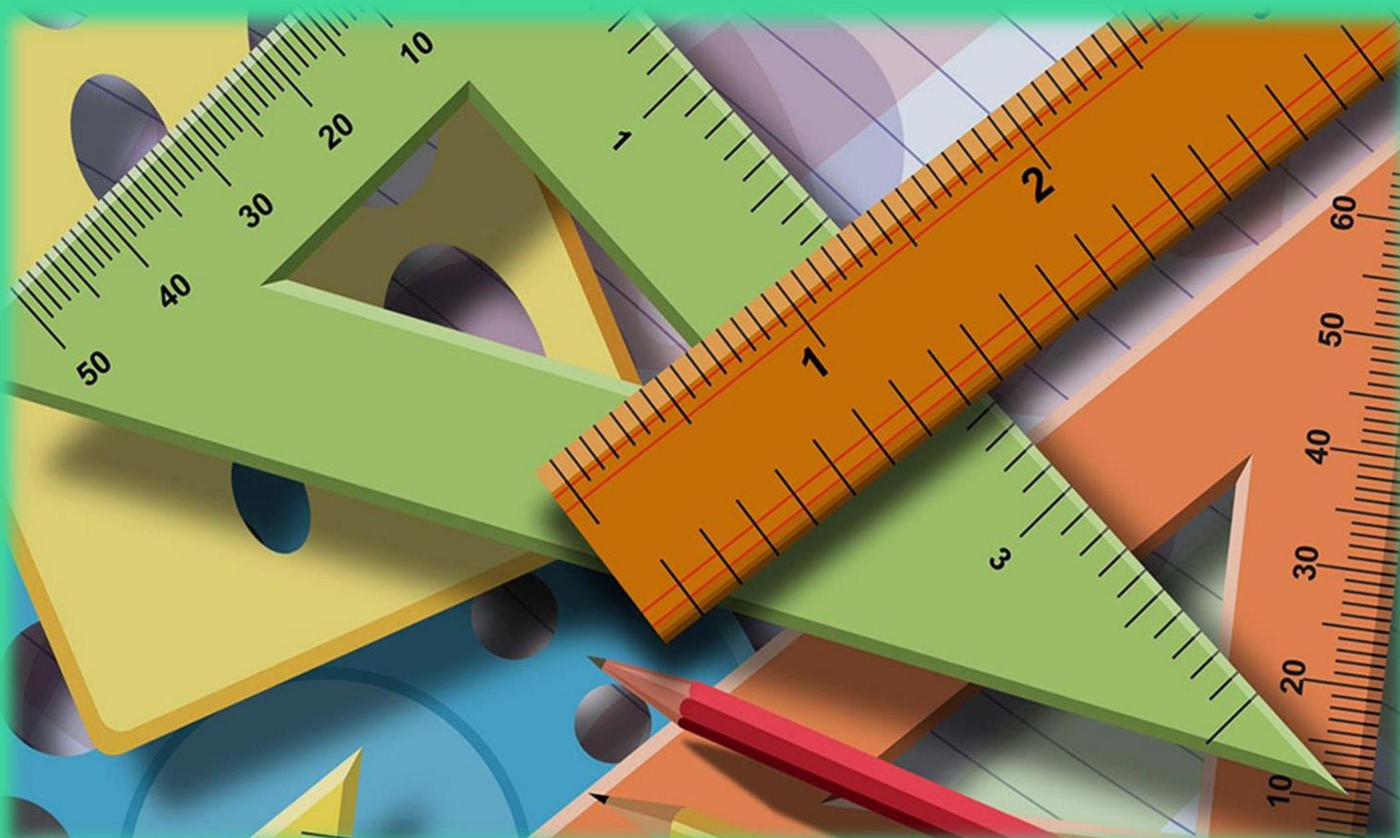
MATEMATIKA WAJIB

Matriks



Untuk Kelas XI SMA/MA

KOMPETENSI

STANDAR KOMPETENSI	
Memecahkan masalah berkaitan dengan konsep matriks	
KOMPETENSI DASAR	**INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI**
3.1 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose	3.2.1 Mendefinisikan konsep matriks dengan nyata untuk memahami aplikasi dan kegunaan dalam kehidupan sehari-hari. 3.2.2 Menemukan konsep transpose matriks melalui aplikasi sehari-hari. 3.2.3 Menemukan Konsep kesaman dua matriks 3.2.4 Mendefinisikan konsep operasi penjumlahan dan pengurangan matriks untuk memahami aplikasi dan kegunaan dalam kehidupan sehari-hari. 3.2.5 Menganalisis operasi penjumlahan dan pengurangan matriks melalui aplikasi sehari-hari. 3.2.6 Mendefinisikan konsep operasi perkalian scalar dan perkalian matriks untuk memahami aplikasi dan kegunaan dalam kehidupan sehari-hari
4.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya	4.2.1 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan konsep matriks, dan transpose matriks 4.2.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan operasi matriks

PETA KONSEP

MATRIKS

KONSEP MATRIKS

1. **Pengertian Matriks**
2. **Notasi Matriks**
3. **Ordo Matriks**
4. **Transpose Matriks**

OPERASI MATRIKS

1. **Penjumlahan**
2. **Pengurangan**
3. **Perkalian Skalar**
4. **Perkalian Matriks**

Indikator Pencapaian Kompetensi

3.2.1 Mendefinisikan konsep matriks dengan nyata untuk memahami aplikasi dan kegunaan dalam kehidupan sehari-hari.

3.2.2 Menemukan konsep transpose matriks melalui aplikasi sehari-hari.

4.2.1 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan konsep matriks, dan transpose matriks

Alokasi waktu
2 x 30 menit

Kegiatan Belajar 1

Pengertian, Ordo, Notasi dan Transpose Matriks

Tujuan Kegiatan Belajar 1
Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, peserta didik dapat :

1. Menjelaskan pengertian matriks
2. Menentukan ordo matriks
3. Menentukan notasi matriks
4. Menentukan transpose matriks

A. Pengertian Matriks

