

# Handout 1

## TRANSFORMASI GEOMETRI TRANSLASI



MATEMATIKA WAJIB KELAS

XI

SEMESTER 1

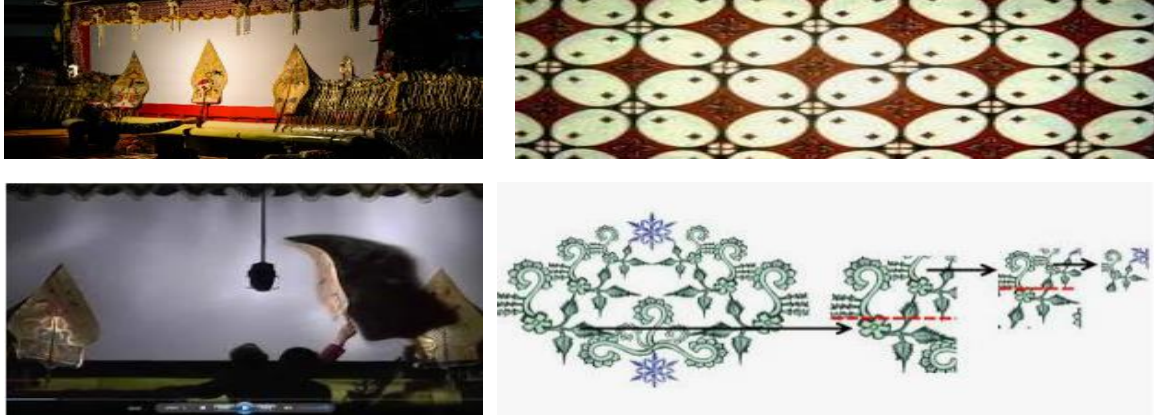
BY :

RIKA PRAMUDYAWATI S, S.PD.

SMA NEGERI MOJOGEDANG

# TRANSFORMASI GEOMETRI

## TRANSLASI



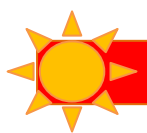
<https://images.app.goo.gl/eghaecMikTEGcxH76> <https://images.app.goo.gl/WuJSGeZe62pYbCYN7>  
<https://images.app.goo.gl/4PBKLdnNcUICiC1j8>  
<https://images.app.goo.gl/9FIAzCWm8otniPFA>  
diakses tanggal 21 September 2020 pukul 21.33  
Gambar 1. Batik dan Pertunjukan Wayang Kulit

Hai semua...masih semangat belajar di rumah kan??nah sekarang coba kalian perhatikan beberapa gambar di atas. Gambar di atas adalah salah satu budaya di Jawa Tengah kan...yaitu Batik dan Wayang. Jika kalian perhatikan, pada gambar pertama adalah gambar ketika dalang memainkan wayang di depan layar putih, dalang menggeser wayang agar berpindah tempat dan bergantian dengan tokoh wayang yang lainnya. Saat dimainkan wayang akan tampak sebagai bayangan yang bergerak di layar putih. Perubahan posisi wayang inilah termasuk translasi. Gambar kedua adalah gambar batik motif kawung. Batik kawung menggunakan konsep pencerminan satu dengan yang lainnya. Gambar ketiga adalah gambar dalang sedang memutar gunungan searah jarum jam di depan layar sebagai pertanda pertunjukan wayang dimulai. Dalam hal ini termasuk rotasi. Dan gambar ke empat adalah motif batik yang di besarkan dari motif sebelumnya. Dalam matematika termasuk konsep dilatasi.

Dengan mengandaikan wayang dan batik sebagai bentuk geometri, perpindahan atau perubahan tersebut dapat disebut sebagai transformasi geometri. Ternyata transformasi geometri begitu akrab dengan kehidupan manusia .

Nah...pada bab ini, kita akan membahas transformasi geometri meliputi translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi, serta komposisinya.

Pada bagian pertama ini, kita pelajari translasi atau pergeseran.



## Petunjuk Penggunaan

Penyajian materi pada bahan ajar ini disusun menggunakan model Project Based Learning sehingga peserta didik dituntun untuk menemukan konsep dan berdiskusi secara aktif dalam kemampuan dan mental yang dimilikinya. Adapun sistematika dalam bahan ajar ini antara lain:



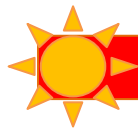
1. Uraian materi merupakan materi pokok/materi pembelajaran dalam bahan ajar. Materi disajikan dengan bahasa yang sederhana sehingga mudah dipahami.
2. Sebelum menginjak pada pembahasan, bahan ajar ini diawali dengan paparan kompetensi yang harus dicapai oleh peserta didik.
3. Setiap pembahasan sub materi dilengkapi dengan contoh soal untuk memperjelas konsep yang dipelajari.
4. Latihan berisi soal-soal untuk menguji kemampuan peserta didik dalam memahami materi yang dipelajari. Latihan yang disajikan sudah disesuaikan dengan indikator-indikator komunikasi matematis.
5. Rangkuman berisi pokok-pokok pembicaraan materi yang telah selesai dipelajari.
6. Evaluasi berisi soal-soal untuk melihat kemampuan komunikasi matematis siswa dalam materi Transformasi Geometri



Berikut adalah langkah-langkah peserta didik dalam menggunakan bahan ajar ini .

1. Bacalah dengan **cermat** kompetensi yang harus dicapai
2. **Cermati** uraian materi dengan seksama dan perhatikan contoh soal yang diberikan dengan sebaik-baiknya
3. Kerjakan latihan soal yang tersedia agar tercapai kompetensi yang diharapkan
4. Bacalah kembali rangkuman yang ada di akhir handout
5. Kerjakanlah soal – soal evaluasi yang ada dengan **teliti**
6. Kalian bisa mencari sumber referensi lain baik buku atau media online untuk menyelesaikan latihan atau tugas diskusi
7. Pada saat mengerjakan soal jangan melihat kunci jawaban terlebih dahulu supaya dapat mengetahui sejauh mana pemahaman kalian
8. Berdiskusilah dengan temnamu jika mengalami kendala atau bisa dengan meminta bimbingan dan arahan guru ketika menemukan permasalahan yang dirasa rumit

**Selamat Belajar**



## Kompetensi yang dicapai

### Kompetensi Dasar

- 3.3 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo  $2 \times 2$  dan penerapan dalam transformasi dan komposisi transformasi geometri
- 4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo  $2 \times 2$  dan penerapan dalam transformasi dan komposisi transformasi geometri

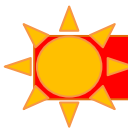
### IPK

- 3.3.4 Menyebutkan contoh transformasi translasi dalam kehidupan sehari-hari.
- 3.3.5 Menganalisis sifat-sifat translasi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat.
- 3.3.6 Menghubungkan konsep translasi dengan kaitannya dengan konsep matriks.
- 3.3.7 Menemukan bayangan hasil translasi dengan menggunakan matriks
- 4.3.5 Memecahkan permasalahan berkaitan dengan translasi menggunakan matriks

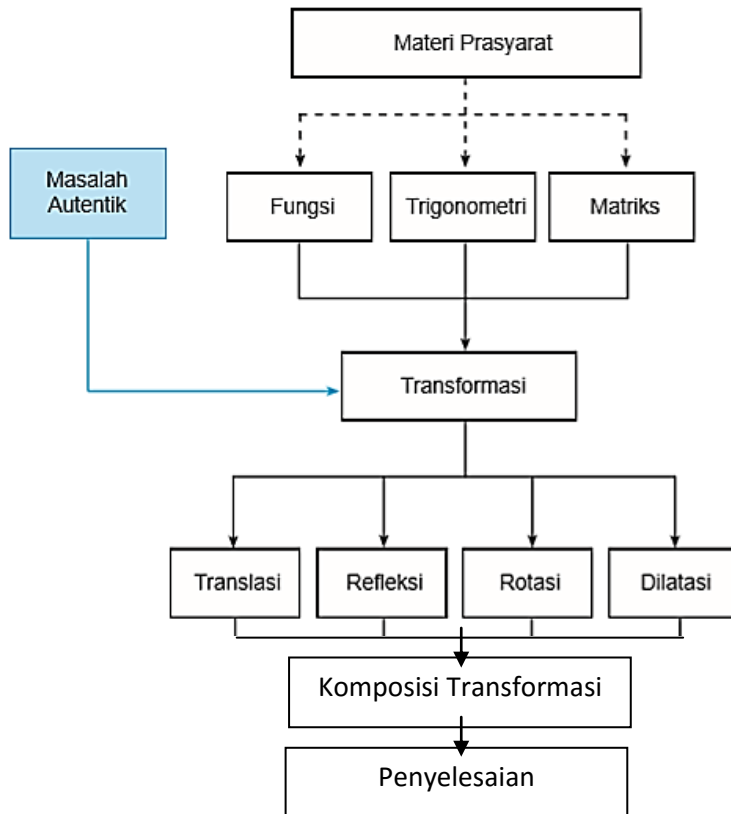
### Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari konsep translasi melalui pengamatan, menalar, tanya jawab, mencoba menyelesaikan persoalan, penugasan individu dan kelompok, diskusi kelompok, dan mengomunikasikan pendapatnya, diharapkan peserta didik mampu :

1. Menumbuhkan sikap perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerja sama toleran, damai), santun, responsif dan proaktif, berani bertanya, berpendapat, dan menghargai pendapat orang lain dalam aktivitas sehari-hari.
2. Menunjukkan rasa ingin tahu dalam memahami konsep dan menyelesaikan masalah.
3. Menyebutkan contoh transformasi translasi dalam kehidupan sehari-hari.
4. Menemukan sifat-sifat translasi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat.
5. Menemukan konsep translasi dengan kaitannya dengan konsep matriks.
6. Memecahkan permasalahan berkaitan dengan translasi menggunakan matriks



## Peta Konsep



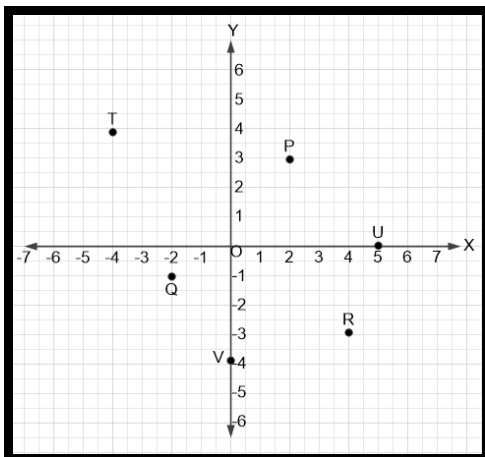
## Materi Prasyarat



Ayo ingat kembali..

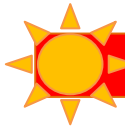
Perhatikan diagram Cartesius berikut !

Tempat kedudukan titik pada diagram cartesius



Amatilah gambar di samping kiri tersebut !  
Tentukan koordinat masing-masing titik P, Q, R, T, U !

Titik	Koordinat
P	(...,...)
Q	(...,...)
R	(...,...)
T	(...,...)
U	(...,...)



