

MODUL MATEMATIKA

UNTUK SMK/MAK

KELAS XI SEMESTER GASAL



PERSAMAAN KUADRAT

OLEH :

KHOIRUN NISA'

Modul Matematika

Persamaan Kuadrat

Untuk Siswa Kelas XI SMK/MAK

Penulis : Khoirun Nisa'

Pembimbing : Febi Sanjaya, M.Sc

Pendidikan Matematika

Pendidikan Profesi Guru (PPG) Dalam Jabatan 2020

Universitas Sanata Dharma Yogyakarta

2020

Kata Pengantar

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Tuhan Yang Maha Esa karena dapat terselesaikannya modul matematika berbasis WEB untuk SMK/MAK. Modul ini bertujuan untuk membantu siswa SMK/MAK dalam memahami penggunaan dan pengembangan konsep – konsep baru agar lebih terarah. Kami berharap bahwa modul ini juga dapat menambah referensi bagi siswa SMK/MAK dalam pembelajaran Matematika.

Dalam modul ini memuat tentang uraian materi-materi yang berkaitan dengan “Persamaan Kuadrat”. Selain itu untuk memudahkan pemahaman juga terdapat rangkuman. Penulis juga menyisipkan video-video pembelajaran terkait dengan materi persamaan kuadrat. Penulis berusaha menyusun modul Matematika ini sesuai dengan kebutuhan siswa dan guru sehingga dapat terjadi kegiatan belajar mengajar yang lebih komunikatif dan optimal.

Akhirnya, penulis mengucapkan terimakasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan modul ini, semoga dapat memberikan andil dalam kemajuan siswa untuk mempelajari Matematika. Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penyusunan modul ini. Untuk itu, kritik dan saran bagi kesempurnaan modul ini sangat penulis harapkan. Semoga modul insert video ini dapat memberikan manfaat bagi pembentukan ketrampilan generik dan hasil belajar siswa dalam penerapan matematika di kehidupan sehari – hari.

Pekalongan, September 2020

DAFTAR ISI

Halaman Sampul.....	i
Kata Pengantar.....	ii
Daftar Isi.....	iii
Pendahuluan.....	iv
Persamaan Kuadrat	
Peta Konsep	1
Apersepsi	2
A. Bentuk Umum Persamaan Kuadrat	4
B. Penyelesaian Kuadrat	5
1. Faktorisasi.....	5
2. Melengkapkan Kuadrat Sempurna	8
3. Rumus Kuadratik	8
C. Jenis-jenis Persamaan Kuadrat	12
D. Menyusun Persamaan Kuadrat	14
Rangkuman	16
Soal Evaluasi	17
Kunci Jawaban	19
Daftar Pustaka	20

PENDAHULUAN

Kompetensi Inti

- KI 3** :Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
- KI 4** :Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan

Kompetensi Dasar

3.19 Menentukan nilai variabel pada persamaan dan fungsi kuadrat

4.19 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat

Indikator Pencapaian

- Membandingkan penyelesaian persamaan kuadrat dengan cara faktorisasi, rumus kuadrat, dan melengkapi kuadrat sempurna
- Memilih cara yang paling sederhana dari penyelesaian persamaan kuadrat
- Menentukan jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat
- Mengidentifikasi karakteristik dari penyelesaian persamaan kuadrat dengan melihat nilai diskriminan
- Menyebutkan jenis-jenis akar persamaan kuadrat
- Menyusun persamaan kuadrat yang diketahui akar-akarnya
- Menyusun persamaan kuadrat baru berdasarkan akar-akar persamaan kuadrat lain
- Menyajikan penyelesaian persamaan kuadrat dengan cara yang paling sederhana
- Menuliskan karakteristik dari penyelesaian persamaan kuadrat dengan melihat nilai diskriminan
- Menyajikan hasil dari penyusunan persamaan kuadrat yang diketahui akar-akarnya
- Menyajikan hasil dari penyusunan persamaan kuadrat baru berdasarkan akar-akar persamaan kuadrat lain

TUJUAN AKHIR

Setelah mempelajari modul materi persamaan kuadrat, diharapkan siswa dapat:

