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) & \cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-(-4) \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$	2
	Ingat : $\pi = 180°$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 270° & -\sin 270° \\ \sin 270° & \cos 270° \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x+4 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x+4 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y+1 \\ -(x+4) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y+1 \\ -x-4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y+1+(-4) \\ -x-4+1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y+1-4 \\ -x-4+1 \end{pmatrix}$	3

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan=$\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ total} x\ 100\%$

Kriteria
90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

DAFTAR PUSTAKA

B.K. Noormandiri. 2017. Matematika untuk SMA/MA Kelas XI Kelompok Wajib. Jakarta: Erlangga

Drs. Sobirin. 2008. Fokus Matematika Siap UN SMA/MA. Jakarta: Erlangga

Manullang, Sudianto. dkk. 2017. Matematika SMA/MA Kelas XI. Jakarta : Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan

Istiqomah. S.Pd. 2020. Modul Pembelajaran SMA Matematika Umum Kelas XI. Jakarta: Direktorat SMA, Direktorat Jendral PAUD, DIKDAS, dan DIKMEN

https://youtu.be/lBFnXBvfvnY?t=141

https://youtu.be/KBX6B1-ULF0?list=RDCMUCl67Jeayu8eJVY2y5FuKSUw&t=28

GLOSARIUM

.

Geometri : Cabang matematika yang menerangkan sifat-sifat garis, sudut, bidang, dan ruang

Transformasi : Perubahan posisi dan ukuran dari suatu objek (titik, garis, kurva, bidang) T

Transformasi Geometri : Perubahan posisi dan ukuran dari suatu objek (titik, garis, kurva, bidang) dan dapat dinyatakan dalam gambar dan matriks

Matriks : Susunan sekelompok bilangan dalam suatu jajaran berbentuk persegi panjang yang diatur berdasarkan baris dan kolom dan diapit oleh tanda kurung

Rotasi : Transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh α terhadap suatu titik tertentu