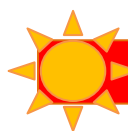
### TRANSLASI



Sumber : <https://www.youtube.com/watch?v=ZkUHHMnjYnk>  
Gambar.2 Pergesaran pada wayang oleh dalang

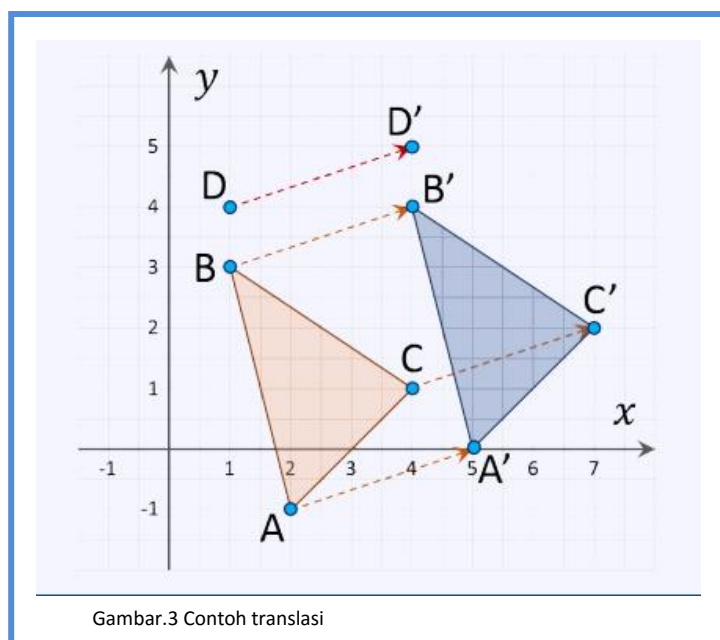
Perhatikan gambar di samping. Seorang dalang sedang memainkan pertunjukan wayang. Dia menggeser gunung yang awalnya berada di tengah layar sejauh 5 jengkal ke kanan, kemudian karena ada adegan perang wayang dinaikkan sejauh 3 jengkal dan kemudian digeser lagi ke kanan 2 jengkal. Dapatkah kalian menjelaskan posisi wayang sekarang terhadap posisi awal?

Dalam matematika, perubahan posisi wayang yang dimainkan oleh dalang termasuk jenis translasi/pergeseran. Transformasi geometri merupakan suatu objek baik posisi, bentuk, maupun ukuran yang dikarenakan oleh aturan tertentu. Bagaimana bentuk translasi pada bidang koordinat? Mari kita pelajari lebih mendalam.



## Aktivitas 1

Ayo kita mengamati gambar di bawah ini



Gambar.3 Contoh translasi

$\triangle A'B'C'$  adalah bayangan dari  $\triangle ABC$  pada suatu translasi, maka  $AA' = BB' = CC'$ .

### Pergeseran 1 :

Posisi awal titik  $A$  adalah  $A(2, -1)$ , kemudian bergerak ke kanan sejauh 3 langkah dan ke atas 1 langkah, sehingga posisi berubah di koordinat

Hal ini berarti :

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

### Pergeseran 2 :

Posisi awal titik  $B(1, 3)$  dan mengalami pergeseran selanjutnya yaitu bergeser ke kanan sejauh 3 langkah dan ke atas 1 langkah, sehingga pada gambar tampak di posisi koordinat  $B'(4, 4)$ .

Hal ini berarti :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

### Pergeseran 3 :

Posisi awal titik  $C(4, 1)$  dan mengalami pergeseran selanjutnya yaitu bergeser ke kanan sejauh 3 langkah dan ke atas 1 langkah, sehingga pada gambar tampak di posisi koordinat  $A'(5, 0)$ .

Hal ini berarti :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Coba kamu amati tabel berikut !

Titik Awal	Titik Akhir	Proses	Translasi
$C(4, 1)$	$A'(11, 4)$	$\begin{pmatrix} 11 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$	$T = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$
$B(-5, -4)$	$B'(-5, -1)$	$\begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$	$T = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$
$C(4, 1)$	$A'(5, 0)$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$	$T = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
$D(-1, -3)$	$D'(-3, -6)$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$	$T = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

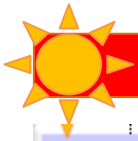


Berdasarkan pengamatan objek di atas,  $B'$  dan  $C'$  memiliki jarak dan arah yang sama dari  $B$  dan  $C$  seperti  $A'$  dan  $A$ , maka titik  $B'$  adalah bayangan  $B$  dan  $C'$  adalah bayangan  $C$ . Sehingga, segitiga  $ABC$  pindah ke segitiga  $A'B'C'$ . Bayangan dari segitiga  $ABC$  sama halnya menggeser segitiga tersebut searah dengan panah dari  $A$  ke  $A'$ .

**Sehingga dapat disimpulkan :**

Bangun yang digeser (translasi) tidak mengalami ..... dan ukuran tetapi hanya mengalami perubahan posisi.





## Aktivitas 2



### Ayo kita amati kembali !

Empat orang anak dan seorang guru olahraga sedang berlatih mengover bola basket di lapangan olahraga. Mereka membuat formasi sebagai berikut: Keempat anak berdiri di empat penjuru (utara, selatan, timur, dan barat) sedangkan guru mereka berdiri sebagai pusat penjuru. Tiap-tiap anak berjarak 4 meter ke guru olah raga mereka.

Adapun aturan latihan sebagai berikut :

1. Guru mengirim bola ke anak yang di utara dan anak tersebut akan mengirimnya kembali ke gurunya, kemudian
2. Guru langsung mengirim bola ke anak yang di timur dan anak tersebut akan mengirim kembali ke gurunya,
3. Demikian seterusnya, bola selalu dikirim ke gurunya, dan guru mengirim bola secara siklis dari utara ke timur, ke selatan, ke barat dan kembali ke utara.



### Ayo menanya

Dari masalah yang telah kalian amati, kalian mungkin bertanya tentang hal berikut

1. Dapatkah kamu gambarkan formasi cara berdiri keempat anak dan guru mereka sesuai permasalahan di atas?
2. Seandainya mereka dianggap sebagai titik, dapatkah kamu kembali menggambarkan formasi mereka dalam sistem koordinat Kartesius? Anggap guru olah raga tersebut adalah titik pusat  $O(0, 0)$ .
3. Seandainya posisi guru dianggap sebagai titik  $P(1, 3)$ , dapatkah kamu menggambar kembali formasi mereka di koordinat Kartesius?
4. Jika guru olah raga mengintruksikan kepada siswa untuk bebas mengoper bola ke teman-temannya maka dapatkah kamu temukan pola pergeseran bola voli tersebut? Coba kamu amati, teliti dengan baik hubungan koordinat Kartesius pada setiap titik. Dapatkah kamu temukan konsep pergeseran?

Kalian bisa mengajukan pertanyaan lain terkait dengan perbandingan atau rasio dari kasus diatas.



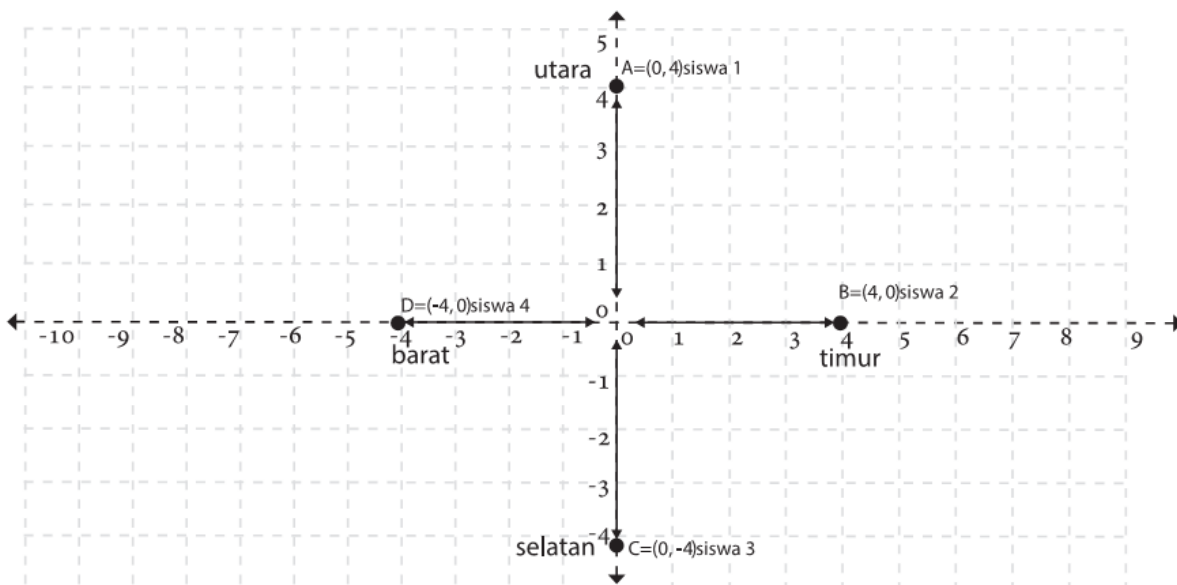
## Ayo Menggali Informasi

1) Gambar formasi cara berdiri keempat anak dan guru mereka pada latihan mengirim bola voli sesuai permasalahan di atas adalah sebagai berikut:



Gambar 10.2: Formasi guru dan siswa dalam latihan bola voli

2) Formasi mereka dalam sistem koordinat Kartesius. Anggap guru olah raga tersebut adalah titik pusat  $O(0, 0)$ .



Gambar 10.3 Formasi 4 orang siswa dan 1 orang guru pada koordinat kartesius

3) Coba kamu gambarkan formasi mereka dalam bidang koordinat kartesius dengan posisi guru olah raga tersebut adalah titik pusat  $P(1, 3)$ .

**Langkah 1.** Letakkanlah titik  $P(1, 3)$  di koordinat kartesius.

**Langkah 2.** Buatlah garis berarah di empat penjuru (utara, timur, selatan, dan barat) dengan titik  $P$  adalah titik pusatnya.

**Langkah 3.** Bergeraklah 4 satuan ke masing-masing penjuru dan letakkanlah sebuah titik serta berilah nama titik  $A, B, C$  atau  $D$ .

**Langkah 4.** Tentukanlah koordinat titik  $A, B, C$  dan  $D$  tersebut.



## Ayo kita menalar

Perhatikan tabel berikut.

Tabel Posisi keempat siswa dalam bidang koordinat Kartesius dan hubungannya.

Dari/ke	Siswa 1 A(0, 4)	Siswa 2 B(4, 0)	Siswa 3 C(0, -4)	Siswa 4 D(-4, 0)
Siswa 1 A(0,4)	$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -8 \end{pmatrix}$	...
Siswa 2 B(4,0)	...	$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	...	...
Siswa 3 C(0,-4)	...	$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	...
Siswa 4 D(-4,0)	...	...	...	$\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Coba kamu isi sel yang masih kosong pada tabel di atas. Secara umum dapat kita lihat bahwa: jika titik A(x, y) ditranslasi oleh T(a, b), koordinat hasil translasinya adalah A'(x + a, y + b).

Berdasarkan pengamatan yang telah kalian lakukan, secara umum dapat diperoleh



Misalkan x, y, a, dan b adalah bilangan real,

Translasi titik A(x,y) menggeser absis x sejauh a dan menggeser ordinat y sejauh b, sehingga secara notasi ditulis:

$$A(x, y) \xrightarrow{T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x', y')$$

Titik A(x,y) ditranslasikan oleh T menghasilkan titik A'(x',y') dengan rumus

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$



## Contoh 1

Translasi  $T_1(p,q)$  memetakan titik  $A(1,2)$  ke  $A'(5,7)$

- Tentukan translasi tersebut
- Tentukan bayangan segitiga  $ABC$  dengan titik sudut  $A(1,2)$ ,  $A(3,4)$ , dan  $C(-5,6)$  oleh translasi tersebut.
- Jika segitiga yang kalian peroleh pada jawaban b ditranslasikan lagi dengan  $T_2(2,2)$  Tentukan bayangannya



### Alternatif Penyelesaian

$$a. A(1,2) \xrightarrow{T_1(p,q)} A'(1+p, 2+q) = A'(5,7)$$

Diperoleh  $1+p = 5$ . Sehingga,  $p=4$

$$2+q = 7, \text{ didapat, } q = 5$$

Jadi, translasi tersebut adalah  $T_1(4,5)$

- Translasi  $T_1(4,5)$  artinya memindahkan suatu titik 4 satuan ke kanan dan 5 satuan ke atas. Dengan mentranslasikan titik-titik  $A'$ ,  $B'$ , dan  $C'$  dari segitiga  $ABC$  dengan translasi  $T_1$ , kalian memperoleh segitiga  $A'B'C'$  sebagai berikut

$$A(1,2) \xrightarrow{T_1(4,5)} A'(1+4, 2+5) = A'(5,7)$$

$$B(3,4) \xrightarrow{T_1(4,5)} B'(3+4, 4+5) = B'(7,9)$$

$$C(-5,6) \xrightarrow{T_1(4,5)} C'(-5+4, 6+5) = C'(-1,11)$$

Jadi, bayangan segitiga  $ABC$  adalah segitiga  $A'B'C'$  dengan titik  $A'(5,7)$ ,  $B'(7,9)$ , dan  $C'(-1,11)$

- Translasi  $T_2(2,2)$  artinya memindahkan suatu titik 2 satuan ke kanan dan 2 satuan ke atas. Dengan mentranslasikan titik-titik  $A''$ ,  $B''$ , dan  $C''$  dari segitiga  $A'B'C'$  dengan translasi  $T_2$ , kalian memperoleh segitiga  $A''B''C''$  sebagai berikut

$$A'(5,7) \xrightarrow{T_2(2,2)} A''(5+2, 7+2) = A''(7,9)$$

$$B'(7,9) \xrightarrow{T_2(2,2)} B''(7+2, 9+2) = B''(9,11)$$

$$C'(-1,11) \xrightarrow{T_2(2,2)} C''(-1+2, 11+2) = C''(1,13)$$

Jadi, bayangan segitiga  $A'B'C'$  adalah segitiga  $A''B''C''$  dengan titik  $A''(7,9)$ ,  $B''(9,11)$ , dan  $C''(1,13)$



## Contoh 2

Garis  $k$  dengan persamaan  $2x - 3y + 4 = 0$  ditranslasi dengan matriks translasi  $T(-1,3)$ .  
Tentukan bayangan garis  $k$  tersebut!