1. Membandingkan penyelesaian persamaan kuadrat dengan cara faktorisasi, rumus abc, dan melengkapi kuadrat sempurna dengan baik
2. Memilih 3 cara yang paling sederhana dari penyelesaian persamaan kuadrat dengan tepat
3. Menentukan jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat dengan cepat dan tepat
4. Menuliskan konsep persamaan kuadrat dengan benar
5. Menyajikan penyelesaian persamaan kuadrat dengan cara yang paling sederhana dengan benar
6. Mengidentifikasi karakteristik dari penyelesaian persamaan kuadrat dengan melihat nilai diskriminan dengan tepat
7. Menyebutkan jenis-jenis akar persamaan kuadrat dengan benar
8. Menuliskan karakteristik dari penyelesaian persamaan kuadrat dengan melihat nilai diskriminan dengan benar.

9. Menyusun persamaan kuadrat yang diketahui akar-akarnya dengan benar
10. Menyusun persamaan kuadrat baru berdasarkan akar-akar persamaan kuadrat lain dengan benar
11. Menyajikan hasil dari penyusunan persamaan kuadrat yang diketahui akar-akarnya dengan baik
12. Menyajikan hasil dari penyusunan persamaan kuadrat baru berdasarkan akar-akar persamaan kuadrat lain dengan baik

MATERI PEMBELAJARAN

1. Bentuk Umum Persamaan Kuadrat
2. Penyelesaian Persamaan Kuadrat
3. Jenis-jenis Persamaan Kuadrat
4. Menyusun Persamaan Kuadrat

KEGIATAN DALAM MODUL

1. Mengamati masalah kontekstual yang berkaitan dengan persamaan kuadrat
2. Mencari banyaknya cara dalam penyelesaian persamaan kuadrat
3. Membandingkan dan memilih cara yang sederhana dalam penyelesaian persamaan kuadrat
4. Mengidentifikasi karakteristik persamaan kuadrat
5. Menyusun persamaan kuadrat

DESKRIPSI

Modul matematika ini merupakan modul yang dirancang untuk memfasilitasi siswa dalam belajar secara daring dan mandiri khususnya pada materi persamaan kuadrat. Dalam modul matematika ini siswa diharapkan bisa memahami materi konsep persamaan kuadrat, cara mencari penyelesaian persamaan kuadrat, mengidentifikasi jenis persamaan kuadrat dan menyusun persamaan kuadrat. selain itu di dalam modul ini juga dilengkapi dengan link yang bisa diakses oleh siswa untuk memperoleh keterangan lebih lanjut dalam mempelajari persamaan kuadrat ini.