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering berhadapan dengan persoalan yang apabila kita telusuri ternyata merupakan masalah matematika. Salah satu menentukan hasil skor ketika pertandingan sepakbola berlangsung. Mengubah persoalan ke dalam bahasa atau persamaan matematika maka persoalan tersebut lebih mudah diselesaikan yaitu dengan menampilkan data atau keterangan-keterangan tersebut dalam bentuk tabel atau daftar.

Sebagai gambaran awal untuk memahami, diberikan data banyak siswa SMA Negeri 1 Cepogo seperti yang tersaji dalam tabel berikut

Kelas	Laki-laki	Perempuan
X	71	141
XI	83	164
XII	51	92

Sumber: http://smanegeri1cepogo.sch.id/

Jika data dari tabel di atas hanya dituliskan dalam bilangan saja, kemudian susunan lambing bilangan itu diberi tanda kurung, maka akan diperoleh

$$\begin{array}{cl} \begin{bmatrix} 71 & 141 \\ 83 & 164 \\ 51 & 92 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \rightarrow \text{Baris 1} \\ \rightarrow \text{Baris 2} \\ \rightarrow \text{Baris 3} \end{array} \\ \begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ \text{Kolom 1} & \text{Kolom 2} \end{array} & \end{array}$$

Baris matriks adalah susunan bilangan-bilangan yang horizontal atau mendatar dalam matriks, dan kolom matriks adalah susunan bilangan-bilangan yang vertikal atau menurun dalam matriks

Dari contoh diatas dapat disimpulkan bahwa

> Matriks adalah sekumpulan bilangan yang disusun secara baris dan kolom membentuk pola persegi panjang dan dituliskan d dalam kurung biasa ( ) atau kurung siku [ ]

B. Notasi Matriks

Sebuah matriks diberi nama dengan huruf besar/kapital, misalnya A, B, C dan lainnya. Sedangkan elemen-elemennya dinotasikan dengan huruf kecil yang sesuai dengan nama matriksnya dan diberi indek ij. Misalnya a_{ij} menotasikan elemen-elemen matriks A. Indeks ij menyatakan posisi elemen matriks, yaitu pada baris I dan kolom j.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Perhatikan matriks A berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

a_{12} artinya elemen matriks yang terletak pada baris ke-1 kolom ke-2 atau $a_{12} = 3$

a_{31} artinya elemen matriks yang terletak pada baris ke-3 kolom ke-1 atau $a_{31} = 5$