### Alternatif Penyelesaian

Misalkan titik  $A(x,y)$  memenuhi persamaan  $k$  sedemikian sehingga:

$$A(x, y) \xrightarrow{T \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-1 \\ y-3 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan matriks diperoleh:

$$x' = x - 1 \Leftrightarrow x = x' + 1$$

$$y' = y - 3 \Leftrightarrow y = y' + 3$$

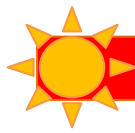
Dengan mensubstitusi  $x$  dan  $y$  ke garis  $k$  maka ditemukan persamaan garis setelah ditranslasi yaitu:

$$2(x'+1) - 3(y'+3) + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x' - 3y' - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 3y - 3 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan garis  $k$  setelah ditranslasi adalah  $2x - 3y - 3 = 0$



## AYO Berdiskusi

Untuk memperdalam pemahaman kalian, silahkan berdiskusi dengan kelompok untuk menyelesaikan LKPD yang sudah kalian unduh dari google classroom

~~Selamat Berdiskusi~~



## Rangkuman

Translasi atau pergeseran adalah pemindahan suatu objek sepanjang garis lurus dengan arah dan jarak tertentu. Arah dan jarak tertentu tersebut ditentukan oleh suatu vector atau ruas garis berarah.

Bangun yang digeser (translasi) tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran tetapi hanya mengalami perubahan posisi.

Misalkan  $x$ ,  $y$ ,  $a$ , dan  $b$  adalah bilangan real,

Translasi titik  $A(x,y)$  menggeser absis  $x$  sejauh  $a$  dan menggeser ordinat  $y$  sejauh  $b$ , sehingga secara notasi ditulis:

$$A(x, y) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x', y')$$

Titik  $A(x,y)$  ditranslasikan oleh  $T$  menghasilkan titik  $A'(x',y')$  dengan rumus

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$



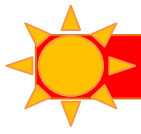
## Latihan Soal

Kerjakan soal di bawah ini di buku tugas !

1. Tentukan hasil translasi setiap titik berikut!
  - a.  $A(2,-3)$  oleh  $T(4,-2)$
  - b.  $B(-3,4)$  oleh  $T_1(2,4)$  dilanjutkan  $T_2(6,-2)$
2. Lingkaran  $x^2 + y^2 = 4$  ditranslasi oleh  $T(-1,3)$ . Tentukan hasil translasi lingkaran tersebut!




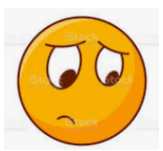

~~ Selamat Mengrjakan yaa,,, ~~

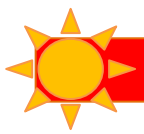


## Kunci Jawaban dan Rubrik Penilaian

No.	Pembahasan	Skore
1.	<p>a. Hasil translasi titik A(2,-3) oleh T(4,-2)</p> $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+4 \\ -3+(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \end{pmatrix}$ <p>Jadi, hasil translasi titik A adalah A'(6,-5)</p> <p>b. Hasil translasi titik B(-3,4) oleh T<sub>1</sub>(2,4) dilanjutkan T<sub>2</sub>(6,-2)</p> $\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3+2+6 \\ 4+4+(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$	15  15
2.	<p>Misalkan titik (x,y) terletak pada lingkaran, sedemikian sehingga:</p> $(x, y) \xrightarrow{T \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}} (x', y')$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-1 \\ y-3 \end{pmatrix}$ <p>Berdasarkan kesamaan matriks diperoleh</p> $x' = x - 1 \Leftrightarrow x = x' + 1$ $y' = y - 3 \Leftrightarrow y = y' + 3$ <p>Substitusikan bentuk x dan y ke dalam persamaan lingkaran.</p> $x^2 + y^2 = 4$ $\Leftrightarrow (x'+1)^2 + (y'+3)^2 = 4$ $\Leftrightarrow (x'^2 + 2x' + 1) + (y'^2 + 6y' + 9) = 4$ $\Leftrightarrow x'^2 + 2x' + y'^2 + 6y' + 6 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$ <p>Jadi, hasil translasi lingkaran tersebut adalah <math>x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0</math></p>	5  5  10
<b>Total skore</b>		<b>50</b>

Nilai = skore x 2

Berapakah Pencapaianmu?????		
 <p>&gt;80</p>	 <p>65 - 80</p>	 <p>&lt;65</p>
<p>Saya berencana agar berhasil pada materi selanjutnya adalah ....</p>		



## Refleksi yuuukkk....

### REFLEKSI MATERI

Isilah dengan jujur kemudian tunjukkan kepada orang tuamu

Yang sudah saya pelajari pada materi ini yaitu

.....  
.....

Hal menarik yang saya temukan ketika mempelajari materi ini yaitu

.....  
.....

Hambatan yang saya temukan ketika mempelajari materi ini yaitu

.....  
.....

### REFLEKSI SIKAP

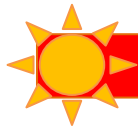
Berilah tanda √ di kolom yang sesuai dengan sikapmu ketika mempelajari materi ini

star			
sikap	★	★ ★	★ ★ ★
<b>Tanggung jawab</b>			
<b>Disiplin</b>			
<b>Mandiri</b>			

**NB:** silahkan kalian foto hasil refleksi kalian ini, kemudian kirimkan ke Google class kelas kalian..OK

Tetap Semangat !!!





## Daftar Pustaka

Manulang, Sudioanto dkk. 2017. *Matematika Wajib SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI*. Jakarta: Kemedikbud.

Kurniawati. 2016. *Modulku Matematika untuk SMA/MA/SMK Kelas XI Semester 1 (Wajib)*. Surakarta: Mediatama.

Ngapiningsih dkk. 2019. *Matematika untuk SMA/MA Mata Pelajaran Wajib Kelas XI Semester 1*. Yogyakarta: PT Penerbit Intan Pariwara.

# Handout 2

## TRANSFORMASI GEOMETRI REFLEKSI



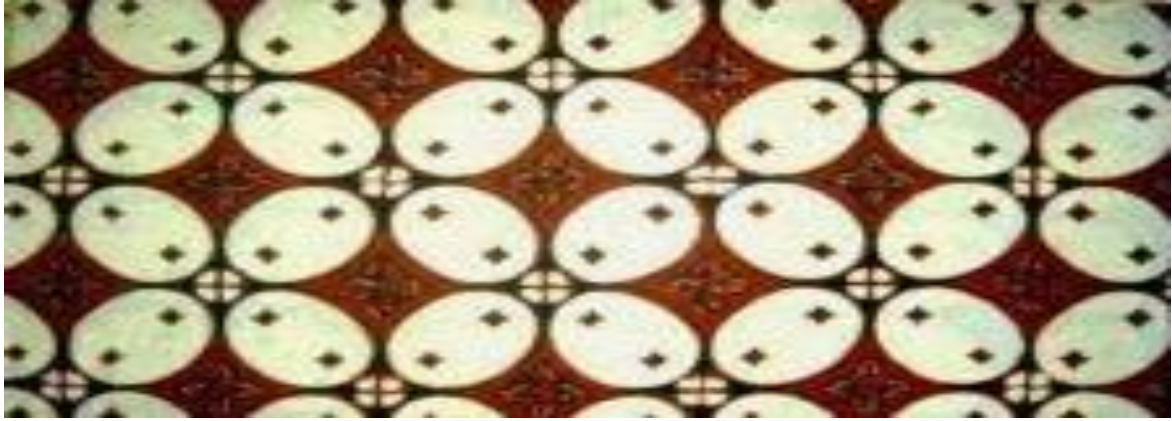
MATEMATIKA  
WAJIB KELAS XI  
SEMESTER 1

By:

RIKA P Septiana, S.PD

# TRANSFORMASI GEOMETRI

## REFLEKSI



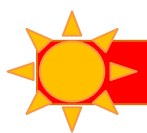
<https://images.app.goo.gl/WuISGeZe62pYbCYN7>  
diakses tanggal 21 September 2020 pukul 21.33  
**Gambar 1. Batik Kawung**

Hai semua...masih semangat belajar di rumah kan??nah sekarang coba kalian perhatikan gambar batik di atas. Indonesia kaya akan beraneka ragam motif batik. Batik Indonesia sendiri juga telah diakui UNESCO sebagai warisan dunia. Setiap daerah di Indonesia selalu memiliki corak yang berbeda-beda. Corak-corak tersebut menunjukkan ciri khas setiap daerah di Indonesia. Corak batik di Indonesia yang menggunakan prinsip transformasi geometri, salah satunya adalah corak batik kawung dari Yogyakarta.

Batik kawung menggunakan salah satu konsep transformasi geometri yaitu refleksi. Bentuk dasar batik kawung adalah ellips yang direfleksikan dengan sumbu koordinat.

Nah...pada bab ini, kita akan membahas refleksi atau pencerminan

Yukkk..kita pelajari dengan penuh semangat !!!



## Petunjuk Penggunaan

Penyajian materi pada bahan ajar ini disusun menggunakan model Problem Based Learning sehingga peserta didik dituntun untuk menemukan konsep dari suatu permasalahan dan berdiskusi secara aktif dalam kemampuan dan mental yang dimilikinya. Adapun sistematika dalam bahan ajar ini antara lain:



1. Uraian materi merupakan materi pokok/materi pembelajaran dalam bahan ajar. Materi disajikan dengan bahasa yang sederhana sehingga mudah dipahami.
2. Sebelum menginjak pada pembahasan, bahan ajar ini diawali dengan paparan kompetensi yang harus dicapai oleh peserta didik.
3. Setiap pembahasan sub materi dilengkapi dengan contoh soal untuk memperjelas konsep yang dipelajari.
4. Latihan berisi soal-soal untuk menguji kemampuan peserta didik dalam memahami materi yang dipelajari. Latihan yang disajikan sudah disesuaikan dengan indikator-indikator komunikasi matematis.
5. Rangkuman berisi pokok-pokok pembicaraan materi yang telah selesai dipelajari.
6. Evaluasi berisi soal-soal untuk melihat kemampuan komunikasi matematis siswa dalam materi Transformasi Geometri



Berikut adalah langkah-langkah peserta didik dalam menggunakan bahan ajar ini .

