



## SISTEMATIKA BELAJAR

Sistematika dari bahan ajar Translasi ini adalah sebagai berikut :

1. Kompetensi Dasar Indikator Pencapaian Kompetensi dan tujuan pembelajaran yang harus dicapai oleh peserta didik
2. Apersepsi akan mengawali pembelajaran yang dekat dengan lingkungan sekitar yang melibatkan ***budaya nusantara***
3. Aktivitas belajar yang berisi penjelasan materi dalam bahasa yang mudah dipahami dan bagian yang harus dilengkapi peserta didik untuk lebih memahami materi
4. Contoh soal untuk memperjelas konsep yang dipelajari
5. **TPACK**, pada bagian ini berisi tautan yang mengajak peserta didik membuka laman yang akan menambah wawasan peserta didik. Tautan yang dimaksud juga berupa QR code. Dengan memindai QR code tersebut menggunakan HP android peserta didik dapat langsung menuju ke laman tersebut
6. Latihan soal berisi soal – soal untuk menguji kemampuan peserta didik dalam memahami materi yang dipelajari, soal latihan dilengkapi soal **HOTS** untuk mengasah kemampuan peserta didik
7. Kunci Jawaban untuk mengecek jawaban peserta didik

## PANDUAN PENGGUNAAN BAHAN AJAR

Berikut ini adalah langkah –langkah yang disarankan bagi peserta didik dalam menggunakan bahan ajar ini :

1. Berdoalah sebelum menggunakan bahan ajar ini
2. Bacalah terlebih dahulu kompetensi dasar dan indikator yang harus dicapai
3. Bacalah petunjuk dengan **cermat dan teliti**.
4. Pahami uraian materi dengan seksama dan perhatikan contoh soal yang diberikan dengan sebaik – baiknya
5. Kerjakan latihan soal yang ada dengan **teliti**
6. Bacalah kembali rangkuman yang ada di bagian setelah latihan soal
7. Kerjakan soal – soal evaluasi secara **mandiri**
8. Pada saat mengerjakan latihan soal, jangan melihat halaman kunci terlebih dahulu supaya dapat mengetahui sejauh mana pemahaman Anda
9. Maksimalkan penggunaan tautan pada bagian **TPACK** dengan selalu berhati – hati dan bijak dalam penggunaan internet
10. Mintalah bimbingan guru ketika menemukan permasalahan yang dirasa rumit

# RUMUS-RUMUS TRIGONOMETRI

## KOMPETENSI INTI

<b>KI 1</b>	Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
<b>KI 2</b>	Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
<b>KI 3</b>	Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
<b>KI 4</b>	Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan

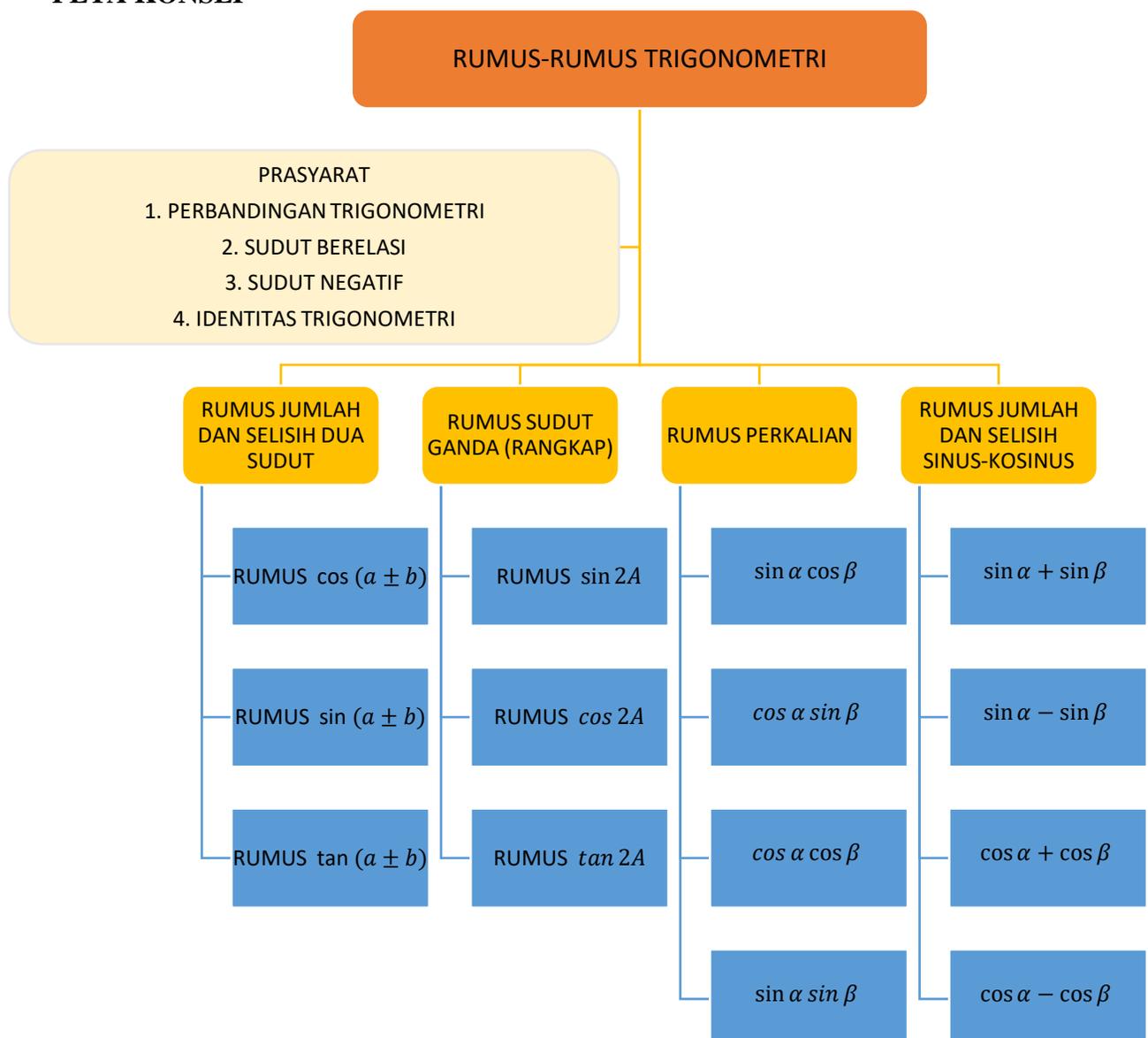
## KOMPETENSI DASAR DAN IPK

KOMPETENSI DASAR		IPK
<b>3.2</b>	Membedakan penggunaan jumlah dan selisih sinus dan cosinus.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Siswa mampu menggunakan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut dalam pemecahan masalah.</li> <li>2. Siswa mampu menggunakan rumus trigonometri sudut rangkap (ganda).</li> <li>3. Siswa mampu menyatakan perkalian kosinus dan kosinus maupun perkalian sinus dan sinus dalam kosinus jumlah dan selisih dua sudut.</li> <li>4. Siswa mampu menyatakan perkalian sinus dan kosinus dalam sinus jumlah dan selisih dua sudut.</li> <li>5. Siswa mampu menyatakan jumlah atau selisih sinus dalam perkalian sinus dan kosinus.</li> <li>6. Siswa mampu menyatakan jumlah atau selisih kosinus dalam perkalian kosinus dan kosinus maupun perkalian sinus dan sinus.</li> <li>7. Siswa mampu menyelesaikan masalah yang melibatkan rumus perkalian, penjumlahan, dan pengurangan sinus dan kosinus.</li> <li>8. Siswa mampu merancang dan membuktikan identitas trigonometri.</li> </ol>
<b>4.2</b>	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rumus jumlah dan selisih sinus dan cosinus.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Siswa mampu menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan rumus jumlah dan selisih sinus atau cosinus.</li> <li>2. Siswa mampu menentukan persamaan trigonometri yang identik dengan persamaan yang diketahui menggunakan rumus jumlah dan selisih sinus cosinus.</li> <li>3. Siswa mampu menentukan nilai perkalian fungsi trigonometri yang berkaitan dengan jumlah dan selisih sinus atau cosinus.</li> <li>4. Siswa mampu menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan rumus jumlah dan selisih sinus dan cosinus.</li> </ol>

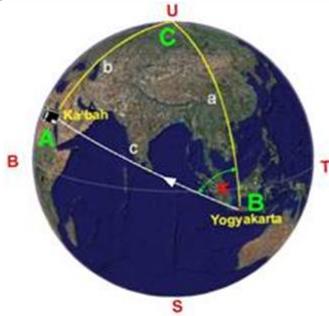
## TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Siswa dapat membuktikan dan menggunakan rumus kosinus jumlah dan selisih dua sudut dalam pemecahan masalah.
2. Siswa dapat membuktikan dan menggunakan rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut dalam pemecahan masalah.
3. Siswa dapat membuktikan dan menggunakan rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut dalam pemecahan masalah.
4. Siswa dapat merancang dan membuktikan rumus trigonometri sudut ganda dan menggunakan rumus sinus, kosinus, dan tangen sudut ganda
5. Siswa dapat menyatakan perkalian kosinus dan kosinus maupun sinus dan sinus dalam kosinus jumlah dan selisih dua sudut.
6. Siswa dapat menyatakan perkalian sinus dan kosinus dalam sinus jumlah dan selisih dua sudut.
7. Siswa dapat menyatakan jumlah atau selisih sinus dalam perkalian sinus dan kosinus.
8. Siswa dapat menyatakan jumlah atau selisih kosinus dalam perkalian kosinus.
9. Siswa dapat menyelesaikan masalah yang melibatkan rumus perkalian, penjumlahan, dan pengurangan sinus dan kosinus.

## PETA KONSEP



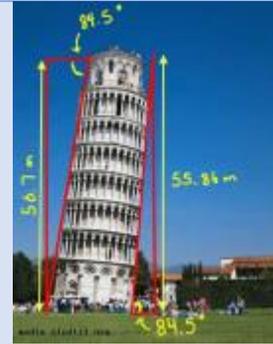
## MANFAAT TRIGONOMETRI



Sumber : <http://bit.ly/Tkiblat>

Ka'bah di makkah adalah tempat suci sebagai arah kiblat patokan beribadah seluruh umat muslim di dunia. Dengan menggunakan konsep trigonometri kita bisa menentukan arah kiblat dari tempat kita berasal dengan tepat

Pernah mendengar salah satu keajaiban dunia berupa menara pisa yang miring di italia? Jikalau ada pertanyaan berapa kemiringan menara tersebut? Maka dengan konsep trigonometri ini kita bisa melihat seberapa kemiringan menara pisa tersebut



Sumber : <http://bit.ly/Mpisa>



Sumber : <http://bit.ly/Pgunung>

Pernah mendengar tentang puncak gunung tertinggi didunia? Jika pernah berapa tingginya? Cara mengukur tinggi puncak tertinggi ini bisa dihitung menggunakan konsep trigonometri juga lho

# MATERI PRASYARAT

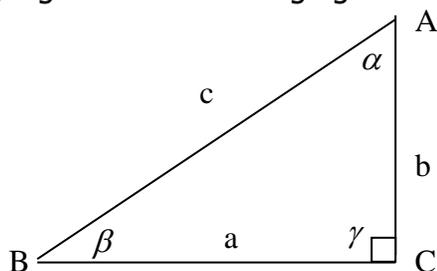


## 1. PERBANDINGAN TRIGONOMETRI PADA SEGITIGA SIKU-SIKU

Sebelum melangkah lebih jauh ke dalam rumus-rumus trigonometri, mari terlebih dahulu kita mengingat tentang rumus-rumus perbandingan trigonometri di kelas 10 sebagai berikut !

### Perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku

#### 1. Panjang sisi-sisi suatu segitiga



Panjang sisi dihadapan sudut  $\alpha$  dinamakan a

Panjang sisi dihadapan sudut  $\beta$  dinamakan b

Panjang sisi dihadapan sudut  $\gamma$  dinamakan c

Panjang sisi-sisi sebuah segitiga siku-siku mempunyai hubungan  
 $c^2 = a^2 + b^2$

#### 2. Besar sudut pada segitiga

Jumlah ketiga sudut dalam segitiga adalah  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

#### 3. Perbandingan pada sisi-sisi segitiga

$$\text{a. } \sin \beta = \frac{\text{depan}}{\text{miring}} = \frac{b}{c}$$

$$\text{b. } \cos \beta = \frac{\text{samping}}{\text{miring}} = \frac{a}{c}$$

$$\text{c. } \tan \beta = \frac{\text{depan}}{\text{samping}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{d. } \cotg \beta = \frac{\text{samping}}{\text{depan}} = \frac{a}{b}$$

$$\text{e. } \sec \beta = \frac{\text{miring}}{\text{samping}} = \frac{c}{a}$$

$$\text{f. } \csc \beta = \frac{\text{miring}}{\text{depan}} = \frac{c}{b}$$

Dari perbandingan diatas diperoleh hubungan rumus :

$$\text{Cotg } \beta = \frac{1}{\tan \beta}$$

$$\text{Sec } \beta = \frac{1}{\cos \beta}$$

$$\text{Csc } \beta = \frac{1}{\sin \beta}$$



## 2. SUDUT BERELASI/TRIGONOMETRI DIBERBAGAI KUADRAN

Sebelum melangkah lebih jauh ke dalam rumus-rumus trigonometri, mari terlebih dahulu kita mengingat tentang rumus-rumus trigonometri diberbagai kuadran di kelas 10 sebagai berikut !