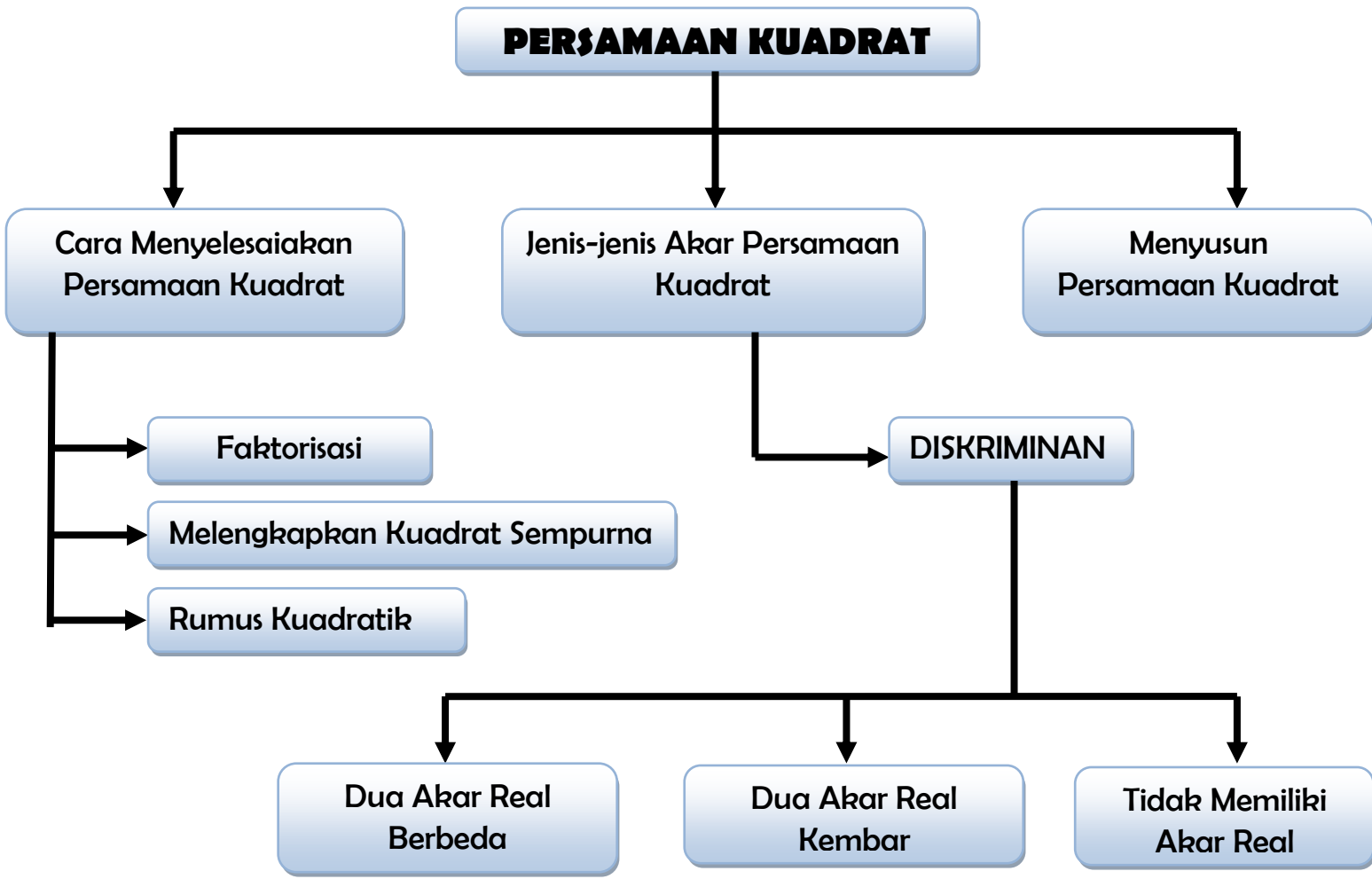
PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

Untuk mendapatkan hasil yang optimal dalam menggunakan modul, perhatikan petunjuk-petunjuk di bawah ini:

1. Sebelum belajar dan menggunakan modul, berdoalah kepada Tuhan Yang Maha Esa semoga diberi kemudahan dalam mempelajari dan memahami materi dan dapat mengamalkan ilmu dalam kehidupan-sehari-hari.
2. Pelajari materi dalam modul ini secara runtut, karena setiap materi yang dipelajari akan berkaitan dengan materi selanjutnya.
3. Ikuti setiap petunjuk yang tertera pada kegiatan dalam modul dengan baik.
4. Pahami contoh-contoh penerapan segiempat dan segitiga dan contoh-contoh soal yang terdapat dalam modul.
5. Kerjakan latihan soal yang terdapat dalam modul dan berilah waktu dalam menyelesaikan soal latihan tersebut.
6. Jika mengalami kesulitan dan mengerjakan latihan soal, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
7. Kerjakan soal evaluasi dengan cermat secara mandiri dan catatlah waktu pengerjaan soal.
8. Koreksilah jawaban soal evaluasi dan lakukan penilaian secara mandiri untuk mengukur pemahaman materi.
9. Catatlah kesulitan-kesulitan yang belum dapat dipecahkan, kemudian tanyakan kepada guru saat kegiatan pembelajaran atau diskusikan bersama teman sebaya



PETA KONSEP



Kata Kunci
Variabel, Koefisien, Konstanta, Persamaan, Faktor



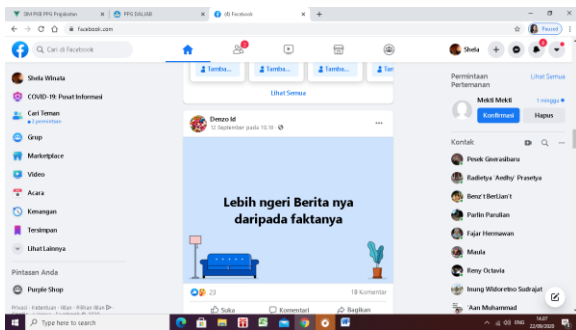
Cek Kemampuan

Kerjakan soal dibawah ini terlebih dulu!