1. Bacalah dengan cermat kompetensi yang harus dicapai
2. Cermati uraian materi dengan seksama dan perhatikan contoh soal yang diberikan dengan sebaik-baiknya
3. Kerjakan latihan soal yang tersedia agar tercapai kompetensi yang diharapkan
4. Bacalah kembali rangkuman yang ada di akhir handout
5. Kerjakanlah soal – soal evaluasi yang ada dengan teliti
6. Kalian bisa mencari sumber referensi lain baik buku atau media online untuk menyelesaikan latihan atau tugas diskusi
7. Pada saat mengerjakan soal jangan melihat kunci jawaban terlebih dahulu supaya dapat mengetahui sejauh mana pemahaman kalian
8. Berdiskusilah dengan temnamu jika mengalami kendala atau bisa dengan meminta bimbingan dan arahan guru ketika menemukan permasalahan yang dirasa rumit



### Kompetensi Dasar

- 3.3 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo  $2 \times 2$  dan penerapan dalam transformasi dan komposisi transformasi geometri
- 4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo  $2 \times 2$  dan penerapan dalam transformasi dan komposisi transformasi geometri

### IPK

- 3.3.4 Menyebutkan contoh transformasi translasi dalam kehidupan sehari-hari.
- 3.3.5 Menganalisis sifat-sifat translasi berdasarkan
- 3.3.7 Menemukan konsep refleksi terhadap titik  $O(0,0)$  dengan kaitannya dengan konsep matriks
- 3.3.8 Menemukan konsep refleksi terhadap sumbu  $x$  dengan kaitannya dengan konsep matriks
- 3.3.9 Menemukan konsep refleksi terhadap sumbu  $y$  dengan kaitannya dengan konsep matriks
- 3.3.10 Menemukan konsep refleksi terhadap garis  $y=x$  dengan kaitannya dengan konsep matriks
- 3.3.11 Menemukan konsep refleksi terhadap sumbu  $y=-x$  dengan kaitannya dengan konsep matriks
- 3.3.12 Menemukan konsep rotasi pada suatu sudut dan pusat  $O(0,0)$  dengan kaitannya dengan konsep matriks
- 4.3.5 Memecahkan permasalahan berkaitan dengan translasi menggunakan matriks

## Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari konsep translasi melalui model pembelajaran Problem Based Learning dengan metode pengamatan, diskusi, tanya jawab, mencoba menyelesaikan persoalan, penugasan individu dan kelompok, diskusi kelompok, dan mengomunikasikan pendapatnya, diharapkan peserta didik mampu :

1. Menumbuhkan sikap perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerja sama toleran, damai), santun, responsif dan proaktif, berani bertanya, berpendapat, dan menghargai pendapat orang lain dalam aktivitas sehari-hari.
2. Menunjukkan rasa ingin tahu dalam memahami konsep dan menyelesaikan masalah.
3. Menyebutkan contoh transformasi refleksi dalam kehidupan sehari-hari.
4. Menemukan sifat-sifat refleksi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat.
5. Menemukan konsep refleksi dengan kaitannya dengan konsep matriks.
6. Memecahkan permasalahan berkaitan dengan refleksi menggunakan matriks

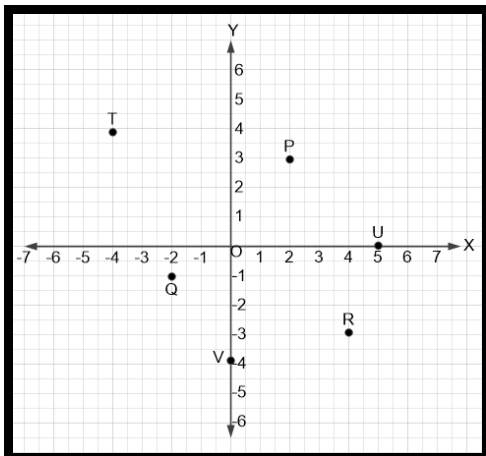
## Materi Prasyarat



Ayo ingat kembali..

Perhatikan diagram Cartesius berikut !

Tempat kedudukan titik pada diagram cartesius



Amatilah gambar di samping kiri tersebut !  
Tentukan koordinat masing-masing titik P, Q, R, T, U !

Titik	Koordinat
P	(...,...)
Q	(...,...)
R	(...,...)
T	(...,...)
U	(...,...)

## Uraian Materi

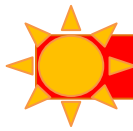
### REFLEKSI



Sumber : <https://images.app.goo.gl/TEpXrTft8mNGMLA77>  
diakses 22 Sept 2020 pukul 9.30  
Gambar.2 Yazid bercermin di depan kaca

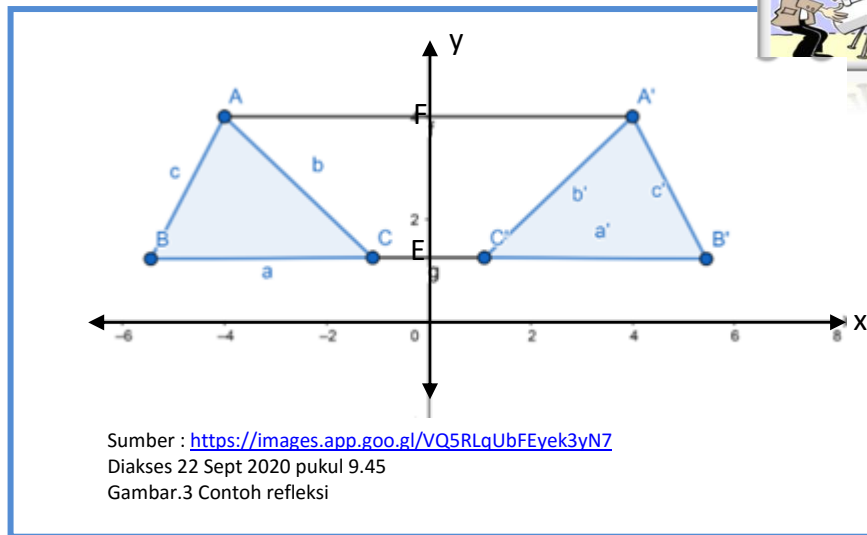
Perhatikan gambar di samping. Yazid sedang berdiri di depan cermin di depan kaca sambil berdoa ketika bercermin. Coba amati posisi Yazid dan bayangan pada cermin. Apakah keduanya memiliki bentuk dan ukuran yang sama? Apakah jarak Yazid ke cermin sama dengan jarak bayangannya ke cermin?

Dalam matematika, posisi Yazid dan bayangannya termasuk transformasi jenis refleksi atau pencerminan. Bagaimana bentuk refleksi pada bidang koordinat? Mari kita pelajari lebih mendalam.



## Aktivitas 1

Ayo kita mengamati gambar di bawah ini



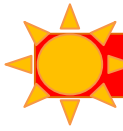
Titik-titik A, B, dan C pada  $\triangle ABC$  dicerminkan menjadi titik-titik  $A'$ ,  $B'$ , dan  $C'$  dengan arah tegak lurus terhadap garis  $g$ , dengan  $AF = AF'$ ,  $CE = EC'$  dan  $BE = EB'$ , sehingga diperoleh bayangannya  $\triangle A'B'C'$  yang kongruen (sama bentuk dan ukuran) dengan  $\triangle ABC$ . Pencerminan seperti ini, yang memindahkan semua titik pada sebuah bangun geometri terhadap suatu garis tertentu, serta bayangannya kongruen dengan bangun semula dinamakan **refleksi**.

**Sehingga dapat disimpulkan :**

Bangun (objek) yang dicerminkan (refleksi) tidak mengalami perubahan ... .

Jarak bangun (objek) dari cermin (cermin datar) adalah sama dengan ... dengan cermin tersebut.





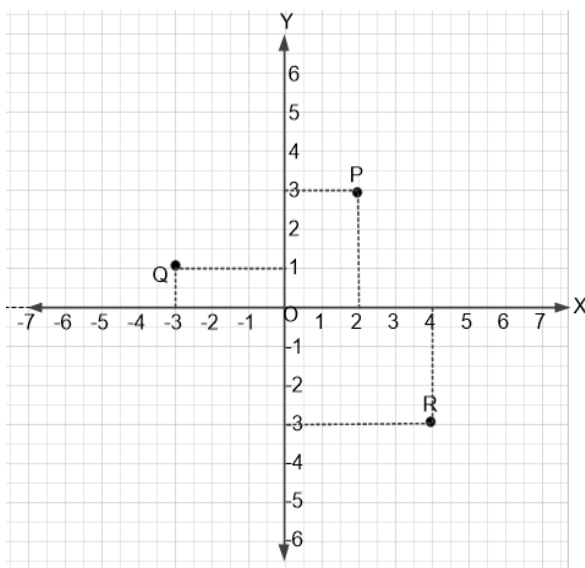
## Aktivitas 2



Ayo kita mengamati

### Refleksi terhadap Sumbu X

Lukislah bayangan titik P, Q, dan R jika dicerminkan terhadap sumbu x !



Tentukan bayangan titik P, Q, dan R jika dicerminkan terhadap sumbu x dengan mengisi tabel berikut !

Titik	Koordinat Bayangan setelah dicerminkan terhadap sb. X
P ( )	
Q ( )	
R ( )	

Dari hasil tersebut diperoleh bahwa koordinat  $y$  dari titik yang dicerminkan terhadap sumbu  $Y$  sama dengan koordinat ..... dari bayangannya, sedangkan koordinat  $x$  dari titik yang dicerminkan terhadap sumbu  $Y$  sama dengan ..... dari koordinat  $x$  dari bayangannya.



## Ayo kita menggali informasi

Titik  $P(x, y)$  di refleksikan terhadap sumbu  $x$  sehingga diperoleh bayangan titik  $P'(x', y')$  Ditulis :  $P(x, y) \xrightarrow{sbx} P'(x, -y)$

Diatas ditunjukkan bahwa refleksi terhadap sumbu  $x$  yang memetakan titik  $P(x, y)$  ke titik  $P'(x', y')$  ditentukan oleh persamaan transformasi refleksi terhadap sumbu  $xy$  yaitu:

$$x' = x$$

$$y' = -y$$

persamaan ini dapat dituliskan kembali menjadi:

$$\begin{aligned} x' &= 1.x + 0.y \\ y' &= 0.x + (-1).y \end{aligned} \quad \text{atau} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Dengan demikian, matriks refleksi terhadap sumbu  $x$  adalah  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

## Kesimpulan



Titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap sumbu  $x$  menghasilkan bayangan  $A'(x', y')$ , sehingga secara notasi ditulis:

$$A(x, y) \xrightarrow{Msb.X} A'(x', y')$$

Titik  $A(x, y)$  ditranslasikan oleh  $T$  menghasilkan titik  $A'(x', y')$  dengan rumus

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



## Contoh 1

Diketahui segitiga ABC dengan koordinat titik **A(2,0)**, **B(0,-5)** dan **C(-3,1)**. Tentukan koordinat bayangan segitiga **ABC** tersebut bila dicerminkan terhadap sumbu x



### Alternatif Penyelesaian

Pencerminan terhadap sumbu x

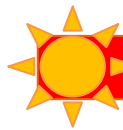
$$P(x,y) \longrightarrow P'(x, -y)$$

$$A(2,0) \longrightarrow A'(2,0)$$

$$B(0,-5) \longrightarrow B'(0,5)$$

$$C(-3,1) \longrightarrow C'(-3, -1)$$

Jadi, bayangan titik ABC oleh pencerminan terhadap sumbu x adalah **A'(2,0)**, **B'(0,5)**, dan **C'(-3,-1)**



## Contoh 2

Tentukan bayangan garis  **$3x - 2y + 5 = 0$**  oleh refleksi terhadap sumbu x !



### Alternatif Penyelesaian

Bayangan garis  **$3x - 2y + 5 = 0$**  oleh pencerminan terhadap sumbu X

$$\text{maka: } x' = x \longrightarrow x = x'$$

$$y' = -y \longrightarrow y = -y'$$

$x = x'$  dan  $y = -y'$  disubstitusi ke kurva  $3x - 2y + 5 = 0$  diperoleh:

$$3x' - 2(-y') + 5 = 0$$

$$3x' + 2y' + 5 = 0$$

Jadi bayangannya adalah  **$3x + 2y + 5 = 0$** .