C. Ordo Matriks

Matriks terdiri dari unsur-unsur yang disusun secara baris dan kolom. Jika banyak baris suatu matriks adalah m dan banyak kolomnya adalah n, maka matriks tersebut berordo atau berukuran m x n.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

Matriks A terdiri dari 3 baris dan 2 kolom, maka matriks A dikatakan berordo 3 x 2 (dibaca tiga kali dua) dapat dituliskan $A_{3\ X\ 2}$.

$$B = \begin{bmatrix} 8 & 11 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

Matriks B terdiri dari 2 baris dan 2 kolom, maka matriks A dikatakan berordo 2 x 2 (dibaca dua kali dua) dapat dituliskan $B_{2\ X\ 2}$

Ayo Kita Diskusi

1. Buatlah suatu matriks yang elemen-elemennya merupakan bilangan bulat dari -3 sampai dengan 4 dengan ordo:
   a. 2 x 3
   b. 3 x 1
   c. 4 x 2
   d. 3 x 3

Penyelesaian :

2. Hasil pertandingan sepak bola dalam Liga Super Indonesia (LSI) disajikan dalam tabel di bawah ini.

   Tabel Hasil pertandingan sepak bola Liga Super Indonesia (LSI)

	Menang	Seri	Kalah
Persija Jakarta	2	0	1
Persib Bandung	1	1	1
PSS Sleman	2	1	0
PSIM	0	0	3

   a. Nyatakan data pada tabel diatas dalam bentuk matriks dan berilah notasi pada matriks tersebut!
   b. Berapakah banyak baris dan kolom dari matriks tersebut?
   c. Sebutkan elemen-elemen pada baris kedua.
   d. Sebutkan elemen-elemen pada kolom ketiga.
   e. Terletak pada baris dan kolom berapakah elemen 3?

f. Berapakah banyak elemen pada matriks tersebut
g. Berapakah ordo dari matriks tersebut?

Penyelesaian :

D. Jenis-jenis Matriks

Ditinjau dari banyaknya baris dan kolom, suatu matriks dapat diklasifikasikan sebagai berikut

a. **Matriks baris** adalah matriks terdiri atas satu baris atau matriks berordo 1 x n dengan n adalah anggota bilangan asli dan n ≥ 1.
Contoh : $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

b. **Matriks kolom** adalah matriks yang terdiri atas satu kolom atau matriks yang berordo m x 1 dengan m adalah anggota bilangan asi dan m ≥ 1.
Contoh : $B = \begin{bmatrix} 8 \\ 9 \\ 0 \end{bmatrix}$

c. **Matriks persegi**
Contoh :
A = adalah matriks yang banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom.$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$,
$B = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 0 & 3 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Ditinjau dari elemen-elemen penyusunnya, suatu matriks dapat diklasifikasikan sebagai berikut:

a. **Matriks nol** adalah matriks yang tiap elemennya nol

Contoh : $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

b. **Matriks diagonal** adalah suatu matriks persegi dengan setiap elemen yang tidak terletak pada diagonal utama yaitu nol.

Contoh : , $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$

c. **Matriks identitas** adalah matriks diagonal yang semua unsur diagonal utamanya satu, dilambangkan dengan I.

Contoh: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

d. **Matriks segitiga atas** adalah matriks yang elemen-elemen di bawah diagonal utamanya bernilai nol. Pada matriks segitiga atas, elemen diagonal utama dan elemen di atas diagonal utama tidak boleh semuanya nol.

Contoh:

$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 8 & 5 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$

e. **Matriks segitiga bawah** adalah matriks yang elemen-elemen di atas diagonal utamanya bernilai nol. Pada matriks segitiga bawah elemen diagonal utama dan elemen di atas diagonal utama tidak boleh semuanya nol.

Contoh:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 8 & 0 \\ 10 & 3 & -7 \end{bmatrix}$

E. Transpose Matriks

Transpose suatu matriks adalah matriks yang diperoleh dengan cara menukar elemen baris menjadi kolom dan sebaliknya. Jika A suatu matriks, transpose matrika A ditulis A^T.

