BAHAN AJAR

MATRIKS

Pertemuan 2

SMK Institut Indonesia
Kutoarjo.

FAJAR HARDIYANTO

Indikator Pencapaian Kompetensi

3.15.4 Menentukan hasil operasi hitung pada perkalian skalar dengan matriks dan perkalian matriks dengan matriks.

4.15.2 Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan operasi hitung perkalian matriks.

Tujuan Pembelajaran

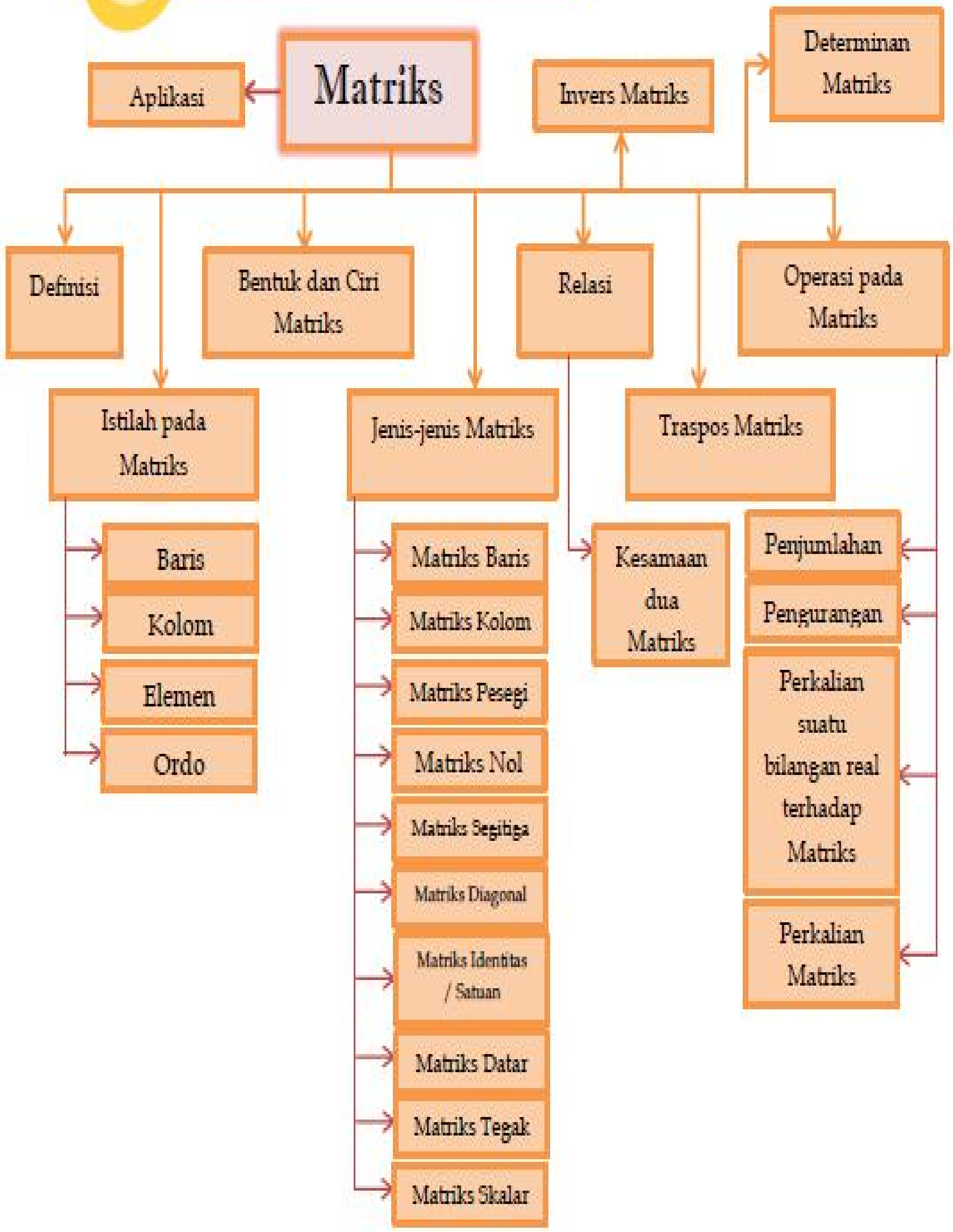
Melalui model pembelajaran discovery learning dan aplikasi *Google meet, Google Classroom* serta WA Grup, peserta didik dapat Menentukan dan menyelesaikan hasil operasi hitung pada perkalian skalar dengan matriks dan perkalian matriks dengan matriks secara jujur, mandiri, dan bertanggung jawab.