Bagaimana matriks refleksi terhadap sumbu  $y$ , garis  $y=x$ ,  $y=-x$  dan terhadap titik asal  $O(0,0)$ ??



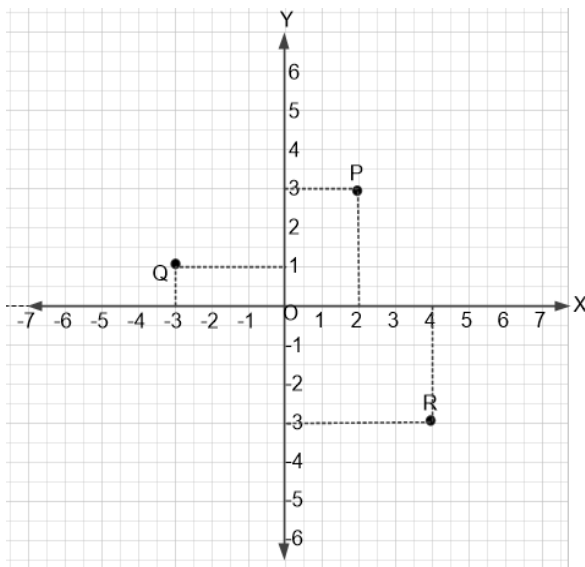
Ayo kita menanya

## Refleksi terhadap Sumbu $Y$



Ayo kita menggali informasi

Lukislah bayangan titik  $P, Q$ , dan  $R$  jika dicerminkan terhadap sumbu  $Y$  !



Tentukan bayangan titik  $P, Q$ , dan  $R$  jika dicerminkan terhadap sumbu  $Y$  dengan mengisi tabel berikut !

Titik	Koordinat Bayangan setelah dicerminkan terhadap sb. $Y$
$P ( \quad )$	
$Q ( \quad )$	
$R ( \quad )$	

Dari hasil tersebut diperoleh bahwa koordinat  $y$  dari titik yang dicerminkan terhadap sumbu  $Y$  sama dengan koordinat ..... dari bayangannya, sedangkan koordinat  $x$  dari titik yang dicerminkan terhadap sumbu  $Y$  sama dengan ..... dari koordinat  $x$  dari bayangannya.



Titik  $P(x, y)$  di refleksikan terhadap sumbu  $y$  sehingga diperoleh bayangan titik  $P'(x', y')$  Ditulis :  $P(x, y) \xrightarrow{sbY} P'(-x, y)$

Diatas ditunjukkan bahwa refleksi terhadap sumbu  $y$  yang memetakan titik  $P(x, y)$  ke titik  $P'(x', y')$  ditentukan oleh persamaan transformasi refleksi terhadap sumbu  $y$  yaitu:

$$x' = -x$$

$$y' = y$$

persamaan ini dapat dituliskan kembali menjadi:

$$\begin{aligned} x' &= -1 \cdot x + 0 \cdot y \\ y' &= 0 \cdot x + (1) \cdot y \end{aligned} \quad \text{atau} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Dengan demikian, matriks refleksi terhadap sumbu  $y$  adalah  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

### Kesimpulan

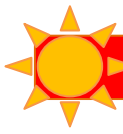


Titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap sumbu  $y$  menghasilkan bayangan  $A'(x', y')$ , sehingga secara notasi ditulis:

$$A(x, y) \xrightarrow{Msb.Y} A'(x', y')$$

Titik  $A(x, y)$  ditranslasikan oleh  $T$  menghasilkan titik  $A'(x', y')$  dengan rumus

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



## Contoh 1

Tentukanlah bayangan dari titik  $P(-2,3)$  jika dicerminkan terhadap sumbu  $Y$



### Alternatif Penyelesaian

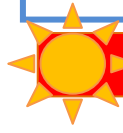
Bayangan dari titik  $P(-2,3)$

$$P(-2,3) \xrightarrow{\text{sb}y} P'(2,3)$$

Dapat juga diselesaikan dengan matriks pencerminan terhadap sumbu  $y$  adalah maka

$$\text{diperoleh: } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan titik Titik  $P(-2,3)$  oleh pencerminan terhadap sumbu  $y$  adalah  $P'(2,3)$



## Contoh 2

Tentukan bayangan kurva  $y = x^2 - x$  oleh pencerminan terhadap sumbu  $Y$ .



### Alternatif Penyelesaian

Bayangan kurva oleh pencerminan terhadap sumbu  $Y$

$$\text{maka: } x' = -x \rightarrow x = -x'$$

$$y' = y \rightarrow y = y'$$

$x = -x'$  dan  $y = y'$  disubstitusi ke  $y = x^2 - x$

$$\text{diperoleh: } y' = (-x')^2 - (-x')$$

$$y' = (x')^2 + x'$$

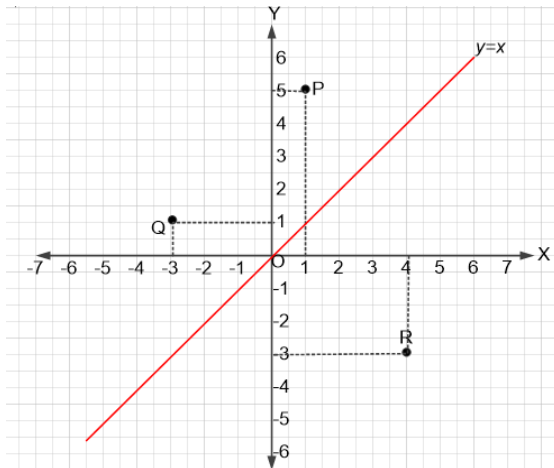
Jadi bayangannya adalah  $y = x^2 + x$ .

## Refleksi terhadap Garis $Y = X$



Ayo kita menggali informasi

Lukislah bayangan titik P, Q, dan R jika dicerminkan terhadap garis  $y = x$ !



Tentukan bayangan titik P, Q, dan R jika dicerminkan terhadap garis  $y = x$  dengan mengisi table berikut !

Titik	Koordinat Bayangan
P ( )	
Q ( )	
R ( )	

Dari hasil tersebut diperoleh bahwa koordinat  $x$  pada suatu titik yang dicerminkan menjadi koordinat ... pada bayangannya, sedangkan koordinat  $y$  pada suatu titik yang dicerminkan menjadi koordinat ... pada bayangannya.



Titik  $P(x, y)$  di refleksikan terhadap garis  $y = x$  sehingga diperoleh bayangan titik  $P'(x', y')$  Ditulis :  $P(x, y) \xrightarrow{y=x} P'(x', y')$

Diatas ditunjukkan bahwa refleksi terhadap garis  $y = x$  yang memetakan titik  $P(x, y)$  ke titik  $P'(x', y')$  ditentukan oleh persamaan transformasi refleksi terhadap garis  $y = x$  yaitu:

$$x' = y$$

$$y' = x$$

persamaan ini dapat dituliskan kembali menjadi:

$$\begin{aligned} x' &= 0 \cdot x + 1 \cdot y \\ y' &= 1 \cdot x + 0 \cdot y \end{aligned} \quad \text{atau} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Dengan demikian, matriks refleksi terhadap garis  $y = x$  adalah  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

### Kesimpulan



Titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap garis  $y = x$  menghasilkan bayangan  $A'(x', y')$ , sehingga secara notasi ditulis:

$$A(x, y) \xrightarrow{y=x} A'(x', y')$$

Titik  $A(x, y)$  ditranslasikan oleh  $T$  menghasilkan titik  $A'(x', y')$  dengan rumus

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$





## Contoh 1

Tentukanlah bayangan dari titik  $P(-2,3)$  jika dicerminkan terhadap garis  $y = x$ .



### Alternatif Penyelesaian

Bayangan dari titik  $P(-2,3)$

$$P(-2,3) \xrightarrow{y=x} P'(3,-2)$$

Dapat juga diselesaikan dengan matriks pencerminan terhadap sumbu  $y = x$  adalah maka

$$\text{diperoleh: } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan titik Titik  $P(-2,3)$  oleh pencerminan terhadap sumbu  $y = x$  adalah  $P'(3,-2)$



## Contoh 2

Tentukan bayangan garis  $2x - y + 5 = 0$  yang dicerminkan terhadap garis  $y = x$



### Alternatif Penyelesaian

Matriks transformasi refleksi terhadap  $y = x$  adalah  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Sehingga  $x' = y$  dan  $y' = x$

disubstitusi ke  $2x - y + 5 = 0$

diperoleh:  $2y' - x' + 5 = 0$

$$-x' + 2y' + 5 = 0$$

$$-x' + 2y' + 5 = 0$$

dikali  $(-1) \rightarrow x' - 2y' - 5 = 0$

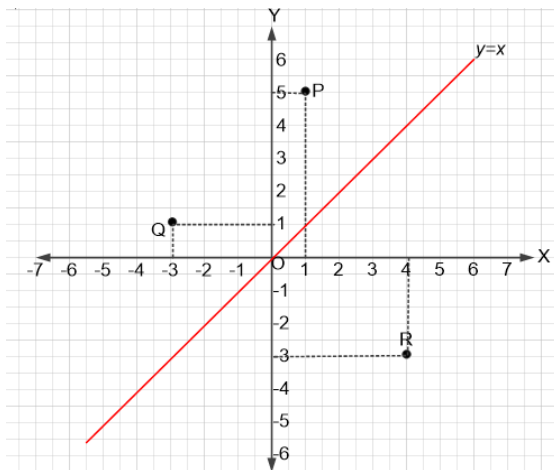
Jadi bayangannya adalah  $x - 2y - 5 = 0$

## Refleksi terhadap Garis $Y = -X$



Ayo kita menggali informasi

Lukislah bayangan titik P, Q, dan R jika dicerminkan terhadap garis  $y = -x$ !



Tentukan bayangan titik P, Q, dan R jika dicerminkan terhadap garis  $y = -x$  dengan mengisi table berikut !

Titik	Koordinat Bayangan
P ( )	
Q ( )	
R ( )	

Dari hasil tersebut diperoleh bahwa koordinat  $x$  pada suatu titik yang dicerminkan menjadi koordinat ... pada bayangannya, sedangkan koordinat  $y$  pada suatu titik yang dicerminkan menjadi koordinat ... pada bayangannya.



Titik  $P(x, y)$  di refleksikan terhadap garis  $y = -x$  sehingga diperoleh bayangan titik  $P'(x', y')$  Ditulis :  $P(x, y) \xrightarrow{y=-x} P'(-y, -x)$

Diatas ditunjukkan bahwa refleksi terhadap garis  $y = x$  yang memetakan titik  $P(x, y)$  ke titik  $P'(x', y')$  ditentukan oleh persamaan transformasi refleksi terhadap garis  $y = x$  yaitu:

$$\begin{aligned}x' &= -y \\y' &= -x\end{aligned}$$

persamaan ini dapat dituliskan kembali menjadi:

$$\begin{aligned}x' &= 0 \cdot x + (-1) \cdot y \\y' &= (-1) \cdot x + 0 \cdot y\end{aligned} \quad \text{atau} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Dengan demikian, matriks refleksi terhadap garis  $y = -x$  adalah  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

### Kesimpulan



Titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap garis  $y = -x$  menghasilkan bayangan  $A'(x', y')$ , sehingga secara notasi ditulis:

$$A(x, y) \xrightarrow{y=-x} A'(-y, -x)$$

Titik  $A(x, y)$  ditranslasikan oleh  $T$  menghasilkan titik  $A'(x', y')$  dengan rumus

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



## Contoh 1

Tentukanlah bayangan dari titik  $P(-2,3)$  jika dicerminkan terhadap garis  $y = -x$ .