### a. Rumus di kuadran I

$$\text{Sin}(90 - \alpha) = \text{cos } \alpha$$

$$\text{Cos}(90 - \alpha) = \text{sin } \alpha$$

$$\text{Tan}(90 - \alpha) = \text{Cotg } \alpha$$

### b. Rumus di kuadran II

$$\text{Sin}(90 + \alpha) = \text{Cos } \alpha$$

$$\text{Cos}(90 + \alpha) = -\text{Sin } \alpha$$

$$\text{Tan}(90 + \alpha) = -\text{Cotg } \alpha$$

$$\text{Sin}(180 - \alpha) = \text{Sin } \alpha$$

$$\text{Cos}(180 - \alpha) = -\text{Cos } \alpha$$

$$\text{Tan}(180 - \alpha) = -\text{Tan } \alpha$$

### Rumus di kuadran III

$$\text{Sin}(270 - \alpha) = -\text{Cos } \alpha$$

$$\text{Cos}(270 - \alpha) = -\text{Sin } \alpha$$

$$\text{Tan}(270 - \alpha) = \text{Cotg } \alpha$$

$$\text{Sin}(180 + \alpha) = -\text{Sin } \alpha$$

$$\text{Cos}(180 + \alpha) = -\text{Cos } \alpha$$

$$\text{Tan}(180 + \alpha) = \text{Tan } \alpha$$

### c. Rumus di kuadran IV

$$\text{Sin}(270 + \alpha) = -\text{Cos } \alpha$$

$$\text{Cos}(270 + \alpha) = \text{Sin } \alpha$$

$$\text{Tan}(270 + \alpha) = -\text{Cotg } \alpha$$

$$\text{Sin}(360 - \alpha) = -\text{Sin } \alpha$$

$$\text{Cos}(360 - \alpha) = \text{Cos } \alpha$$

$$\text{Tan}(360 - \alpha) = -\text{Tan } \alpha$$



## 3.SUDUT NEGATIF DAN LEBIH DARI 360°

Sebelum melangkah lebih jauh ke dalam rumus-rumus trigonometri, mari terlebih dahulu kita mengingat tentang rumus-rumus trigonometri sudut negatif dan sudut lebih dari 360° di kelas 10 sebagai berikut !

### a. Rumus sudut negatif

$$\text{Sin}(-\alpha) = -\text{Sin } \alpha$$

$$\text{Cos}(-\alpha) = \text{Cos } \alpha$$

$$\text{Tan}(-\alpha) = -\text{Tan } \alpha$$

### b. Rumus sudut lebih dari 360°

$$\text{Sin}(k.360 + \alpha) = \text{Sin } \alpha$$

$$\text{Cos}(k.360 + \alpha) = \text{Cos } \alpha$$

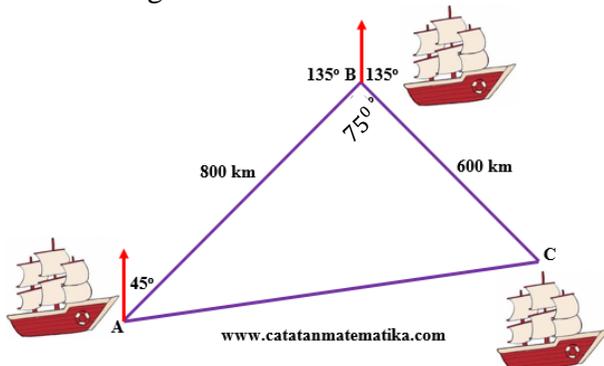
$$\text{Tan}(k.360 + \alpha) = \text{Tan } \alpha$$

# Pertemuan 1

## RUMUS TRIGONOMETRI UNTUK JUMLAH DUA SUDUT DAN SELISIH DUA SUDUT

### PENDAHULUAN

Perhatikan gambar ilustrasi di bawah ini !



Kapal adalah salah satu alat transportasi laut yang bisa memuat muatan besar dan dapat menghemat biaya pengangkutan daripada melalui jalur udara. Terdapat 3 buah kapal yang berada ditengah laut seperti pada gambar di samping, sebut saja kapal A, kapal B, dan kapal C. Jika kapten kapal B melihat kapal A dan kapal C dengan sudut keduanya adalah  $75^\circ$  dan jarak kapal A ke kapal B 800 km dan jarak kapal C ke kapal B adalah 600 km, berapakah jarak antara kapal A dan kapal C???

Bagaimana menyelesaikan permasalahan di atas? Jelas seperti

yang sudah dipelajari adalah caranya dengan menggunakan aturan cosinus untuk mencari jarak kapan A ke kapal C. Akantetapi permasalahannya adalah bagaimana mendefinisikan nilai  $\cos 75^\circ$  dimana sudut  $75^\circ$  bukanlah suatu sudut istimewa. Bentuk soal di atas

Adalah salah satu bentuk penerapan rumus jumlah dan selisih sudut pada trigonometri yang akan kita bahas pada bab ini

## MENENTUKAN RUMUS JUMLAH DAN SELISIH SUDUT TRIGONOMETRI

### KONSEP JUMLAH DAN SELISIH SUDUT PADA TRIGONOMETRI

Setelah mengerjakan Lembar Kegiatan Peserta Didik (LKPD) tentang bagaimana membuktikan konsep rumus jumlah dan selisih sudut trigonometri melalui segitiga, akan diperoleh rumus jumlah dan selisih dua sudut pada sinus, cosinus, dan tangen. Dari identitas rumus trigonometri tersebut dihafalkan polanya dan dipahami penggunaan dan aplikasinya pada masalah kontekstual. Berikut rumus identitas trigonometri yang diperoleh dari LKPD pada pembelajaran pertemuan pertama sebagai berikut :

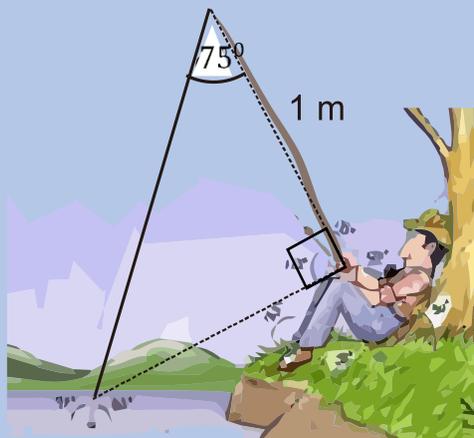
$$\begin{aligned}\sin (a+b) &= \sin a \cos b + \cos a \sin b \\ \sin (a-b) &= \sin a \cos b - \cos a \sin b \\ \cos (a+b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b \\ \cos (a-b) &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \\ \tan (a+b) &= \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \\ \tan (a-b) &= \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}\end{aligned}$$

### TPACK

Untuk memperdalam materi anda dapat menscan QRcode disamping. Selain berisi materi, juga terdapat beberapa contoh dan latihan yang menarik



## PERMASALAHAN 1



Pada gambar di atas, seorang memancing ikan dengan panjang galahnya 1 meter. berapakah panjang tali minimal yang dibutuhkan agar pemancing dapat memancing ikan dengan sudut antara galah dengan benang adalah  $75^\circ$ ? (minimal tali dapat menyentuh air)

### ALTERNATIF PENYELESAIAN :

Diketahui : sudut  $75^\circ$ , sisi samping 1 meter

Ditanyakan : panjang tali minimal (sisi miring)