1. Dari persamaan dibawah ini mana yang termasuk persamaan kuadrat!
 - a. $x^2 + 2x + 1 = 0$
 - b. $x^2 - 2y = 0$
 - c. $x^2 + 16 = 0$
2. Tentukanlah nilai x yang memenuhi persamaan berikut!
 - a. $x^2 - 5x + 6 = 0$
 - b. $2x^2 + 7x + 3 = 0$
 - c. $x^2 - 25 = 0$

URAIAN MATERI

Banyak sekali kasus dalam kehidupan sehari-hari yang ada kaitannya dengan persamaan kuadrat. diantaranya seperti kasus dibawah ini



Faro dan Salsa mempunyai pesan facebook yang belum dibaca, masing-masing banyaknya pesan dimisalkan dengan x dan y. Hasil kali dua bilangan tersebut adalah 12 dan jika dijumlahkan hasilnya 7. Coba tentukan kedua bilangan tersebut!

Alternatif penyelesaiannya

Diketahui: $x \cdot y = 12$ dan $x + y = 7 \leftrightarrow x = 7 - y$

Substitusikan persamaan $x = 7 - y$ ke dalam persamaan $x \cdot y = 12$, sehingga menjadi

$$\begin{aligned} \leftrightarrow (7 - y) y &= 12 \\ \leftrightarrow 7y - y^2 &= 12 \\ \leftrightarrow 7y - y^2 - 12 &= 0 \\ \leftrightarrow y^2 - 7y + 12 &= 0 \end{aligned}$$

Bagaimana caranya mencari nilai y??? coba sekarang kita menggunakan cara coba-coba dengan nilai $y = 1, y = 2, y = 3, y = 4$ disubstitusikan ke persamaan $y^2 - 7y + 12 = 0$

$y = 1 \rightarrow 1^2 - 7 \cdot 1 + 12 = 1 - 7 + 12 = 6 \neq 0$ (Tidak memenuhi persamaan)

$y = 2 \rightarrow 2^2 - 7 \cdot 2 + 12 = 4 - 14 + 12 = 2 \neq 0$ (Tidak memenuhi persamaan)

$y = 3 \rightarrow 3^2 - 7 \cdot 3 + 12 = 9 - 21 + 12 = 0$ (Memenuhi Persamaan)

$$y = 4 \rightarrow 4^2 - 7 \cdot 4 + 12 = 16 - 28 + 12 = 0 \text{ (Memenuhi Persamaan)}$$

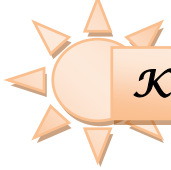
Jadi nilai y yang memenuhi adalah 3 dan 4,

selanjutnya menentukan nilai x dengan cara mensubstitusikan nilai y ke $x = 7 - y$ diperoleh

Jika $y = 3$ maka $x = 4$ atau sebaliknya jika $y = 4$ maka $x = 3$

Jadi banyaknya pesan facebook Faro dan Salsa yang belum dibaca adalah 3 dan 4.

Nilai x dicari dengan menggunakan langkah-langkah penyelesaian persamaan kuadrat yang akan dibahas dalam materi selanjutnya.



PERSAMAAN KUADRAT

A. Bentuk Umum Persamaan Kuadrat

Secara umum persamaan kuadrat satu variable adalah persamaan yang memuat satu variabel yang dikuadratkan atau derajat tertingginya dua. Bentuk umum persamaan kuadrat yaitu $ax^2 + bx + c = 0$ dengan a, b, c merupakan anggota bilangan real dan nilai $a \neq 0$. Bilangan a dan b disebut sebagai koefisien sedangkan c sebagai konstanta. Lalu bagaimanakah cara menentukan akar-akar persamaan kuadrat? ada berapa cara dalam mencarinya? Bagaimana karakteristik dari penyelesaian persamaan kuadrat? Bagaimana langkah menyusun persamaan kuadrat?