Sub Bahan Ajar

Perkalian Suatu Bilangan Real terhadap Matriks

Perkalian Matriks dengan Matriks

PETA KONSEP


Matriks
Aplikasi
Invers Matriks
Determinan Matriks
Definisi
Bentuk dan Ciri Matriks
Relasi
Operasi pada Matriks
Istilah pada Matriks
Jenis-jenis Matriks
Traspos Matriks
Baris
Kolom
Elemen
Ordo
Matriks Baris
Matriks Kolom
Matriks Pesegi
Matriks Nol
Matriks Segitiga
Matriks Diagonal
Matriks Identitas / Satuan
Matriks Datar
Matriks Tegak
Matriks Skalar
Kesamaan dua Matriks
Penjumlahan
Pengurangan
Perkalian suatu bilangan real terhadap Matriks
Perkalian Matriks

A • Perkalian Bilangan Real dengan Matriks

Telah kita ketahui bahwa untuk bilangan nyata *n* berlaku

$$n + n = 2n$$

$$n + n + n = 3n$$

Misal hasil panen jagung dan kedelai (dalam ton) Pak Adi dan Pak Budi pada tahun 2017 dinyatakan pada tabel berikut.

Hasil Panen Tahun 2017		
	Pak Adi	Pak Budi
Jagung	4	6
Kedelai	7	5

Jika pada tahun 2019 hasil panen jagung dan kedelai pak Adi dan Pak Budi meningkat dua kali hasil panen tahun 2017, maka hasil panen jagung dan kedelai tahun 2019 dinyatakan pada table berikut.

Hasil Panen Tahun 2019		
	Pak Adi	Pak Budi
Jagung	8	12
Kedelai	14	10

Jika dari tabel diatas ditulis dalam bentuk matriks, maka dapat ditulis:

$$\begin{bmatrix} 8 & 12 \\ 14 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \times 4 & 2 \times 6 \\ 2 \times 7 & 2 \times 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4+4 & 6+6 \\ 7+7 & 5+5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= 2 \times \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$$

Definisi

• ***Jika A sebarang matriks, dan k sebarang bilangan real maka kA adalah sebuah matriks baru yang elemen-elemennya diperoleh dari hasil perkalian kdengan setiap elemen matriks A. Dalam aljabar matriks, bilangan real k sering disebut sebagai skalar.***

$$K \times \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K \times a_1 & K \times a_2 \\ K \times a_3 & K \times a_4 \end{bmatrix}$$

Contoh Soal :

Jika diketahui K = 4 dan matriks *A* = $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$. Hitung $K \times A$!

Jawab :

$$K \times A = 4 \times \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\times6 & 4\times0 \\ 4\times(-3) & 4\times7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 & 0 \\ -12 & 28 \end{bmatrix}$$

Sifat-Sifat Perkalian Skalar

Misalkan a dan b skalar, D dan H matriks sebarang dengan ordo sama, maka berlaku sifat-sifat sebagai berikut

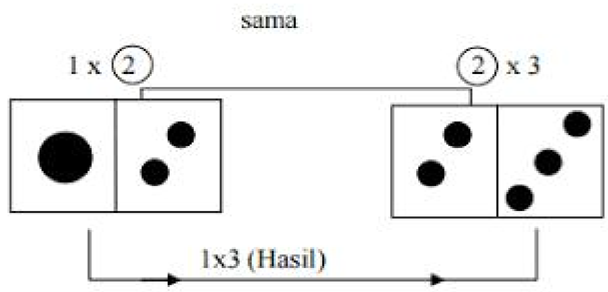
1. $aD + aH = a(D + H)$
2. $aD + bD = (a + b)D$
3. $a(bD) = (ab)D$

B •Perkalian Matriks dengan Matriks

Pernahkah kamu bermain domino?