Dijawab :

Karena melibatkan sisi samping dan sisi miring, maka akan menggunakan konsep cosinus sebagai berikut, perhatikan !

$$\cos 75^\circ = \frac{\text{sisi samping}}{\text{sisi miring}}$$

$$\text{Sehingga panjang talinya/ sisi miringnya} = \frac{1}{\cos 75^\circ}$$

Sekarang akan dicari nilai  $\cos 75^\circ$

$$\begin{aligned}\cos 75^\circ &= \cos(30^\circ + 45^\circ) \\ \cos 75^\circ &= \cos 30^\circ \cos 45^\circ - \sin 30^\circ \sin 45^\circ\end{aligned}$$

$$\cos 75^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3} \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2} \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\cos 75^\circ = \frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\text{Sehingga panjang tali minimalnya adalah} &= \frac{1}{\frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}\end{aligned}$$

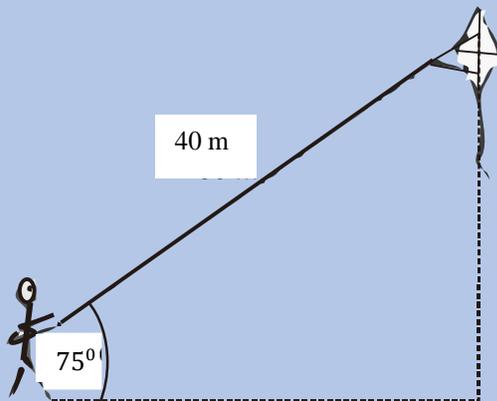
$$\begin{aligned}
&= \frac{4}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \\
&= \frac{4(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{6 - 2} \\
&= \frac{4(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{4} \\
&= \sqrt{6} + \sqrt{2}
\end{aligned}$$

Jadi panjang tali minimal yang dibutuhkan adalah  $\sqrt{6} + \sqrt{2}$  meter



## PERMASALAHAN 2

Pada gambar dibawah, seorang anak bermain layang-layang dengan panjang benang yang digunakan 50 meter dan membentuk sudut  $15^\circ$  dengan tanah. Berapakah tinggi layangan tersebut?



ALTERNATIF PENYELESAIAN :

Diketahui : sudut  $75^\circ$ , sisi miring 40 meter

Ditanyakan : tinggi layang-layang (sisi depan)

Dijawab :

Karena melibatkan sisi depan dan sisi miring, maka akan menggunakan konsep sinus sebagai berikut, perhatikan !

$$\sin 75^\circ = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi miring}}$$

Tinggi layangan = sisi depan = sisi miring  $\cdot \sin 75^\circ$

Sekarang akan dicari nilai  $\sin 75^\circ$

$$\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ)$$

$$\sin 75^\circ = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$\sin 75^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}$$

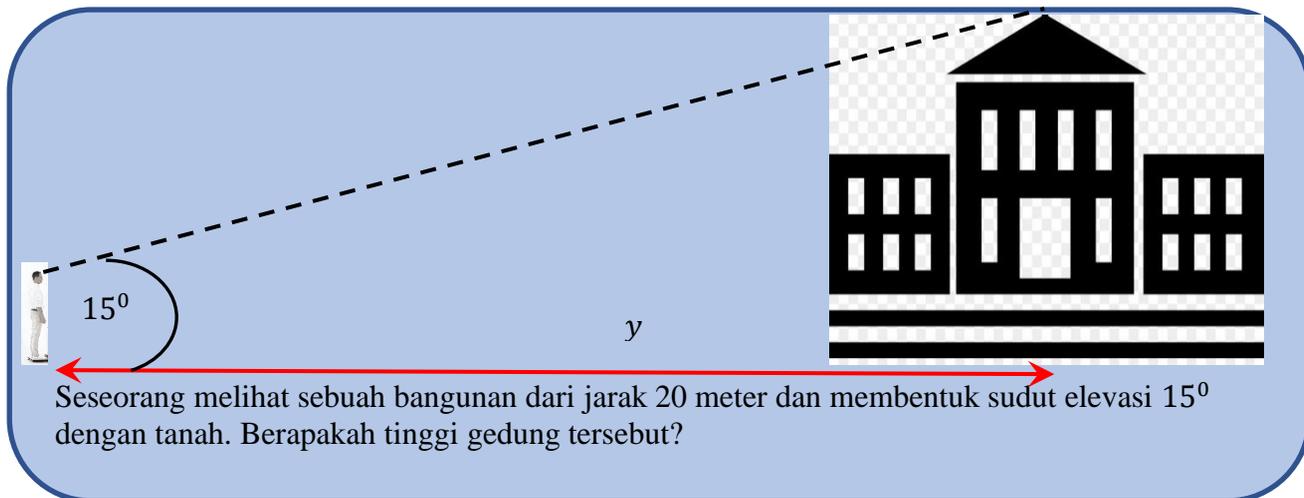
$$\sin 75^\circ = \frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2}$$

Sehingga tinggi layangan adalah  $40 \cdot \frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2}$

$$= 10\sqrt{6} + 10\sqrt{2} \text{ meter}$$



### PERMASALAHAN 3



ALTERNATIF PENYELESAIAN :

Diketahui : sudut  $15^\circ$ , sisi samping 20 meter

Ditanyakan : tinggi bangunan (sisi depan)

Dijawab :

Karena melibatkan sisi depan dan sisi samping, maka akan menggunakan konsep tangen sebagai berikut, perhatikan !

$$\tan 15^\circ = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi samping}}$$

Tinggi bangunan = sisi depan = sisi samping  $\cdot \tan 15^\circ$

Sekarang akan dihitung nilai  $\tan 15^\circ$ , perhatikan !

$$\begin{aligned} \tan 15^\circ &= \tan(45^\circ - 30^\circ) \\ \tan 15^\circ &= \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ} \\ \tan 15^\circ &= \frac{1 - \frac{1}{3}\sqrt{3}}{1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}} \text{ dikalikan } \frac{3}{3} \text{ menjadi} \\ \tan 15^\circ &= \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} \cdot \frac{3 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \\ \tan 15^\circ &= \frac{9 - 6\sqrt{3} + 3}{9 - 3} \\ \tan 15^\circ &= \frac{12 - 6\sqrt{3}}{6} \\ \tan 15^\circ &= 2 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

Sehingga tinggi bangunan adalah =  $20 \cdot (2 - \sqrt{3})$

=  $40 - 20\sqrt{3}$  meter



### KESIMPULAN

Sebut dan jelaskan kesimpulan tentang rumus jumlah dan selisih dua sudut pada trigonometri?

## TANTANGAN

Gunakan konsep yang kalian temukan di atas untuk menganalisis permasalahan sehari-hari yang bisa diselesaikan menggunakan konsep tersebut !