Contoh :

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$, maka transpose matriks A adalah $A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

Ayo Kita Diskusi

1. Buatlah suatu matriks yang elemen-elemennya merupakan bilangan bulat dari -3 sampai dengan 4 dan sesuai dengan jenis matriks berikut :
   a. Matriks kolom
   b. Matriks baris
   c. Matriks diagonal
   d. Matriks segitiga atas
   e. Matriks segitiga bawah

Penyelesaian :

2. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 7 & 11 & 13 \end{bmatrix}$ $dan\ B = \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ 0 & 2 \\ 8 & 1 \end{bmatrix}$

   a. Tentukan ordo matriks A dan B !
   b. Tentukan A^T dan B^T !

Penyelesaian :

RANGKUMAN

1. Matriks adalah sekumpulan bilangan yang disusun secara baris dan kolom membentuk pola persegi panjang dan dituliskan d dalam kurung biasa ( ) atau kurung siku [ ]
2. Sebuah matriks diberi nama dengan huruf besar/kapital, misalnya A, B, C dan lainnya. Sedangkan elemen-elemennya dinotasikan dengan huruf kecil yang sesuai dengan nama matriksnya dan diberi indek ij. Misalnya a_{ij} menotasikan elemen-elemen matriks A. Indeks ij menyatakan posisi elemen matriks, yaitu pada baris I dan kolom j.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

3. Jika banyak baris suatu matriks adalah m dan banyak kolomnya adalah n, maka matriks tersebut berordo atau berukuran m x n.
4. Matriks baris : matriks yang hanya memiliki satu baris.
5. Matriks kolom : matriks yang hanya memiliki satu kolom

6. Matriks persegi : adalah matriks yang banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom.
7. Matriks identitas : matriks konstanta dengan elemen diagonal utama adalah 1
8. Matriks segitiga atas : matriks yang elemen-elemen di bawah diagonal utamanya bernilai nol. Pada matriks segitiga atas, elemen diagonal utama dan elemen di atas diagonal utama tidak boleh semuanya nol.
9. Matriks segitiga bawah; matriks yang elemen-elemen di atas diagonal utamanya bernilai nol. Pada matriks segitiga bawah elemen diagonal utama dan elemen di atas diagonal utama tidak boleh semuanya nol.
10. Transpose suatu matriks ; matriks yang diperoleh dengan cara menukar elemen baris menjadi kolom dan sebaliknya

TES FORMATIF 1

1. Berikut ini yang bukan matriks adalah …

A. (0)

B. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 1 & & 2 \\ & 3 & \\ 4 & & 5 \end{pmatrix}$

E. $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

2. Misal banyak penjualan dua jenis mobil di dua kota disajikan dengan tabel berikut

Jenis mobil	Data penjualan (unit)		Harga (juta rupiah)
	P	Q	
Innova	10	15	350
Yaris	25	7	240

Banyak penjualan kedua jenis mobil tersebut di kota P dan Q dapat dinyatakan dengan matriks yaitu…

A. $\begin{pmatrix} 10 & 25 \\ 15 & 7 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 10 & 15 & 350 \\ 25 & 7 & 240 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 10 & 15 \\ 25 & 7 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 10 & 25 \\ 15 & 7 \\ 350 & 240 \end{pmatrix}$

E. $\begin{pmatrix} 350 \\ 240 \end{pmatrix}$

3. Ordo dari matriks $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \\ 7 & 11 \end{bmatrix}$adalah ...

A. 2

B. 3

C. 4

D. 2 x 3

E. 3 x 2

4. Jika A = $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ dan B = $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, maka $a_{21}.b_{12} + a_{22}.b_{22} = \cdots$

A. 14

B. 22

C. 24

D. 33

E. 37

5. Jika A = = $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, maka A^T = ...

A. $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

C. [9]

D. $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

E. $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

Indikator Pencapaian Kompetensi

3.2.3 Menemukan Konsep kesamaan dua matriks

3.2.4 Mendefinisikan konsep operasi penjumlahan dan pengurangan matriks untuk memahami aplikasi dan kegunaan dalam kehidupan sehari-hari.