Bagaimanakah memasangkan kartu-kartu pada permainan domino?

Agar selembar kartu domino dapat dipasangkan dengan kartu domino yang lain, jumlah mata bagian kanan kartu domino harus sama dengan jumlah mata bagian kiri kartu domino pasangannya.



Prinsip pemasangan kartu domino ini dapat kita gunakan untuk memahami perkalian dua matriks, yaitu sebuah matriks A dapat dikalikan dengan matriks B jika banyak kolom matriks A sama dengan banyak baris matriks B. Adapun elemen-elemen matriks hasil kali ini adalah jumlah dari elemen-elemen pada baris matriks A dengan elemen-elemen pada kolom matriks B.

Bagaimanakah mengalikan sebuah matriks dengan matriks lain?

Untuk menjawab pertanyaan itu simaklah contoh berikut ini.

Harga satu pensil dan bolpoin di Koperasi Sekolah berturut-turut adalah Rp1.000,00 dan Rp2.000,00. Desy membeli 2 pensil dan 3 bolpoin, sedangkan Sinta membeli 1 pensil dan 4 bolpoin. Berapa rupiah uang yang harus dibayarkan Desy dan Sinta masing-masing?

Contoh di atas dapat diselesaikan dengan berbagai cara/pendekatan, salah satunya matriks, bagaimana cara mengunakan konsep matriks untuk masalah di atas?

Untuk menyederhanakan masalah kita dapat menyatakannya dalam bentuk tabel, sebagaimana ketiga tabel berikut:

- Tabel 1 adalah daftar buku tulis dan pensil yang dibeli oleh dua anak yaitu Desy dan Sinta di sebuah toko.
- Tabel 2 adalah daftar harga kedua barang itu
- Tabel 3 adalah daftar yang menunjukkan jumlah uang yang harus dibayar oleh Desi dan Sinta

Tabel 1		
	Pensil	Balpoin
Desy	2	3
Sinta	1	3

Tabel 2	
	Harga
Pensil	1000
Balpoin	2000

Tabel 3	
	Uang yang harus di bayar
Desy	2 x 1000 + 3 x 2000 = 8000
Sinta	1 x 1000 + 4 x 2000 = 9000

Bila tabel diatas dituliskan dalam bentuk matriks, maka kita peroleh :

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1000 \\ 2000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \text{ x } 1000 \ + \ 3 \text{ x } 2000 \\ 1 \text{ x } 1000 \ + \ 4 \text{ x } 2000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8000 \\ 9000 \end{bmatrix}$$

Definisi

- ***Dua buah matriks A dan B dapat dikalikan (ditulis AB) jika banyak kolom pada matriks A sama dengan banyak baris pada matriks B.***
- ***Elemen-elemen pada matriks AB diperoleh dari penjumlahan hasil kali elemen baris pada matriks A dengan elemen kolom pada matriks B.***

Jika $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ maka hasil kali perkalian A dan B didefinisikan sebagai:

$$\boldsymbol{AB = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{bmatrix}}$$

Contoh soal 1:

Diketahui matriks A = $\begin{bmatrix} 2 & -3 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$. Hitung $A \times B$!

Jawab :

$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2\times(-1)+(-3)\times 3 & 2\times 2+(-3)\times 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -2-9 & 4-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & 1 \end{bmatrix}$

Contoh Soal 2 :

A = $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, hitung $A \times B$!

Jawab:

$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2\times 6+4\times 3 & 2\times 2+4\times 1 \\ 3\times 6+6\times 3 & 3\times 2+6\times 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 12+12 & 4+4 \\ 18+18 & 6+6 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 24 & 8 \\ 36 & 12 \end{bmatrix}$

Ayo Berlatih

Suatu perusahaan yang bergerak dibidang jasa akan membuka tiga cabang .