## CONTOH PERMASALAHAN YANG LAIN

1.  $\sin 50^\circ \cos 40^\circ + \cos 50^\circ \sin 40^\circ = ?$
2. Bila  $\cos (x - 30^\circ) = \sin x^\circ$ , tentukan nilai  $\tan x$  !
3. Diketahui  $\sin x = \frac{3}{5}$  dan  $\sin y = \frac{5}{13}$  (  $x$  dan  $y$  sudut lancip ). Hitunglah nilai  $\sin ( x + y )$  !
4. Tanpa tabel / kalkulator hitunglah  $\cos 15^\circ$  !

### **Jawab :**

1.  $\sin 50^\circ \cos 40^\circ + \cos 50^\circ \sin 40^\circ = \sin (50+40)^\circ = \sin 90^\circ = 1$

2.  $\cos (x - 30^\circ) = \sin x^\circ$

$$\Leftrightarrow \cos x^\circ \cos 30^\circ + \sin x^\circ \sin 30^\circ = \sin x^\circ$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot \cos x^\circ + \frac{1}{2} \sin x^\circ = \sin x$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{3} \cos x^\circ = \frac{1}{2} \sin x$$

$$\tan x = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} \text{ . Jadi } \tan x = \sqrt{3}$$

3. Diketahui  $\sin x = \frac{3}{5}$  dan  $\sin y = \frac{5}{13}$  (  $x$  dan  $y$  sudut lancip ).

$$\sin x = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos x = \frac{4}{5} \quad \text{untuk} \quad \sin y = \frac{5}{13} \Rightarrow \cos y = \frac{12}{13}$$

$$\sin ( x+y ) = \sin x \cos y + \cos x \sin y = \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{13} + \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{13} = \frac{56}{65}$$

$$\text{Jadi , } \sin ( x+y ) = \frac{56}{65}$$

4.  $\cos 15^\circ = \cos (60^\circ - 45^\circ) = \cos 60^\circ \cos 45^\circ + \sin 60^\circ \sin 45^\circ$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2} + \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2} = \frac{1}{4} (\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

### TPACK

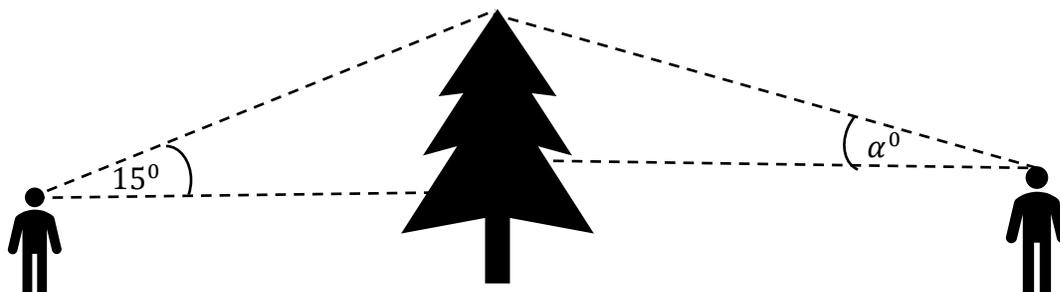
Untuk memperdalam materi anda dapat menscan QRcode disamping. Selain berisi materi, juga terdapat beberapa latihan yang menarik



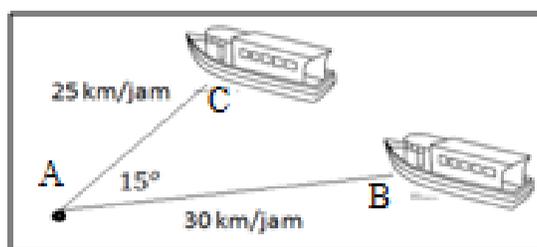
SCAN ME

## CONTOH SOAL HOTS

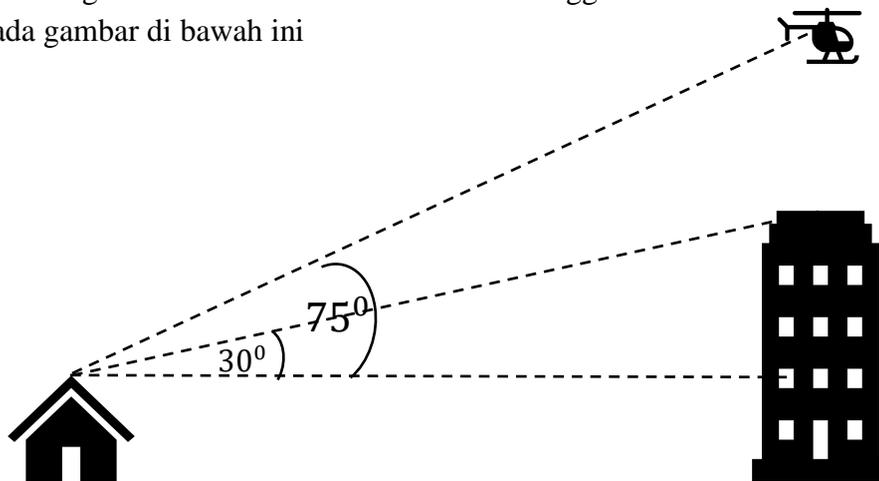
- Andi dan Budi sama-sama melihat sebuah pohon dari kejauhan. Andi melihat dari sisi kanan pohon sejauh 12 meter dan Budi melihat dari sisi kiri pohon sejauh 20 meter. Budi memiliki tinggi badan 20 cm lebih tinggi daripada Andi. Sudut elevasi Andi terhadap pohon adalah  $15^\circ$ . Berapakah sudut elevasi Budi terhadap pohon tersebut? Sebagai ilustrasi perhatikan gambar di bawah ini



- Dua buah kapal berlayar dari titik A membentuk sudut  $15^\circ$ . Kapal B berlayar dengan kecepatan  $30 \text{ km/jam}$  dan kapal C berlayar dengan kecepatan  $25 \text{ km/jam}$ . Tentukan jarak kedua kapal tersebut setelah berjalan selama 2 jam ! ilustrasi dapat dilihat pada gambar di bawah ini



- Seseorang mengamati sebuah gedung dengan ketinggian 14 meter dari atap sebuah rumah. Di atas gedung terdapat sebuah drone yang diterbangkan tepat di atas gedung. Jika tinggi atap rumah untuk mengamati adalah 5 meter dan sudut elevasi pengamat terhadap gedung adalah  $30^\circ$  dan sudut elevasi pengamat dengan drone adalah  $75^\circ$ . Tentukan ketinggian drone dari atas tanah. Ilustrasi dapat dilihat pada gambar di bawah ini



## LATIHAN SOAL TES FORMATIF

KERJAKAN SOAL DI BAWAH INI !