Contoh bentuk persamaan kuadrat

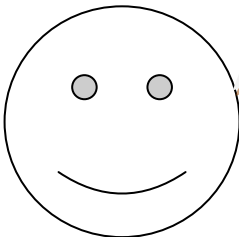
- a. $x^2 + 5x + 6 = 0$
- b. $2x^2 + 9x = -5$
- c. $x^2 - 25 = 0$
- d. $4x^2 = 0$

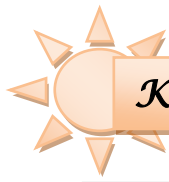
Bukan bentuk persamaan kuadrat

- a. $x - 2 = 0$
- b. $2x + 3y = 0$
- c. $3x - 5y = 12$
- d. $2x - 4y = 0$

Ciri-ciri persamaan kuadrat:

- ♣ Sebuah persamaan dengan pangkat tertinggi peubahnya adalah 2 dan pangkat terendahnya adalah 0
- ♣ Koefisien variabelnya adalah bilangan real
- ♣ Koefisien variabel berpangkat 2, tidak boleh bernilai nol
- ♣ Koefisien variabel berpangkat 1 atau 0





B. Penyelesaian Persamaan Kuadrat

Sebuah persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dapat diselesaikan dengan cara menentukan nilai pengganti x yang memenuhi persamaan itu. Nilai pengganti tersebut mengubah kalimat terbuka (dalam hal ini persamaan kuadrat) menjadi sebuah pernyataan yang bernilai benar. Nilai pengganti x yang memenuhi persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ disebut **penyelesaian** atau **akar dari persamaan kuadrat** yang bersangkutan.

Kita masih ingat bahwa untuk menyelesaikan persamaan kuadrat, ada beberapa cara, diantaranya adalah dengan :

1. Faktorisasi

Untuk menyelesaikan persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan, kita memakai sifat yang berlaku pada sistem bilangan real. Sifat itu dapat dinyatakan sebagai berikut .

jika $a, b \in R$ dan berlaku $a \cdot b = 0$, maka $a = 0$ atau $b = 0$.

Pemfaktoran adalah salah satu cara menentukan akar-akar dari persamaan kuadrat. Perhatikan persamaan-persamaan kuadrat berikut.

- 1) $(x - 1)(x + 3) = x^2 + 2x - 3$
- 2) $(3x - 2)(x + 1) = 3x^2 + x - 2$
- 3) $x(x - 3) = x^2 - 3x$

Bagaimana cara merubah persamaan dari ruas kanan ke ruas kiri?
Ayo kita perhatikan catatan dibawah ini!



Catatan

Hal penting dalam menggunakan cara ini adalah memfaktorkan persamaan kuadrat $x^2 + bx + c$ menjadi $(x + p)(x + q)$ atau bisa dituliskan

$$x^2 + bx + c = (x + p)(x + q)$$

$$x^2 + bx + c = x^2 + (p + q)x + (p \times q)$$

Jadi, dalam memfaktorkan persamaan kuadrat perlu dicari bilangan p dan q sehingga $b = p + q$ dan $c = p \times q$.

Contoh.

1. Carilah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 3x - 28 = 0$ dengan faktorisasi

Penyelesaian

- ❖ Bentuk persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dapat diubah menjadi bentuk $(x + m)(x + n) = 0$, sehingga $x^2 - 3x - 28 = 0$ dengan $a = 1, b = -3, c = -28$
- ❖

- ❖ Untuk mengisi titik-titik tersebut, tentukan dua bilangan yang merupakan factor dari -28 dan apabila kedua bilangan tersebut dijumlahkan hasilnya sama dengan -3
- ❖ Faktor dari -28 adalah 7 dan 4, oleh karena $c = -28$, Salah satu dari dua bilangan yang dicari pastilah bernilai negatif. Dengan demikian dua bilangan yang memenuhi syarat jika kedua bilangan dijumlahkan bernilai -3 adalah -7 dan 4, karena $(-7) \times 4 = -28$ dan $(7) + 4 = -3$
- ❖ Jadi $x^2 - 3x - 28 = ((x + (-7))(x + 4)) = (x - 7)(x + 4)$, dimana $(x - 7)$ dan $(x + 4)$ merupakan factor dari $x^2 - 3x - 28 = 0$
- ❖ $x - 7 = 0 \rightarrow x = 7$ atau $x + 4 = 0 \rightarrow x = -4$
- ❖ Sehingga diperoleh akar dari $x^2 - 3x - 28 = 0$ adalah 7 atau -4