Cabang 1 di Palembang

Cabang 2 di Semarang

Cabang 3 di Surabaya.

Untuk kelancaran usaha di butuhkan peralatan Handphone, Komputer dan Sepeda motor. Disisi lain perusahaan mempertimbangkan harga persatuan alat tersebut dengan rincian sebagai berikut :

	Handphone/ unit	Komputer/ unit	Sepeda motor/unit
Cabang 1	7	8	3
Cabang 2	5	6	2
Cabang 3	4	5	2

Harga (Jutaan)	
Handphone	2
Komputer	5
Sepeda motor	15

Perusahaan ingin mengetahui total biaya pengadaan peralatan tersebut di setiap cabang

C • Rangkuman

Matriks *A* dapat dikalikan dengan matriks *B* jika banyak baris matriks *A* sama dengan banyak kolom *B*.

Jika *C* adalah matriks hasil perkalian matriks $A_{m\times n}$ terhadap matriks $B_{n\times p}$, dinotasikan $C_{mxp} = A_{mxn} \times B_{nxp}$, maka matriks *C* berordo $m \times p$ dan elemen-elemen matriks *C* pada baris ke-*i* dan kolom ke-*j*, dinotasikan cij, diperoleh dengan cara mengalikan elemen baris ke-*i* dari matriks *A* terhadap elemen kolom ke-*j* dari matriks B, kemudian dijumlahkan. Dinotasikan:

$$\boxed{c_{ij} = a_{i1}.b_{1j} + a_{i2}.b_{2j} + a_{i3}.b_{3j} + \ldots + a_{in}.b_{nj}}$$

Tes Formatif

1. Diketahui Matriks $P = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ dan $Q = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$. Hasil Perkalian Matriks PQ adalah Matriks berordo …
   A. 2 x 2
   B. 2 x 3
   C. 3 x 2
   D. 3 x 3
   E. 1 x 3

2. Diketahui Matriks $P = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ dan $Q = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$. Hasil Perkalian Matriks PQ adalah …

A. $\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -8 & 23 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 5 & -1 & -3 \\ -8 & 23 & 13 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 5 & -8 \\ -1 & 23 \\ -3 & 13 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 5 & -8 & -3 \\ -8 & 23 & 13 \\ -12 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

E. $\begin{bmatrix} 5 & -1 & -3 \end{bmatrix}$

3. Tentukan hasil dari perkalian matriks $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$

A. $\begin{bmatrix} 2 & 42 \\ 2 & -10 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 10 & 42 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -10 & 42 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} -2 & -42 \\ -2 & 10 \end{bmatrix}$

E. $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 10 & 42 \end{bmatrix}$

4. Tentukan hasil dari perkalian matriks $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$

A. $\begin{bmatrix} -20 & 24 \\ -16 & 12 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 20 & -24 \\ 16 & -12 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} -20 & -24 \\ 16 & 12 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 20 & -24 \\ -16 & 12 \end{bmatrix}$

E. $\begin{bmatrix} 20 & 24 \\ 16 & 12 \end{bmatrix}$

5. Tentukan hasil dari perkalian matriks $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$

A. $\begin{bmatrix} -2 \\ -16 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} -16 \\ -2 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 5 & 1 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 4 & 9 \end{bmatrix}$

E. $\begin{bmatrix} 2 & 16 \end{bmatrix}$

D • DAFTAR PUSTAKA

1. Permendikbud, 2013. Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 69 tahun 2013 Tentang Kerangka Dasar dan Struktur Kurikulum Sekolah Menengah Atas/Madrasah Aliyah. Kemdikbud.
2. Buku Siswa. Matematika Kelas XI Kurikulum 2013. Kemdikbud.
3. Buku Guru. Matematika Kelas XI Kurikulum 2013. Kemdikbud
4. Kasmina, Toali, Matematika SMK XI. Erlangga