**Pilihlah salah satu jawaban yang tepat!**

1.  $\tan 15^\circ = \dots$

A.  $-2 - \sqrt{3}$

C.  $2 + \sqrt{3}$

E.  $4 - \sqrt{3}$

B.  $-2 + \sqrt{3}$

D.  $2 - \sqrt{3}$

2.  $\cos 75^\circ = \dots\dots$
- A.  $-\sqrt{6}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$                       C.  $\frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$                       E.  $\sqrt{6}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$
- B.  $-\frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$                       D.  $\frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$
3.  $\tan 105^\circ = \dots\dots$
- A.  $-2 - \sqrt{3}$                       C.  $2 + \sqrt{3}$                       E.  $4 - \sqrt{3}$
- B.  $-2 + \sqrt{3}$                       D.  $2 - \sqrt{3}$
4.  $\sin 75^\circ \cos 15^\circ + \cos 75^\circ \sin 15^\circ = \dots$
- A. 0                      C.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$                       E. 1
- B.  $\sqrt{6}$                       D.  $\frac{1}{2}\sqrt{6}$
5.  $\sin 4x \cos x - \cos 4x \sin x = \dots$
- A.  $\cos 3x$                       C.  $\sin 3x$                       E.  $\cos 5x$
- B.  $\sin 2x$                       D.  $\sin 5x$
6.  $\cos 105^\circ \cos 15^\circ - \sin 105^\circ \sin 15^\circ = \dots$
- A.  $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$                       C. 0                      E.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- B.  $-\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{1}{2}$
7.  $\cos 70^\circ \cos 20^\circ + \sin 70^\circ \sin 20^\circ = \dots$
- A. 1                      C.  $\sin 40^\circ$                       E.  $\cos 40^\circ$
- B. 0                      D.  $\sin 130^\circ$
8.  $\cos 3x \cos x + \sin 3x \sin x = \dots\dots$
- A.  $\cos 4x$                       C.  $\sin 4x$                       E.  $\sin 6x$
- B.  $\cos 2x$                       D.  $\sin 2x$
9.  $\frac{\cos 15^\circ \cos 10^\circ - \sin 15^\circ \sin 10^\circ}{\sin 35^\circ \cos 10^\circ - \cos 35^\circ \sin 10^\circ} = \dots\dots$
- A.  $\tan 115^\circ$                       C.  $\tan 35^\circ$                       E.  $\tan 25^\circ$
- B.  $\tan 5^\circ$                       D.  $\tan 65^\circ$
10.  $\cos (2x - 3y) = \dots$
- A.  $\sin 2x \cos 3y + \cos 2x \sin 3y$
- B.  $\sin 2x \cos 3y - \cos 2x \sin 3y$
- C.  $\cos 2x \cos 3y + \sin 2x \sin 3y$
- D.  $\cos 2x \cos 3y - \sin 2x \sin 3y$
- E.  $\cos^2 2x - \cos^2 3y$
11. Jika  $\sin A = \frac{3}{4}$ ,  $\cos B = \frac{5}{13}$ , dengan A dan B sudut lancip. Maka nilai  $\cos (A + B) = \dots$
- A.  $-\frac{16}{65}$                       C. 1                      E.  $\frac{15}{65}$
- B.  $-\frac{15}{65}$                       D.  $\frac{16}{65}$

12. Jika  $\sin A = \frac{1}{2}$  dan  $\cos B = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$ , dengan sudut A dan B di kuadran II, maka nilai  $\tan (B - A)$  adalah ....
- A.  $\sqrt{3} - 2$                       C.  $\sqrt{3} + 2$                       E.  $\sqrt{2} - \sqrt{3}$   
 B.  $\sqrt{2} - 3$                       D.  $\sqrt{2} + 3$
13. Diketahui  $\cos x = \frac{5}{13}$ ,  $\cos y = \frac{4}{5}$  ( x dan y sudut lancip). Nilai  $\cos ( x + y ) = \dots$
- A.  $\frac{-56}{65}$                       C.  $\frac{-16}{65}$                       E.  $\frac{63}{65}$   
 B.  $\frac{-33}{65}$                       D.  $\frac{33}{65}$
14. Diketahui  $\tan A = \frac{12}{5}$  dan  $\sin B = \frac{4}{5}$ ; A dan B sudut lancip. Nilai  $\cos (A - B) = \dots$
- A.  $\frac{35}{396}$                       C.  $\frac{37}{99}$                       E.  $\frac{63}{65}$   
 B.  $\frac{35}{99}$                       D.  $\frac{56}{65}$
15. Diketahui  $\tan x = \frac{1}{2}$  dan  $\tan y = \frac{1}{3}$ . Nilai  $\tan (x - y) = \dots$
- A. -1                      C.  $\frac{1}{7}$                       E. 1  
 B.  $-\frac{1}{7}$                       D.  $\frac{5}{7}$

Cocokkanlah jawabanmu dengan kunci jawaban yang terdapat di bagian akhir modul ini. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaanmu terhadap materi pada subbab ini.

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban yang benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

- Arti tingkat penguasaan :
- 90-100% : Baik sekali
  - 80-89% : Baik
  - 70-79% : Cukup
  - < 70 % : Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, kamu dapat meneruskan dengan materi pada subbab selanjutnya. Jika masih di bawah 80%, kamu harus mengulangi materi pada materi sebelumnya, terutama bagian yang belum dikuasai.

## Pertemuan 2

### RUMUS SUDUT GANDA/SUDUT RANGKAP PADA TRIGONOMETRI

#### PENDAHULUAN

Dalam subbab ini, pembahasan akan dikembangkan lagi dalam penentuan rumus sinus, kosinus, dan tangen untuk sudut ganda. Pengertian ganda/rangkap disini adalah *penjumlahan dua sudut yang sama besar*. Pengembangan rumus ini didasari oleh rumus  $\sin(\alpha + \beta)$ ,  $\cos(\alpha + \beta)$ , dan  $\tan(\alpha + \beta)$ . Masih ingatkah kalian dengan rumus-rumus tersebut? Sekarang akan dicari nilai sudut yang sama

### MENENTUKAN RUMUS SUDUT GANDA/SUDUT RANGKAP TRIGONOMETRI

#### KONSEP SUDUT GANDA PADA TRIGONOMETRI

Setelah mengerjakan Lembar Kegiatan Peserta Didik (LKPD) tentang bagaimana membuktikan konsep rumus sudut ganda pada trigonometri melalui rumus jumlah dan selisih dua sudut pada sinus, cosinus, dan tangen. Dari identitas rumus trigonometri tersebut dihafalkan polanya dan dipahami penggunaan dan aplikasinya pada masalah kontekstual. Berikut rumus identitas trigonometri yang diperoleh dari LKPD pada pembelajaran pertemuan kedua sebagai berikut :

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

$$\sin \frac{1}{2} a = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}}$$

$$\cos \frac{1}{2} a = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos a}{2}}$$

$$\tan \frac{1}{2} a = \frac{1 - \cos a}{\sin a} = \frac{\sin a}{1 + \cos a}$$

TPACK

Untuk memperdalam materi sudut rangkap anda dapat menscan QRcode disamping yang berisi video materi





## PERMASALAHAN 1

Diketahui  $\sin a = \frac{3}{5}$  ( $a$  sudut tumpul), tentukan nilai :

a.  $\sin 2a$

d.  $\sin \frac{1}{2} a$

b.  $\cos 2a$

e.  $\cos \frac{1}{2} a$

c.  $\tan 2a$

f.  $\tan \frac{1}{2} a$

ALTERNATIF PENYELESAIAN :