2. Faktorkan bentuk persamaan kuadrat $3x^2 + 2x = 8$ dan tentukan pula akar-akarnya!

Penyelesaian

Ubah terlebih dulu bentuk persamaan menjadi bentuk standar $ax^2+bx+c=0$, maka

$$3x^2+2x = 8$$

$$3x^2+2x-8 = 8-8 \quad (\text{tambahkan kedua ruas dengan } (-8), \text{ agar tidak merubah nilai})$$

$$3x^2+2x-8 = 0$$

Kemudian operasikan seperti berikut ini

$$3x^2+2x-8 = 3x^2+6x-4x-8 \quad (\text{uraikan 2 menjadi penjumlahan dua suku dan jika dikalikan hasilnya sama dengan } 3 \times (-8) = -24)$$

$$= (3x^2+6x) - (4x-8)$$

$$= 3x(x+2) - 4(x+2) \quad (\text{faktorkan menggunakan sifat distributif})$$

$$= (3x-4)(x+2) \quad (\text{ini adalah bentuk standarnya})$$

$$\text{Maka, } 3x^2+2x-8 = (3x-4)(x+2)$$

Untuk menentukan akar-akarnya lihat kembali ke halaman 6 pada bagian bentuk lain dari $ax^2+bx+c=0$, bahwa $3x^2+2x-8=0$ dapat diubah menjadi bentuk $(3x-4)(x+2)=0$. Sehingga diperoleh akar-akarnya dengan menggunakan sifat perkalian bilangan real pada halaman 9 adalah sebagai berikut

$$3x - 4 = 0 \quad \text{atau } x + 2 = 0$$

$$3x = 4 \quad x = -2$$

$$x = \frac{4}{3}$$

jadi faktor dari $3x^2 + 2x = 8$ adalah $(3x - 4)$ dan $(x+2)$, akar-akarnya $\frac{4}{3}$

atau -2

Kegiatan Belajar 1

Jumlahan dan Hasil Kali Akar-akar dari Persamaan Kuadrat

Pada langkah penyelesaian persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ (bisa ditulis $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$) menggunakan pemfaktoran harus ditentukan p dan q sedemikian hingga memenuhi

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = (x + p)(x + q)$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = x^2 + (p + q)x + (p \times q)$$

Dengan cara ini didapatkan penyelesaiannya adalah $x_1 = -p$ dan $x_2 = -q$ sehingga $x_1 + x_2 = -p - q = -(p + q) = \dots$ dan $x_1x_2 = (-p)(-q) = pq = \dots$. Dari uraian ini didapat rumus untuk menentukan jumlah dan hasil kali persamaan kuadrat.



Ayo Berlatih

Persamaan kuadrat : $x^2 + 4x - 12 = 0$

Diperoleh $b = 4$ dan $c = -12$. Kita cari bilangan p dan q sehingga $b = p + q$ dan $c = p \times q$.

p	q	$p \times q$	$p + q$
1	-12	-12	-11
2	-6	-12	-4
3	-4	-12	...
4	...	-12	...
6	...	-12	...
12	...	-12	...
-1	...	-12	...
-2	...	-12	...
-3	...	-12	...
-4	...	-12	...
-6	...	-12	...
-12	...	-12	...

Dilihat dari tabel diatas pada baris ke-5 diperoleh $p = \dots$ dan $q = \dots$ atau pada baris ke-8 diperoleh $p = \dots$ dan $q = \dots$. Sehingga diperoleh pemfaktornya

$$x^2 + 4x - 12 = (x + 6)(x - 2)$$

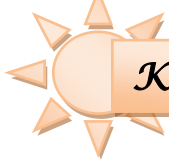
Dengan demikian akar-akarnya adalah $x = \dots$ dan $x = \dots$



Asah Otak

Bagaimana jika persamaan kuadratnya adalah $x^2 + 2x - 1 = 0$? Apakah bisa diselesaikan dengan cara pemfaktoran? Mengapa?