### Alternatif Penyelesaian

Bayangan dari titik  $P(-2,3)$

$$P(-2,3) \xrightarrow{y=-x} P'(-3,2)$$

Dapat juga diselesaikan dengan matriks pencerminan terhadap sumbu  $y$  adalah  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  maka

$$\text{diperoleh: } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan titik  $P(-2,3)$  oleh pencerminan terhadap sumbu  $y=-x$  adalah  $P'(-3,2)$   
 $P'(3,-2)$



## Contoh 2

Tentukan bayangan garis  $2x - y + 5 = 0$  yang dicerminkan terhadap garis  $y = -x$



### Alternatif Penyelesaian

$$(x, y) \xrightarrow{y=-x} (-y, -x)$$

$$x' = -y \text{ atau } y = -x'$$

$$y' = -x \text{ atau } x = -y'$$

Substitusikan  $x = -y'$  dan  $y = -x'$  ke garis  $2x - y = 5$  diperoleh :

$$2x - y = 5$$

$$-2y' - (-x') = 5$$

$$-2y' + x' = 5$$

$$x' - 2y' = 5$$

$$x - 2y = 5$$

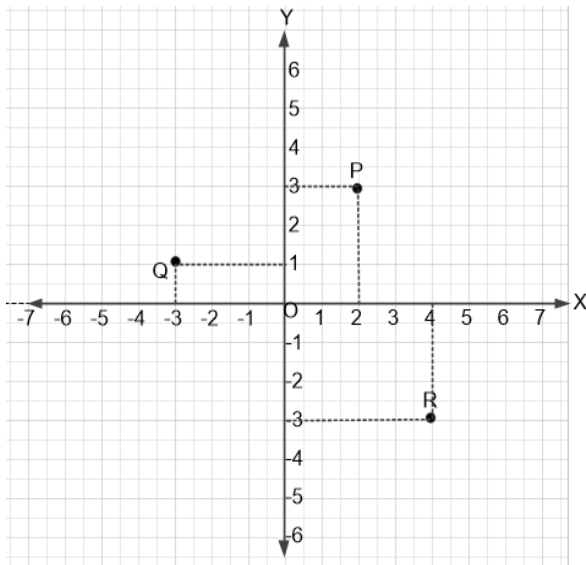
Jadi, bayangannya  $x - 2y = 5$

## Refleksi terhadap titik O(0,0)



Ayo kita menggali informasi

Lukislah bayangan titik P, Q, dan R jika dicerminkan terhadap titik O(0,0)!



Tentukan bayangan titik P, Q, dan R jika dicerminkan terhadap titik O(0,0) dengan mengisi table berikut !

Titik	Koordinat Bayangan
P ( )	
Q ( )	
R ( )	

Dari hasil tersebut diperoleh bahwa koordinat  $x$  pada suatu titik yang dicerminkan menjadi koordinat ... pada bayangannya, sedangkan koordinat  $y$  pada suatu titik yang dicerminkan menjadi koordinat ... pada bayangannya.



Titik  $P(x, y)$  di refleksikan terhadap titik  $O(0,0)$  sehingga diperoleh bayangan titik  $P'(x', y')$  Ditulis :  $P(x, y) \xrightarrow{O(0,0)} P'(-x, -y)$

Diatas ditunjukkan bahwa refleksi terhadap titik  $O(0,0)$  yang memetakan titik  $P(x, y)$  ke titik  $P'(x', y')$  ditentukan oleh persamaan transformasi refleksi terhadap titik  $O(0,0)$  yaitu:

$$x' = -x$$

$$y' = -y$$

persamaan ini dapat dituliskan kembali menjadi:

$$\begin{aligned} x' &= (-1)x + 0 \cdot y \\ y' &= 0 \cdot x + (-1)y \end{aligned} \quad \text{atau} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Dengan demikian, matriks refleksi terhadap titik  $O(0,0)$  adalah  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

### Kesimpulan

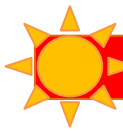


Titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap titik  $O(0,0)$  menghasilkan bayangan  $A'(x', y')$ , sehingga secara notasi ditulis:

$$A(x, y) \xrightarrow{y=x} A'(-x, -y)$$

Titik  $A(x, y)$  ditranslasikan oleh  $T$  menghasilkan titik  $A'(x', y')$  dengan rumus

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



## Contoh

Tentukanlah bayangan dari titik  $P(-2,3)$  jika dicerminkan terhadap titik  $O(0,0)$



### Alternatif Penyelesaian

Bayangan dari titik  $P(-2,3)$  jika dicerminkan terhadap titik asal  $O(0,0)$

$$P(-2,3) \xrightarrow{\text{titik}(0,0)} P'(2,-3)$$

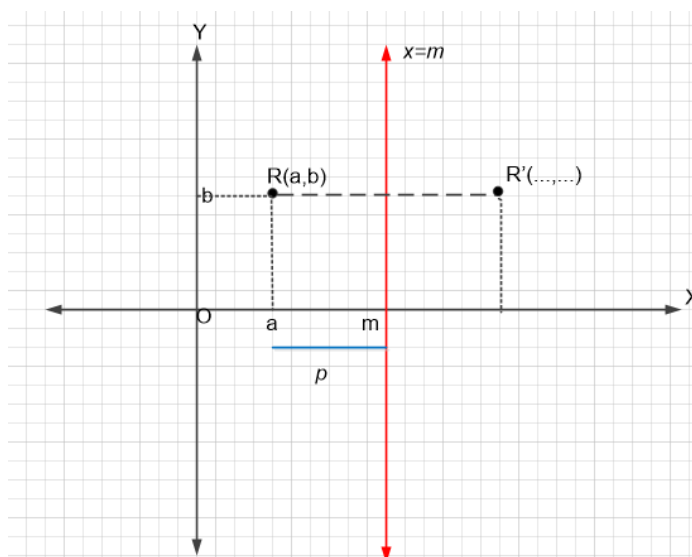
Dapat juga diselesaikan dengan matriks pencerminan terhadap sumbu  $y$  adalah  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  maka diperoleh:  $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

## Refleksi terhadap Garis $x = m$



Ayo kita menggali informasi

Lukislah bayangan titik  $P, Q,$  dan  $R$  jika dicerminkan terhadap garis  $x = m$ !



Analisislah bayangan titik  $R(a,b)$  jika dicerminkan terhadap garis  $x = m$  dengan mengidentifikasi jarak titik  $R(a,b)$  ke garis  $x = m$ .



Titik  $P(x, y)$  di refleksikan terhadap garis  $x = m$  sehingga diperoleh bayangan titik  $P'(x', y')$  Ditulis :  $P(x, y) \xrightarrow{x=m} P'(2m - x, y)$

Diatas ditunjukkan bahwa refleksi terhadap garis  $y = x$  yang memetakan titik  $P(x, y)$  ke titik  $P'(x', y')$  ditentukan oleh persamaan transformasi refleksi terhadap garis  $y = x$  yaitu:

$$\begin{aligned} X' &= 2m - x \\ Y' &= y \end{aligned}$$

persamaan ini dapat dituliskan kembali menjadi:

$$\begin{aligned} x' &= (-1) \cdot x + (0) \cdot y \\ y' &= 0 \cdot x + 1 \cdot y \end{aligned} \quad \text{atau} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2m \\ 0 \end{pmatrix}$$

### Kesimpulan



Titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap garis  $x = m$  menghasilkan bayangan  $A'(x', y')$ , sehingga secara notasi ditulis:

$$A(x, y) \xrightarrow{x=m} A'(2m - x, y)$$

Titik  $A(x, y)$  ditranslasikan oleh  $T$  menghasilkan titik  $A'(x', y')$  dengan rumus

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2m \\ 0 \end{pmatrix}$$



### Contoh

Jika titik  $A(15, 8)$  dicerminkan terhadap garis  $x = 7$ , maka bayangan titik  $A$  adalah titik  $A'$  dengan koordinat ...

#### Alternatif Penyelesaian

$$(x, y) \xrightarrow{x=m} (2m - x, y)$$

$$A(15, 8) \xrightarrow{x=7} A'(2 \cdot 7 - 15, 8) = A'(14 - 15, 8) = A'(-1, 8)$$

Jadi, bayangan titik  $A(15, 8)$  dicerminkan terhadap garis  $x = 7$  adalah  $A'(-1, 8)$

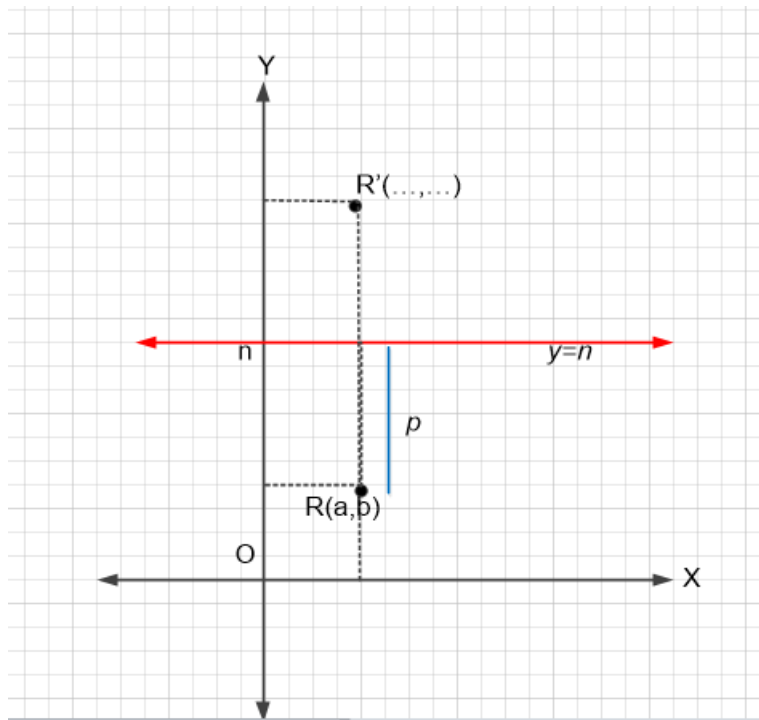


## Refleksi terhadap Garis $y = n$



Ayo kita menggali informasi

Lukislah bayangan titik P, Q, dan R jika dicerminkan terhadap garis  $y = n$ !



Analisislah bayangan titik R(a,b) jika dicerminkan terhadap garis  $y = n$  dengan mengidentifikasi jarak titik R (a,b) ke garis  $y = n$

Ayo kita menalar



Titik  $P(x, y)$  di refleksikan terhadap garis  $y = n$  sehingga diperoleh bayangan titik  $P'(x', y')$  Ditulis :  $P(x, y) \xrightarrow{y=n} P'(x, 2n - y)$

Diatas ditunjukkan bahwa refleksi terhadap garis  $y = n$  yang memetakan titik  $P(x, y)$  ke titik  $P'(x', y')$  ditentukan oleh persamaan transformasi refleksi terhadap garis  $y = x$  yaitu:

$$X' = x$$

$$Y' = 2n - y$$

persamaan ini dapat dituliskan kembali menjadi:

$$\begin{aligned} x' &= (1).x + (0).y \\ y' &= 0.x + (-1).y \end{aligned} \quad \text{atau} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2n \end{pmatrix}$$

## Kesimpulan



Titik  $A(x,y)$  dicerminkan terhadap garis  $y = n$  menghasilkan bayangan  $A'(x',y')$ , sehingga secara notasi ditulis:

$$A(x, y) \xrightarrow{y=n} A'(x, 2n - y)$$

Titik  $A(x,y)$  ditranslasikan oleh  $T$  menghasilkan titik  $A'(x',y')$  dengan rumus

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2b \end{pmatrix}$$



## Contoh

Tentukan bayangan titik  $P(2,-5)$  jika direfleksikan terhadap garis  $y = -4$



### Alternatif Penyelesaian

$$(x, y) \xrightarrow{y=-n} (x, 2n - y)$$

$$P(2, -5) \xrightarrow{y=-4} P'(2, 2(-4) - (-5)) = P'(2, -8 + 5) = P'(2, -3)$$

Jadi, bayangan titik  $P$  adalah  $P'(2,-3)$



## AYO Berdiskusi

Untuk memperdalam pemahaman kalian, silahkan berdiskusi dengan kelompok untuk menyelesaikan LKPD yang sudah kalian unduh dari google classroom

~~Selamat Berdiskusi~~





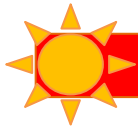
## Rangkuman

Refleksi/pencerminan adalah transformasi yang memindahkan sebuah atau sekumpulan titik dalam arah tegak lurus sebuah garis atau titik invarian.