$\sin a = \frac{3}{5}$  maka  $\cos a = -\frac{4}{5}$  (karena sudut tumpul / di kuadran 2 maka nilainya negative)

a.  $\sin 2a = 2 \sin a \cos a = 2 \frac{3}{5} \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{24}{25}$

b.  $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = \frac{16}{25} - \frac{9}{25} = \frac{7}{25}$

c.  $\tan 2a = \frac{\sin 2a}{\cos 2a} = -\frac{24}{7}$

d.  $\sin \frac{1}{2} a = \sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{9}{10}} = \frac{3}{10} \sqrt{10}$

e.  $\cos \frac{1}{2} a = \sqrt{\frac{1 + \cos a}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \left(-\frac{4}{5}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{1}{10} \sqrt{10}$

f.  $\tan \frac{1}{2} a = \frac{\sin \frac{1}{2} a}{\cos \frac{1}{2} a} = 3$  atau  $\tan \frac{1}{2} a = \frac{1 - \cos a}{\sin a} = \frac{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)}{\frac{3}{5}} = 3$

Catatan :

Karena  $a$  di kuadran 2 maka  $90^\circ < a < 180^\circ$  maka  $\frac{1}{2} a$

di kuadran 1, yaitu :

$$\frac{90^\circ}{2} < \frac{a}{2} < \frac{180^\circ}{2}$$

$$45^\circ < \frac{a}{2} < 90^\circ$$

TPACK

Untuk memperdalam latihan soal sudut rangkap anda dapat menscan QRcode disamping



SCAN ME



## LATIHAN SOAL TES FORMATIF

KERJAKAN SOAL DI BAWAH INI !

**Pilihlah salah satu jawaban yang tepat!**

- Ditentukan  $\sin A = \frac{24}{25}$ . Nilai  $\cos 2A = \dots$ 
  - $-\frac{576}{625}$
  - $-\frac{527}{625}$
  - $\frac{350}{625}$
  - $\frac{527}{625}$
  - $\frac{576}{625}$
- Nilai  $1 - 2 \sin^2 36^\circ = \dots$ 
  - $2 \sin 90^\circ \cos 90^\circ$
  - $2 \cos^2 144^\circ - 1$
  - $\cos 72^\circ$
  - $1 - 2 \sin^2 44^\circ$
  - $\cos 36^\circ$
- Untuk A sudut lancip ditentukan  $\sin 2A = \frac{1}{4}$ . Nilai  $\cos A - \sin A = \dots$ 
  - $\frac{1}{4} \sqrt{3}$
  - $\frac{1}{4} \sqrt{5}$
  - $\frac{1}{2} \sqrt{3}$
  - $\frac{1}{2} \sqrt{5}$
  - $\frac{3}{4}$
- Yang tidak ekuivalen dengan  $\sin 8x$  adalah .....

  - $2 \sin 4x \cos 4x$
  - $8 \sin 2x \cos^3 2x - 4 \sin 2x \cos 2x$
  - $4 \sin 2x \cos 2x - 8 \sin^3 2x \cos 2x$
  - $2 \sin 2x \cos 2x \cos 4x$
  - $8 \sin^3 2x \cos 2x - 4 \sin 2x \cdot \cos 2x$

- Nilai dari  $\tan^2 15^\circ = \dots$ 
  - $2 - \sqrt{3}$
  - $4 - 2\sqrt{3}$
  - $7 - 4\sqrt{3}$
  - 7
  - 1
- Jika  $\cos \alpha = \frac{1}{5} \sqrt{5}$ , dengan  $\alpha$  di kuadran III, maka  $3 \tan 2\alpha = \dots$ 
  - $\frac{4}{3}$
  - $\frac{1}{3}$
  - 1
  - 3
  - 4
- Jika  $\beta = \frac{1}{2} \alpha$  dan  $\cos \beta = \frac{12}{13}$ , maka  $\cos \alpha = \dots$ 
  - $\frac{64}{169}$
  - $\frac{81}{169}$
  - $\frac{88}{169}$
  - $\frac{119}{169}$
  - $\frac{136}{169}$

8. Jika  $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ , dengan  $\theta$  sudut tumpul, maka  $\sin \frac{1}{2} \theta = \dots$

A.  $\frac{9}{10}$

C.  $\frac{1}{10}$

E.  $\frac{9}{10} \sqrt{10}$

B.  $\frac{3}{10}$

D.  $\frac{3}{10} \sqrt{10}$

9. Diketahui  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ , nilai  $\cos \frac{1}{2} \alpha = \dots\dots\dots$

A.  $3\sqrt{\frac{1}{13}}$

C.  $3\sqrt{\frac{1}{6}}$

E.  $\sqrt{\frac{18}{13}}$

B.  $3\sqrt{\frac{1}{26}}$

D.  $3\sqrt{\frac{1}{2}}$

10. Jika  $\sin x - \cos x = \frac{2}{3}$ , maka  $\sin x + \cos x = \dots$

A.  $\frac{2}{3} \sqrt{14}$

C.  $\frac{2}{3} \sqrt{3}$

E.  $\frac{1}{2} \sqrt{3}$

B.  $\frac{1}{3} \sqrt{14}$

D.  $\frac{1}{3} \sqrt{3}$

Cocokkanlah jawabanmu dengan kunci jawaban yang terdapat di bagian akhir modul ini. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaanmu terhadap materi pada subbab ini.

Tingkat Penguasaan =

$$\frac{\text{Jumlah jawaban yang benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan :

90-100% : Baik sekali

80-89% : Baik

70-79% : Cukup

< 70 % : Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, kamu dapat meneruskan dengan materi pada subbab selanjutnya. Jika masih di bawah 80%, kamu harus mengulangi materi pada materi sebelumnya, terutama bagian yang belum dikuasai.

# Pertemuan 3

## RUMUS SUDUT PERKALIAN PADA TRIGONOMETRI

### PENDAHULUAN

Dalam subbab ini, kita akan mentransformasikan rumus hasil kali menjadi rumus jumlah atau selisih sinus dan kosinus. Sebelumnya, kita telah membahas tentang rumus jumlah dan selisih dua sudut beserta bentuk-bentuk luasannya. Kali ini, kita akan mencoba untuk memperoleh hasil kali sinus atau kosinus sebagai rumus jumlah atau selisih dari dua rumus trigonometri (sinus atau kosinus). Untuk melakukannya, kita dapat menjumlahkan dan mengurangi rumus jumlah dan selisih dua sudut tersebut, lalu perhatikan apa yang terjadi