3.2.5 Menganalisis operasi penjumlahan dan pengurangan matriks melalui aplikasi sehari-hari.

Alokasi waktu
2 x 30 menit

Kegiatan Belajar 2

Kesamaan, Penjumlahan dan Pengurangan Matriks

Tujuan Kegiatan Belajar 2

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, peserta didik dapat :

1. Menentukan kesamaan matriks
2. Menentukan operasi penjumlahan matriks
3. Menentukan operasi pengurangan matriks

A. Kesamaan Matriks

Bilamana dua matriks dikatakan sama? Untuk mengetahui pengertian dan syarat kesamaan dua matriks, perhatikan matriks-matriks di bawah ini.

$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} \frac{4}{2} & 0 \\ \frac{6}{2} & \frac{10}{2} \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 8 & 6 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 8 & 8 & 6 \end{bmatrix}$

Matriks A dan matriks B berordo 2x2. Elemen-elemen pada baris pertama A adalah 2 dan 0 sedangkan pada baris kedua adalah 3 dan 5. Elemen-elemen pada baris pertama matriks B adalah $\frac{4}{2} = 2$ dan 0 sedangkan pada baris kedua $\frac{6}{2} = 3$ dan $\frac{10}{2} = 5$. Ordo matriks A dan B adalah 2x2 serta elemen-elemen yang seletak bernilai sama. Matriks A dikatakan sama dengan matriks B.

Selanjutnya perhatikan matriks C dan matriks D. Ordo matriks C dan matriks D sama yaitu 2 x 3, namun elemen-elemen yang bersesuaian tidak sama. Maka matriks C dan matriks D dikatakan tidak sama.

Dua matriks dikatakan sama apabila
1. Berordo atau berukuran sama
2. Elemen-elemen yang seletak bernilai sama

Ayo Kita Diskusi

Diketahui matriks A = $\begin{pmatrix} 3 & x \\ x+y & 5 \end{pmatrix}$ dan B = $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$. Tentukan nilai x dan y supaya A = B !

Penyelesaian :

B. Penjumlahan Matriks

Sebagai gambaran awal tentang penjumlahan dan pengurangan matriks, perhatikan permasalahan berikut ini.

Misal data penjualan tiga jenis pensil pada bulan Januari dan Februari di kota P dan Q adalah sebagai berikut

Tabel penjualan pensil di kota P dan Q

Jenis pensil	Data penjualan bulan januari di kota		Data penjualan bulan Februari di kota	
	P	Q	P	Q
Faber Castel	65	76	35	56
Staedtler	27	32	45	33
Kenko	25	55	32	47

Jika kita ingin mengetahui jumlah penjumlahan dan pensil bulan Januari dan Februari pada masing-masing kota, maka hasilnya dapat diperoleh dengan menjumlahkan data yang bersesuian yaitu

Jumlah penjualan pensil Faber Caastel di kota P = 65 + 35 = 100

Jumlah penjualan pensi Faber Caastel di kota Q = 76 + 56 = 132 dan seterusnya

Proses penjumlahan tersebut akan lebih mudah jika kita melakukannya dengan menggunakan matriks yaitu

Misal penjualan pada:

Januari = J = $\begin{bmatrix} 65 & 76 \\ 27 & 32 \\ 25 & 55 \end{bmatrix}$ dan Februari= F = $\begin{bmatrix} 35 & 56 \\ 45 & 33 \\ 32 & 47 \end{bmatrix}$, maka jumlah penjumlahan pada bulan Januari dan Februari adalah :

$$J + F = \begin{bmatrix} 65 & 76 \\ 27 & 32 \\ 25 & 55 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 35 & 56 \\ 45 & 33 \\ 32 & 47 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 65+35 & 76+56 \\ 27+45 & 32+33 \\ 25+32 & 55+47 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 & 132 \\ 72 & 65 \\ 57 & 102 \end{bmatrix},$$

Syarat dan aturan penjumalahan matriks apat dirumuskan sebagai berikut berikut

- Dua matriks dapat dijumlahkan apabila ordo kedua matriks adalah sama
- Penjumlahan matriks dilakukan dengan cara menjumlahkan elemen-elemen matriks yang seletak/bersesuaian

$$A_{m\,X\,n} + B_{m\,X\,n} = C_{m\,X\,n}$$

C. Pengurangan Matriks

Setelah mempelajari penjumlahan matriks pada materi sebelumnya. Pada uraian materi ini kalian akan mempeljari tentang pengurangan matriks. Bagaimana aturan pengurangan berlaku? Perhatikan masalah berikut ini