Bangun (objek) yang dicerminkan (refleksi) tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran.

Jarak bangun (objek) dari cermin (cermin datar) adalah sama dengan jarak bayangan dengan cermin tersebut.

Refleksi	Rumus	Matriks
Refleksi terhadap sumbu- $x$	$A(x, y) \xrightarrow{sb.x} A'(x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Refleksi terhadap sumbu- $y$	$A(x, y) \xrightarrow{sb.y} A'(-x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Refleksi terhadap garis $y=x$	$A(x, y) \xrightarrow{y=x} A'(y, x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Refleksi terhadap garis $y=-x$	$A(x, y) \xrightarrow{y=-x} A'(y, -x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Refleksi terhadap garis $x=k$	$A(x, y) \xrightarrow{x=k} A'(2k - x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$
Refleksi terhadap garis $y=k$	$A(x, y) \xrightarrow{y=k} A'(x, 2k - y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$
Refleksi terhadap titik pusat $(0,0)$	$A(x, y) \xrightarrow{(0,0)} A'(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$



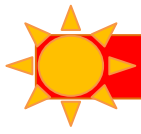
## Latihan Soal



**Kerjakan soal di bawah ini di buku tugas !**

1. Tentukan hasil refleksi setiap titik berikut!
  - a. Refleksi titik  $A(3, -4)$  terhadap sumbu  $Y$
  - b. Refleksi titik  $B(-2, -1)$  terhadap garis  $x = 3$
2. Lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$  direfleksikan terhadap garis  $y = -x$ . Tentukan hasil refleksi lingkaran tersebut!


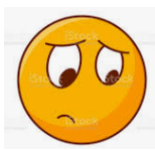

*~~ Selamat Mengrjakan yaa,,, ~~*

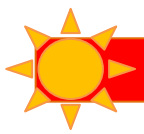


No.	Pembahasan	Skore
1.	<p>a. Refleksi titik A(3,-4)</p> <p>matriks transformasi refleksi terhadap sumbu Y yaitu <math>\begin{pmatrix} -1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>dengan demikian</p> $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$ <p>Jadi, hasil refleksi titik A adalah A'(-3,-4)</p> <p>b. refleksi titik B(-2,-1)</p> <p>matriks transformasi refleksi terhadap garis x = 3 yaitu <math>\begin{pmatrix} -1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>dengan demikian</p> $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2m \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \cdot 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \end{pmatrix}$ <p>Jadi, hasil refleksi titik B adalah B'(8,-1)</p>	<p>15</p> <p>15</p>
2.	<p>Misalkan titik (x,y) terletak pada lingkaran l.</p> <p>Hasil refleksi titik (x,y) terhadap garis y = -x adalah (x',y') dengan</p> $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix}$ <p>Berdasarkan kesamaan matriks diperoleh</p> $Y = -x'$ $X = -Y'$ <p>Subtitusikan bentuk x dan y ke dalam persamaan lingkaran.</p> $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$	<p>5</p> <p>5</p> <p>10</p>

$(-Y')^2 + (-X')^2 - 4(-Y') - 4(-X') + 4 = 0$ $Y^2 + x^2 + 4y + 4x + 4 = 0$  Jadi, hasil translasi lingkaran tersebut adalah $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 4 = 0$	
<b>Total skore</b>	<b>50</b>

**Nilai = skore x 2**

Berapakah Pencapaianmu?????		
 <b>&gt;80</b>	 <b>65 - 80</b>	 <b>&lt;65</b>
<p>Saya berencana agar berhasil pada materi selanjutnya adalah ....</p>		



## Refleksi yuuukkk....

### REFLEKSI MATERI

Isilah dengan jujur kemudian tunjukkan kepada orang tuamu

Yang sudah saya pelajari pada materi ini yaitu

.....  
.....

Hal menarik yang saya temukan ketika mempelajari materi ini yaitu

.....  
.....

Hambatan yang saya temukan ketika mempelajari materi ini yaitu

.....  
.....

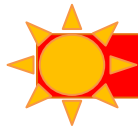
### REFLEKSI SIKAP

Berilah tanda √ di kolom yang sesuai dengan sikapmu ketika mempelajari materi ini

star			
sikap			
<b>Tanggung jawab</b>			
<b>Disiplin</b>			
<b>Mandiri</b>			

**NB:** silahkan kalian foto hasil refleksi kalian ini, kemudian kirimkan ke Google class kelas kalian..OK

Tetap Semangat !!!



## Daftar Pustaka

Manulang, Sudioanto dkk. 2017. *Matematika Wajib SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI*. Jakarta: Kemedikbud.

Kurniawati. 2016. *Modulku Matematika untuk SMA/MA/SMK Kelas XI Semester 1 (Wajib)*. Surakarta: Mediatama.

Ngapiningsih dkk. 2019. *Matematika untuk SMA/MA Mata Pelajaran Wajib Kelas XI Semester 1*. Yogyakarta: PT Penerbit Intan Pariwara.



# HANDOUT

## 3

# TRANSFORMASI GEOMETRI ROTASI



**MATEMATIKA WAJIB**

**KELAS XI SEMESTER 1**

**BY: Rika D Septiana, S.Pd**

**SMA NEGERI MOJOGEDANG**

# TRANSFORMASI GEOMETRI

## ROTASI



<https://images.app.goo.gl/5Tzad65iGnH4CXST7>

diakses tanggal 22 September 2020 pukul 13.53

**Gambar 1. Dalang Memutar Gunungan Wayang**

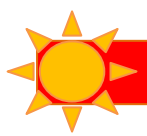
Hai semua...masih semangat belajar di rumah kan??nah sekarang coba kalian perhatikan gambar di atas. Wayang kulit adalah seni pertunjukan yang telah berusia lebih dari setengah melinium. Pada pagelaran wayang kulit pasti akan melihat gunungan, dan lebih sering disebut dengan kayon. Dinamakan gunungan karena bentuknya mirip sepucuk gunung yang mencuat ke atas. Adapun kita bisa melihat gunungan yaitu pada saat pakeliran belum dimulai, gunungan ditancapkan tegak lurus di tengah kelir pada batang pisang bagian atas. Tetapi jika pakeliran telah dimulai maka gunungan ditancapkan padasimpingan bagian kiri dan kanan.

Kegunaan gunungan atau kayon pada seni pertunjukan wayang ini salah satunya sebagai pertanda dimulainya suatu lakon atau juga ketika tanda pergantian adegan atau tempat. Biasanya dalang memutar gunungan sebagai pertanda bahwa cerita dimulai.

Perputaran gunungan inilah menggunakan konsep transformasi geometri yaitu rotasi.

Nah...pada sub bab ini, kita akan membahas rotasi atau perputaran.

Yukkk..kita pelajari dengan penuh semangat !!!



## Petunjuk Penggunaan

Penyajian materi pada bahan ajar ini disusun menggunakan model Discovery Learning sehingga peserta didik dituntun untuk menemukan konsep dan berdiskusi secara aktif dalam kemampuan dan mental yang dimilikinya. Adapun sistematika dalam bahan ajar ini antara lain:

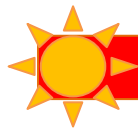


1. Uraian materi merupakan materi pokok/materi pembelajaran dalam bahan ajar. Materi disajikan dengan bahasa yang sederhana sehingga mudah dipahami.
2. Sebelum menginjak pada pembahasan, bahan ajar ini diawali dengan paparan kompetensi yang harus dicapai oleh peserta didik.
3. Setiap pembahasan sub materi dilengkapi dengan contoh soal untuk memperjelas konsep yang dipelajari.
4. Latihan berisi soal-soal untuk menguji kemampuan peserta didik dalam memahami materi yang dipelajari. Latihan yang disajikan sudah disesuaikan dengan indikator-indikator komunikasi matematis.
5. Rangkuman berisi pokok-pokok pembicaraan materi yang telah selesai dipelajari.
6. Evaluasi berisi soal-soal untuk melihat kemampuan komunikasi matematis siswa dalam materi Transformasi Geometri



Berikut adalah langkah-langkah peserta didik dalam menggunakan bahan ajar ini .

1. Bacalah dengan cermat kompetensi yang harus dicapai
2. Cermati uraian materi dengan seksama dan perhatikan contoh soal yang diberikan dengan sebaik-baiknya
3. Kerjakan latihan soal yang tersedia agar tercapai kompetensi yang diharapkan
4. Bacalah kembali rangkuman yang ada di akhir handout
5. Kerjakanlah soal – soal evaluasi yang ada dengan teliti
6. Kalian bisa mencari sumber referensi lain baik buku atau media online untuk menyelesaikan latihan atau tugas diskusi
7. Pada saat mengerjakan soal jangan melihat kunci jawaban terlebih dahulu supaya dapat mengetahui sejauh mana pemahaman kalian
8. Berdiskusilah dengan temnamu jika mengalami kendala atau bisa dengan meminta bimbingan dan arahan guru ketika menemukan permasalahan yang dirasa rumit



## Kompetensi yang dicapai

### Kompetensi Dasar

- 3.3 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo  $2 \times 2$  dan penerapan dalam transformasi dan komposisi transformasi geometri
- 4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo  $2 \times 2$  dan penerapan dalam transformasi dan komposisi transformasi geometri

### IPK

- 3.3.4 Menyebutkan contoh rotasi dalam kehidupan sehari-hari
- 3.3.5 Menganalisis sifat-sifat rotasi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat.
- 3.3.12 Menemukan konsep rotasi pada suatu sudut dan pusat  $O(0,0)$  dengan kaitannya dengan konsep matriks
- 3.3.13 Menemukan konsep rotasi pada suatu sudut dan pusat  $P(a,b)$  dengan kaitannya dengan konsep matriks
- 4.3.5 Memecahkan permasalahan berkaitan dengan rotasi menggunakan matriks

### Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari konsep translasi melalui model discovery Learning pengamatan, menalar, tanya jawab, mencoba menyelesaikan persoalan, penugasan individu dan kelompok, diskusi kelompok, dan mengomunikasikan pendapatnya, diharapkan peserta didik mampu :

1. Menumbuhkan sikap perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerja sama toleran, damai), santun, responsif dan proaktif, berani bertanya, berpendapat, dan menghargai pendapat orang lain dalam aktivitas sehari-hari.
2. Menunjukkan rasa ingin tahu dalam memahami konsep dan menyelesaikan masalah.
3. Menyebutkan contoh transformasi translasi dalam kehidupan sehari-hari.
4. Menemukan sifat-sifat translasi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat.
5. Menemukan konsep translasi dengan kaitannya dengan konsep matriks.



Ayo ingat kembali..

## Trigonometri

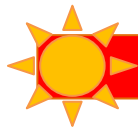
Sudut istimewa dalam radian.