## MENENTUKAN RUMUS TRANSFORMASI HASIL KALI MENJADI JUMLAH ATAU SELISIH SINUS DAN COSINUS

### KONSEP SUDUT GANDA PADA TRIGONOMETRI

Setelah mengerjakan Lembar Kegiatan Peserta Didik (LKPD) tentang bagaimana membuktikan konsep rumus hasil kali trigonometri menjadi jumlah atau selisih sinus dan kosinus melalui rumus jumlah dan selisih dua sudut pada sinus, cosinus, dan tangen. Dari identitas rumus trigonometri tersebut dihafalkan polanya dan dipahami penggunaan dan aplikasinya pada masalah kontekstual. Berikut rumus identitas trigonometri yang diperoleh dari LKPD pada pembelajaran pertemuan kedua sebagai berikut :

$$2 \sin a \cos b = \sin (a + b) + \sin (a - b)$$

$$2 \cos a \sin b = \sin (a + b) - \sin (a - b)$$

$$2 \cos a \cos b = \cos (a + b) + \cos (a - b)$$

$$2 \sin a \sin b = \cos (a - b) - \cos (a + b)$$

TPACK

Untuk memperdalam materi, anda bisa menscan QRcode disamping yang berisi video penjelasan materinya





## PERMASALAHAN 1

Tanpa tabel atau kalkulator hitunglah nilai :

a.  $2 \sin 105^\circ \cos 75^\circ$

c.  $\cos 37,5^\circ \cos 7,5^\circ$

b.  $8 \cos 75^\circ \sin 15^\circ$

d.  $\frac{1}{2} \sin 82,5^\circ \sin 37,5^\circ$

ALTERNATIF PENYELESAIAN :

$$\begin{aligned}
 \text{a. } 2 \sin 105^\circ \cos 75^\circ &= \sin (105^\circ + 75^\circ) + \sin (105^\circ - 75^\circ) \\
 &= \sin 180^\circ + \sin 30^\circ \\
 &= 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b. } 8 \cos 75^\circ \sin 15^\circ &= 4 (2 \cos 75^\circ \sin 15^\circ) \\
 &= 4 (\sin (105^\circ + 75^\circ) - \sin (105^\circ - 75^\circ)) \\
 &= 4 (\sin 180^\circ - \sin 30^\circ) \\
 &= 4 (0 - \frac{1}{2}) = -2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c. } \cos 37,5^\circ \cos 7,5^\circ &= \frac{1}{2} (2 \cos 37,5^\circ \cos 7,5^\circ) \\
 &= \frac{1}{2} (\cos (37,5^\circ + 7,5^\circ) + \cos (37,5^\circ - 7,5^\circ)) \\
 &= \frac{1}{2} (\cos 45^\circ + \cos 30^\circ) \\
 &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \sqrt{2} + \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) \\
 &= \frac{1}{4} (\sqrt{2} + \sqrt{3})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d. } \frac{1}{2} \sin 82,5^\circ \sin 37,5^\circ &= \frac{1}{4} (2 \sin 82,5^\circ \sin 37,5^\circ) \\
 &= \frac{1}{4} (\cos (82,5^\circ - 37,5^\circ) - \cos (82,5^\circ + 37,5^\circ)) \\
 &= \frac{1}{4} (\cos 45^\circ - \cos 120^\circ) \\
 &= \frac{1}{4} \left( \frac{1}{2} - \left( -\frac{1}{2} \right) \right) \\
 &= \frac{1}{4} (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

TPACK

Untuk memperdalam latihan soal sudut rangkap anda dapat menscan QRcode disamping





## LATIHAN SOAL TES FORMATIF

KERJAKAN SOAL DI BAWAH INI !

**Pilihlah salah satu jawaban yang tepat!**

- $2 \cos 40^\circ \cos 20^\circ - 2 \sin 55^\circ \sin 35^\circ = \dots$ 
  - $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$
  - $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
  - 1
- $\sin 39^\circ \sin 21^\circ + \cos 54^\circ \cos 36^\circ = \dots$ 
  - $-\frac{1}{2}$
  - $-\frac{1}{4}$
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
  - 1
- $2 \sin 75^\circ \cos 15^\circ = \dots$ 
  - $-1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}$
  - $1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}$
  - $-1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}$
  - $1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}$
  - $1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}$
- $2 \cos 75^\circ \sin 15^\circ = \dots$ 
  - $-1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}$
  - $1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}$
  - $1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}$
  - $1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}$
  - $1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}$
- $\sin 45^\circ \cos 15^\circ = \dots$ 
  - $\frac{1}{4}(\sqrt{3}+1)$
  - $\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)$
  - $\sqrt{3}-1$
  - $\sqrt{3}+1$
  - $\sqrt{3}+2$
- $8 \sin 105^\circ \cos 15^\circ = \dots$ 
  - $(-2 + \sqrt{3})$
  - $(2 - \sqrt{3})$
  - $(2 + \sqrt{3})$
  - $2(2 + \sqrt{3})$
  - $2 + 2\sqrt{3}$
- $\cos 67,5^\circ \sin 22,5^\circ = \dots$ 
  - $\frac{1}{4}(1 - \sqrt{2})$
  - $\frac{1}{4}(2 - \sqrt{2})$
  - $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{2})$
  - $\frac{1}{4}(2 + \sqrt{2})$
  - $\frac{1}{2}(2 + \sqrt{2})$
- $\frac{1}{2} \cos 112,5^\circ \sin 67,5^\circ = \dots$ 
  - $-\frac{1}{4}\sqrt{2}$
  - $-\frac{1}{8}$
  - $-\frac{1}{8}$
  - $\frac{1}{4}$
  - $\frac{1}{4}$



Cocokkanlah jawabanmu dengan kunci jawaban yang terdapat di bagian akhir modul ini. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaanmu terhadap materi pada subbab ini.

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban yang benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan :  
90-100% : Baik sekali  
80-89% : Baik  
70-79% : Cukup  
< 70 % : Kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, kamu dapat meneruskan dengan materi pada subbab selanjutnya. Jika masih di bawah 80%, kamu harus mengulangi materi pada materi sebelumnya, terutama bagian yang belum dikuasai.

## REFLEKSI

Sampaikan hasil refleksimu kepada guru mata pelajaran melalui link :  
<http://bit.ly/refleksimodul>

## DAFTAR PUSTAKA

1. Budhi, Wono Setya&Untung Widodo.2020. Matematika untuk SMA/MA Kelas XI. Jakarta : Erlangga
2. Sukino.2018. Matematika untuk SMA/MA kelas XI Kelompok Peminatan. Jakarta : Erlangga
3. Chakrabarti,J.2019. Matematika untuk SMA/MA kelas XI Peminatan Matematika dan Ilmu Alam. Jakarta : Quadra
4. Yuana, Rosihan Ari&Indriyastuti. 2020. Perspektif MATEMATIKA untuk Kelas XI SMA dan MA Kelompok Peminatan Matematika dan Ilmu Alam. Surakarta : Tiga Serangkai
5. Noormandiri, B.K. 2020. Matematika Kelompok Peminatan Matematika dan Ilmu Alam. Jakarta : Erlangga
6. <https://www.catatanmatematika.com>
7. <http://bit.ly/Tkiblat>
8. <http://bit.ly/Mpisa>
9. <http://bit.ly/Pgunung>
10. <https://setiyaantara.files.wordpress.com/2011/06/modul-matematika-trigonometri.doc>