Seorang penjual roti menyusun tabel harga produksi dan penjualan bolu pandan, coklat, dan keju selama seminggu

	Harga penjualan (dalam juta rupiah)	**Harga produksi (dalam juta rupiah)**	**Keuntungan (dalam juta rupiah)**
Bolu pandan	4	2	2
Bolu coklat	7	4	3
Bolu keju	4	3	1

Permasalahan di atas cukup sederhana sehingga dapat diselesaikan seperti pengurangan bilangan real pada umumnya. Data pada tabel di atas disajikan dalam bentuk matriks berikut. Matriks A menunjukkan harga penjualan bolu pandan, coklat dan keju. Matriks B menunjukkan harga produksi bolu pandan, coklat dan keju. Matriks C menunjukkan keuntungan bolu pandan, coklat dan keju

$$A = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Keuntungan dalam satu minggu dapat ditentukan dengan mengurangkan elemen-elemen pada matriks A dengan elemen-elemen pada matriks B yang seletak.

$$A - B = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-2 \\ 7-4 \\ 4-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = C$$

Syarat dan aturan pengurangan matriks dapat dirumuskan sebagai berikut berikut

- Dua matriks dapat dikurangkan apabila ordo kedua matriks adalah sama
- Pengurangan matriks dilakukan dengan cara mengurangkan elemen-elemen matriks yang seletak/bersesuaian

$$A_{m \, X \, n} - B_{m \, X \, n} = C_{m \, X \, n}$$

Ayo Kita Diskusi

Tentukan nilai a, b, c dalam persamaan berikut ini !

a. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & -1 \\ 1 & y \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 11 & 4 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 10 & b \\ c & -2 \end{bmatrix}$

Penyelesaian:

RANGKUMAN

1. Dua matriks dikatakan sama apabila
   a. Berordo atau berukuran sama
   b. Elemen-elemen yang seletak bernilai sama
2. Penjumlahan dan pengurangan dapat dilakukan apabila kedua ordo matriks sama
3. Penjumlahan dan pengurangan matrks dilakukan dengann cara menjumlahkan atau mengurangkan elemen-elemen matriks yang seletak/bersesuaian

TES FORMATIF II

1. Diketahui matriks A = $\begin{pmatrix} 4 & 2+p \\ q & 5 \end{pmatrix}$ dan B = $\begin{pmatrix} 4 & 2q \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. Jika A = B maka p = ...

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4
E. 5

2. Jika A = $\begin{pmatrix} \frac{1}{2}a & 2 \\ b & \frac{3}{2}c \end{pmatrix}$ dan B = $\begin{pmatrix} 2c-3b & 2a+1 \\ a & b+7 \end{pmatrix}$, maka supaya A = B^T nilai c = ...

A. 10
B. 8
C. 5
D. 3
E. 2

3. Jika A = $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ dan B = $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 11 \end{pmatrix}$, maka A + B^T = ...

A. $\begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 12 \end{pmatrix}$
B. $\begin{pmatrix} 7 & 7 & 12 \end{pmatrix}$
C. Tidak dapat dikerjakan
D. $\begin{pmatrix} 12 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix}$
E. $\begin{pmatrix} 12 & 10 & 12 \end{pmatrix}$

4. Diketahui matriks A = $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ dan B = $\begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 5 & 10 & 13 \end{pmatrix}$ dan C = A+B. Dengan demikian maka c_{21} = ...

A. 14
B. 11
C. 9
D. 7
E. 4

5. Jika A = $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ dan C = $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$. Maka A – B + C = ...

A. $\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$
B. $\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$
D. $\begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -1 & -7 \end{pmatrix}$
E. $\begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$

Indikator Pencapaian Kompetensi

3.2.6 Mendefinisikan konsep operasi perkalian scalar dan perkalian matriks untuk memahami aplikasi dan kegunaan dalam kehidupan sehari-hari.