Derajat	Radian	Derajat	Radian
0°	0 rad	90°	$\frac{\pi}{2}$ rad
30°	$\frac{\pi}{6}$ rad	120°	$\frac{2\pi}{3}$ rad
45°	$\frac{\pi}{4}$ rad	135°	$\frac{3\pi}{4}$ rad
60°	$\frac{\pi}{3}$ rad	150°	$\frac{5\pi}{6}$ rad
180°	$\pi$ rad	270°	$\frac{3\pi}{2}$ rad
210°	$\frac{7\pi}{6}$ rad	300°	$\frac{5\pi}{3}$ rad
225°	$\frac{5\pi}{4}$ rad	315°	$\frac{7\pi}{4}$ rad
240°	$\frac{4\pi}{3}$ rad	330°	$\frac{11\pi}{6}$ rad

	0	30°	45°	60°	90°
<i>sin</i>	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
<i>cos</i>	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
<i>tan</i>	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	-

Sumber : <https://images.app.goo.gl/bScNqQPj41hmVL5t9>  
Diakses 22 Sept 2020 Pukul 14.26

Gambar 2. Tabel Trigonometri Sudut Istimewa



## Uraian Materi

### ROTASI



Perhatikan gambar di samping. Jeny sedang memutar jam dinding analog. Jeny dapat memutar jarum jam searah dengan putaran jarum jam. Dia juga bisa memutar berlawanan arah putaran jarum jam. Jeny dapat memutar jarum dengan sudut putar yang beragam.

Dalam matematika, proses memutar jarum jam termasuk transformasi jenis rotasi atau perputaran. Bagaimana bentuk rotasi pada bidang koordinat? Mari kita pelajari lebih mendalam.



## Bentuk Rotasi



Rotasi (perputaran) sebuah titik atau benda ditentukan oleh:

- Pusat rotasi
- Besar sudut rotasi
- Arah sudut rotasi

Pusat rotasi (putaran) bisa di titik  $O(0,0)$  dan  $P(h,k)$ . Besar sudut rotasi (putaran) bisa dalam satuan derajat maupun dalam satuan radian. Arah sudut putaran mengikuti putaran jarum jam, yaitu:

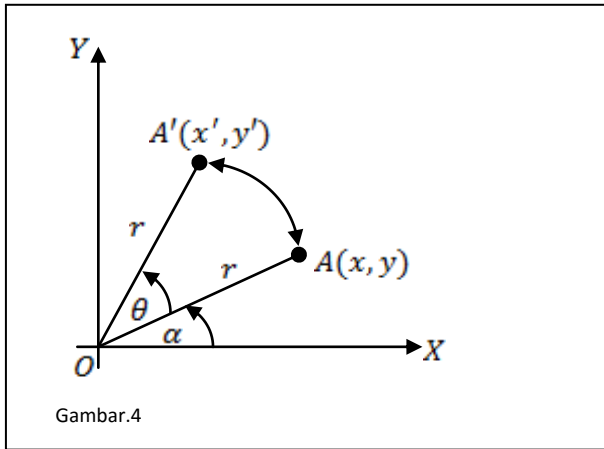
- Rotasi bernilai positif (+), jika arah putaran berlawanan arah jarum jam.
- Rotasi bernilai negatif (-), jika arah putaran searah jarum jam perubahan bentuk dan ukuran.

Hal khusus, jika dalam soal tidak disebutkan berarti arah putaran berlawanan arah jarum jam.

## Rotasi terhadap Titik Pusat $O(0,0)$



Ayo kita mengamati



Gambar.4

Perhatikan Gambar 4. Titik  $A(x, y)$  diputar sebesar  $\theta$  berlawanan arah jarum jam terhadap titik  $O(0,0)$  dan diperoleh titik  $A'(x', y')$ . Titik  $A(x, y)$  ditulis sebagai koordinat kutub  $A(r, \alpha)$ , yaitu  $x = r \cos \alpha$  dan  $y = r \sin \alpha$ . Sementara itu, titik  $A'(x', y')$  diputar sejauh  $\theta$  radian, diperoleh:

$A'(r, \alpha + \theta)$ , sehingga

$$x' = r \cos(\alpha + \theta)$$

$$x' = r(\cos \alpha \cos \theta - \sin \alpha \sin \theta)$$

$$x' = \cos \theta \cdot x - \sin \theta \cdot y \quad \text{dan}$$

$$y' = r \sin(\alpha + \theta)$$

$$y' = r \sin \alpha \cos \theta + r \cos \alpha \sin \theta$$

$$y' = \cos \theta \cdot y + \sin \theta \cdot x$$

$$y' = \sin \theta \cdot x + \cos \theta \cdot y$$

Ditulis secara analitik, diperoleh :

$$A(x, y) \xrightarrow{R(0, \theta)} A'(\cos \theta \cdot x - \sin \theta \cdot y, \sin \theta \cdot x + \cos \theta \cdot y)$$

Secara matriks, ditulis sebagai:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Matriks  $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$  disebut matriks rotasi terhadap pusat  $O(0,0)$  dan sudut putar sebesar  $\theta$  radian.



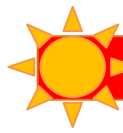
## Contoh 1

Tentukan matriks transformasi yang bersesuaian dengan perputaran sebesar  $\frac{\pi}{6}$  terhadap  $O$  dan berlawanan dengan arah perputaran jarum jam !



### Alternatif Penyelesaian

$$\begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$$



## Contoh 2

Tentukan bayangan titik  $R(4,10)$  pada putaran dengan pusat  $O$  dan sudut putar  $45^\circ$ .



### Alternatif Penyelesaian

Bentuk transformasi  $R(x,y) \rightarrow R'(x',y')$

Matriks transformasi:

$$A = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Sehingga:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3\sqrt{2} \\ 7\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

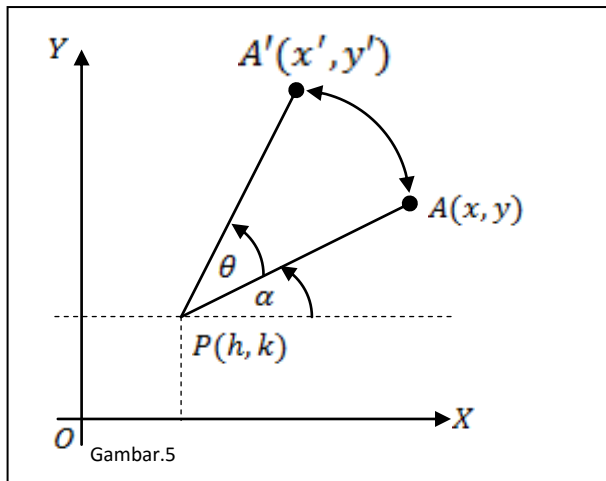
Jadi, bayangan titik  $R(4,10)$  pada putaran dengan pusat  $O$  dan sudut putar  $45^\circ$  adalah  $R'(-3\sqrt{2}, 7\sqrt{2})$



## Rotasi terhadap Titik Pusat (h,k)



Ayo kita mengamati



Gambar.5

Perhatikan Gambar 3.2. Titik  $A(x, y)$  diputar sebesar  $\theta$  radian berlawanan arah jarum jam terhadap titik  $(h, y)$  diperoleh bayangan  $A'(x', y')$  dengan:

$$(x' - h) = \cos \theta(x - h) - \sin \theta(y - k)$$

dan

$$(y' - k) = \sin \theta(x - h) + \cos \theta(y - k)$$

Ditulis secara analitik, sebagai:

$$x' = (\cos \theta \cdot x - \sin \theta \cdot y) + (\sin \theta \cdot k - \cos \theta \cdot h + h)$$

$$y' = (\sin \theta \cdot x + \cos \theta \cdot y) + (\cos \theta \cdot k - \sin \theta \cdot h + k)$$

Secara matriks, ditulis sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - h \\ y - k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix}$$



## Contoh

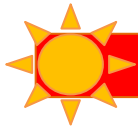
Tentukan bayangan titik  $A(3,4)$  pada putaran dengan pusat  $P(-2,1)$  dan sudut putar  $\frac{\pi}{6}$ .



### Alternatif Penyelesaian

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3+2 \\ 4-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{5}{2}\sqrt{3} - \frac{3}{2} - 2 \\ \frac{5}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3} + 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{5}{2}\sqrt{3} - \frac{7}{2} \\ \frac{7}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Jadi, bayangannya adalah  $A' \left( \frac{5}{2}\sqrt{3} - \frac{7}{2}, \frac{7}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3} \right)$



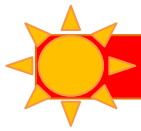
## Latihan Soal



**Kerjakan soal di bawah ini di buku tugas !**

1. Tentukan koordinat hasil rotasi setiap titik berikut!
  - a. Rotasi titik  $A(2,-1)$  sebesar  $90^\circ$  terhadap titik pusat  $O(0,0)$
  - b. Rotasi titik  $B(-1,4)$  sebesar  $270^\circ$  terhadap titik pusat  $(2,1)$
2. Garis  $k : 3x - 2y + 6 = 0$  dirotasikan sebesar  $180^\circ$  terhadap titik pusat  $(1,-2)$ .  
Tentukan hasil rotasi garis  $k$ .


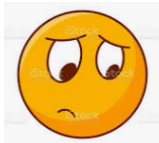

*~~ Selamat Mengrjakan yaa,,, ~~*

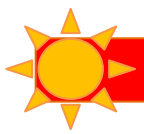


No.	Pembahasan	Skore
1.	<p>a. rotasi titik A(2,-1)</p> $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ <p>b. rotasi titik B(-1,4)</p> $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-m \\ y-n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 270^\circ & -\sin 270^\circ \\ \sin 270^\circ & \cos 270^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1-2 \\ 4-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$	<p>15</p> <p>15</p>
2.	<p>Missal titik (x,y) terletak pada garis k. hasil rotasi titik (x,y) sebesar 180° terhadap titik pusat (1,-2) adalah (x',y') dengan:</p> $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-m \\ y-n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 180^\circ & -\sin 180^\circ \\ \sin 180^\circ & \cos 180^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-1 \\ y+2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-1 \\ y+2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x+1 \\ -y-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x+2 \\ -y-4 \end{pmatrix}$	20

	<p>Berdasarkan kesamaan matriks diperoleh :</p> $x' = -x + 2 \Leftrightarrow x = -x' + 2$ $y' = -y - 4 \Leftrightarrow y = -y' - 4$ <p>Substitusikan bentuk x dan y ke persamaan garis k</p> $3x - 2y + 6 = 0$ $\Leftrightarrow 3(-x' + 2) - 2(-y' - 4) + 6 = 0$ $\Leftrightarrow -3x' + 6 + 2y' + 8 + 6 = 0$ $\Leftrightarrow -3x' + 2y' + 20 = 0$ $\Leftrightarrow -3x + 2y + 20 = 0$ <p>Jadi, persamaan garis setelah rotasi adalah <math>-3x + 2y + 20 = 0</math></p>	
<b>Total skore</b>		<b>50</b>

Nilai = skore x 2

Berapakah Pencapaianmu?????		
 <b>&gt;80</b>	 <b>65 - 80</b>	 <b>&lt;65</b>
<p>Saya berencana agar berhasil pada materi selanjutnya adalah ....</p>		



## Refleksi yuuukkk....

### REFLEKSI MATERI

Isilah dengan jujur kemudian tunjukkan kepada orang tuamu

Yang sudah saya pelajari pada materi ini yaitu

.....  
.....

Hal menarik yang saya temukan ketika mempelajari materi ini yaitu

.....  
.....

Hambatan yang saya temukan ketika mempelajari materi ini yaitu

.....  
.....

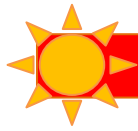
### REFLEKSI SIKAP

Berilah tanda √ di kolom yang sesuai dengan sikapmu ketika mempelajari materi ini

star			
sikap			
<b>Tanggung jawab</b>			
<b>Disiplin</b>			
<b>Mandiri</b>			

**NB:** silahkan kalian foto hasil refleksi kalian ini, kemudian kirimkan ke Google class kelas kalian..OK

Tetap Semangat !!!



## Daftar Pustaka

Manulang, Sudioanto dkk. 2017. *Matematika Wajib SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI*. Jakarta: Kemedikbud.

Kurniawati. 2016. *Modulku Matematika untuk SMA/MA/SMK Kelas XI Semester 1 (Wajib)*. Surakarta: Mediatama.

Ngapiningsih dkk. 2019. *Matematika untuk SMA/MA Mata Pelajaran Wajib Kelas XI Semester 1*. Yogyakarta: PT Penerbit Intan Pariwara.