4.2.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan operasi matriks

Alokasi waktu
2 x 30 menit

Kegiatan Belajar 3

Perkalian Skalar dan Perkalian Matriks

Tujuan Kegiatan Belajar 3

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, peserta didik dapat :

1. Menentukan operasi perkalian scalar.
2. Menentukan operasi perkalian matriks

A. Perkalian Matriks dengan Skalar

Perhatikan masalah berikut untuk memahami cara menyelesaikan perkalian matriks dengan scalar(bilangan real).

Seorang pedagang masker menjual masker polos dan motif dengan bahan masker scuba dan katun . Banyaknya masker yang dijual disajikan pada tabel berikut

Tabel penjualan masker

	Scuba	Katun
Masker polos	50	60
Masker motif	35	45

Sumber: bisnismuda.id

Karena kebutuhan masker dalam kondisi new normal ini terus meningkat, pedagang berencana menjual masker dua kali lipat dari hari sebelumnya. Berapa banyaknya masker yang dijual oleh pedagang tersebut?

Penjualan masker yang meningkat, dua kali lipat sehingga banyak masker polos yang djual untuk yang berbahan scuba menjadi 2 x 50 = 100 dan bahan katun menjadi 2 x 60 = 120 serta masker motif yang djual untuk yang berbahan scuba 2 x 35 = 70 dan bahan katun 2 x 45 = 90.

Perhitungan di atas dapat dinyatakan dalam bentuk perkalian matriks yaitu peningkatan penjualan masker berbahan scuba dan katun dikalikan setiap elemen pada matriks, yaitu

$$\begin{bmatrix} 50 & 60 \\ 35 & 45 \end{bmatrix}$$

$$2\,x \begin{bmatrix} 50 & 60 \\ 35 & 45 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.50 & 2.60 \\ 2.35 & 2.45 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 & 120 \\ 70 & 90 \end{bmatrix}$$

Jadi banyaknya masker polos berbahan scuba yang dijual 100, masker polos berbahan katun yang dijual 120, masker motif berbahan scuba yang dijual 70 dan maskermotif berbahan katun yang dijual 90.

Berdasarkan uraian diatas, diketahui bahwa

Jika k adalah bilangan real/scalar dan A adalah sebuah matriks maka k.A merupakan matriks baru yang diperoleh dengan cara mengalikan setiap elemen matriks A dengan k.

B. Perkalian Matriks

Operasi perkalian matriks mempunyai peranan yang sangat penting dalam pemanfaatan matriks untuk penyelesaian masalah yang melibatkan sekumpulan bilangan. Perhatikan kembali contoh penjualan masker yang disebutkan sebelumnya. Misal hasil penjualan masker polos dan motif seperti tercantum pada tabel berikut ini

	Scuba	Katun
Masker polos	50	60
Masker motif	35	45

Misal harga masker polos Rp 5000,00 dan masker motif Rp 7000,00. Pertanyaannya sekarang adalah berapakah nilai total penjualan masker polos dan motif tersebut?

Tentu saja pertanyaan ini dapat dijawab dengann menjumlah hasil perkalian antara harga dan besar penjualan untuk jenis scuba dan polos, seperti berikut ini

Nilai total penjualan masker scuba

= 50 . Rp 5000,00 + 35. Rp 7000,00 = Rp 250.000,00 + Rp 245.000,00= Rp 495.000,00

Nilai total penjualan masker katun

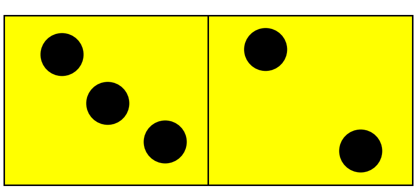
= 60 . Rp 5000,00 + 45. Rp 7000,00 = Rp 300.000,00 + Rp 315.000,00= Rp 615.000,00

Jumlah dari perkalian harga dan besar penjualan di atas, merupakan suatu teknik yang dikembangkan dalam operasi perkalian matriks, seperti dijelaskan berikut ini:

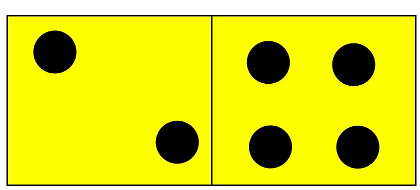
Matriks A dapat dikalikan dengan matriks B yaitu AB atau A x B, jika banyak kolom A sama dengan banyak baris B.

Misalnya perkalian matriks berordo 2 x 3 dengan matriks berordo 3 x 4

3 X 2



2 X 4



Hasil perkalian kedua matriks adalah matriks berordo 3 x 4

Lihat skema berikut

$$\begin{pmatrix} baris\ 1 \\ baris\ 2 \\ \cdots \\ baris\ m \end{pmatrix} \ x \ (kolom\ 1 \quad kolom\ 2 \quad \ldots \quad kolom\ k) = \begin{pmatrix} b_{1\ x}\ k_1 & b_{1\ x}\ k_2 & \ldots & b_{1\ x}\ k_k \\ b_{2\ x}\ k_1 & b_{2\ x}\ k_2 & \ldots & b_{2\ x}\ k_k \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m\ x}\ k_1 & b_{m\ x}\ k_2 & & b_{m\ x}\ k_k \end{pmatrix}$$

Dua matriks A dan B dapat dikalikan bila dan hanya bila jumlah kolom matriks A sama dengan jumlah baris matriks B.

$$A_{m\ X\ n}.\ B_{n\ X\ p} = C_{m\ X\ p}$$

Contoh soal

Misal A = $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ dan B= $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$. Tentukan AB !

Penyelesaian:

AB = $\begin{pmatrix} \boxed{3 \quad 4} \\ 6 \quad 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 \\ 7 \end{matrix}} & \begin{matrix} 2 \\ 8 \end{matrix} \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 3.1 + 4.7 & 3.2 + 4.8 \\ 6.1 + 5.7 & 6.2 + 5.8 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 31 & 38 \\ 41 & 52 \end{pmatrix}$

Ayo Kita Diskusi

Selidikilah apakah perkalian matrik di bawah ini dapat dilakukan. Apabila dapat dilakukan tentukan hasil perkaliannya

$(2 \quad 5 \quad 6)\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

Penyelesaian:

RANGKUMAN

1. Jika k adalah bilangan real/scalar dan A adalah sebuah matriks maka k.A merupakan matriks baru yang diperoleh dengan cara mengalikan setiap elemen matriks A dengan k.
2. Dua matriks A dan B dapat dikalikan bila dan hanya bila jumlah kolom matriks A sama dengan jumlah baris matriks B.

$$A_{m\,X\,n}.\ B_{n\,X\,p} = C_{m\,X\,p}$$

TES FORMATIF II

1. Jika A = $\begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, maka 2A = ...

   A. $\begin{pmatrix} 12 & 20 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
   B. $\begin{pmatrix} 12 & 20 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$
   C. $\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ 20 & 8 \end{pmatrix}$
   D. $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
   E. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} a & 6 \\ -1 & 2d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & a+b \\ c+d & 3 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Nilai c yang memenuhi = ...

   A. – 4
   B. – 2
   C. – 1
   D. 1
   E. 4

3. Jika A = $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ dan B = $\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$, maka AB = ...

   A. $\begin{pmatrix} 12 & 12 \\ 20 & 6 \end{pmatrix}$
   B. $\begin{pmatrix} 27 \\ 26 \end{pmatrix}$
   C. $\begin{pmatrix} 27 & 26 \end{pmatrix}$
   D. $\begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}$
   E. $\begin{pmatrix} 16 \\ 16 \end{pmatrix}$

4. Jika A = $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ dan B = $\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$, maka AB = ...

A. $\begin{pmatrix} 35 & 23 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 35 & 6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 47 & 23 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 35 & 7 \\ 23 & 3 \end{pmatrix}$

E. $\begin{pmatrix} 47 & 7 \\ 23 & 3 \end{pmatrix}$

5. Misal A == $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ dan B = $\begin{pmatrix} 4 & x \\ y & 4 \end{pmatrix}$. I adalah matriks identitas dari AB = I, maka x = …
   A. – 5
   B. – 4
   C. – 3
   D. 3
   E. 5

DAFTAR PUSTAKA

Simangunsong, Wilson.2016. *PKS Matematika Wajib kelas XI SMA/MA Kurikulum 2013 Edisi Revisi*. Jakarta : Gematama.

Astika, Finka Fitri. 2014. Pengembangan Modul Pada Materi Matriks Dengan Pendekatan PMRI Untuk Siswa Kelas X SMK. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.