Bagaimana jika persamaan kuadratnya adalah $2x^2 - 2x - 12 = 0$ apakah bisa diselesaikan dengan cara pemfaktoran? Jelaskan? (*Hint* : uraikan terlebih dahulu $2x^2 - 2x - 12$ menjadi $2(x^2 - x - 6)$). Tuliskan langkah-langkah menentukan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan menggunakan metode pemfaktoran).



2. Melengkapkan Kuadrat Sempurna

Sebelum kita menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat sempurna, kita harus mengenal kuadrat sempurna. Bentuk persamaan kuadrat sempurna adalah bentuk persamaan yang menghasilkan bilangan rasional. Adanya cara ini disebabkan karena tidak semua persamaan kuadrat bisa diselesaikan dengan cara faktorisasi, cara lain untuk menyelesaikan persamaan kuadrat adalah dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna. Sebelum itu mari amati sifat akar berikut.

Amatilah!

Akar persamaan kuadrat $(x - 4)^2 = 9$

Dengan menggunakan sifat akar diperoleh $x + 4 = \pm 3$. Sehingga, $x = \pm 3 - 4$ yang menunjukkan mempunyai dua akar, yaitu

$$x = 3 - 4 \text{ atau } x = - 3 - 4$$

$$x = - 1 \text{ atau } x = - 7$$

Jadi dapat disimpulkan bahwa jika $(x - a)^2 = b$ maka akar dari persamaan tersebut adalah $x = a - \sqrt{b}$ atau $x = - a - \sqrt{b}$



Catatan

Tahap inti dari metode ini adalah memfaktorkan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ menjadi bentuk kuadrat sempurna $(x + p)^2 + q$

(jika diuraikan menjadi $x^2 + 2px + p^2 + q = 0$).

Untuk bentuk kuadrat sempurna, koefisien dari x^2 adalah 1 maka persamaan kuadrat yang akan diselesaikan ($ax^2 + bx + c = 0$) harus dibagi ... supaya koefisien dari x^2 juga 1. Sehingga didapat persamaan kuadrat baru yang ingin diselesaikan adalah $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$. Langkah berikutnya adalah mencari nilai p dan q sedemikian hingga memenuhi

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = (x + p)^2 + q$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = x^2 + 2px + p^2 + q$$

Jadi untuk membentuk kuadrat sempurna harus dicari bilangan p dan q sedemikian hingga $\frac{b}{a} = 2p$ dan $\frac{c}{a} = \dots + \dots$ atau lebih sederhana didapatkan

$$p = \frac{b}{2a} \text{ dan } q = \frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

3. Rumus Kuadrat

Cara paling umum untuk menyelesaikan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ adalah dengan menggunakan rumus kuadrat atau sering disebut rumus abc. Rumus kuadrat dapat diperoleh dengan proses melengkapkan kuadrat sempurna pada persamaan

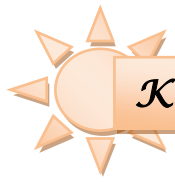
$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Berikut ini ditunjukkan cara mengubah persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan proses melengkapkan kuadrat sempurna, sehingga diperoleh penyelesaian persamaan kuadrat tersebut

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ \Leftrightarrow a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c &= 0 \\ \Leftrightarrow a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) + \left(-\frac{b^2}{4a}\right) + c &= 0 \\ \Leftrightarrow a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c &= 0 \\ \Leftrightarrow a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2}{4a} - c \\ \Leftrightarrow a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a} \\ \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \\ \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right) &= \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\ \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right) &= \pm \frac{1}{2a}\sqrt{b^2 - 4ac} \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{1}{2a}\sqrt{b^2 - 4ac} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ atau } x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned}$$

Berdasarkan uraian diatas, dapat disimpulkan bahwa Penyelesaian persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a \neq 0$ adalah

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ atau } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Contoh :

Dengan menggunakan rumus kuadrat, carilah penyelesaian tiap persamaan kuadrat berikut .

$$x^2 - 9x + 20 = 0$$

Jawab :

$x^2 - 9x + 20 = 0$, koefisien-koefisiennya adalah $a = 1$, $b = -9$, dan $c = 20$

$$x_{1,2} = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(1)(20)}}{2(1)}$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{(81 - 80)}}{2}$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$= \frac{9 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{9 + 1}{2} = 5 \text{ atau } x_2 = \frac{9 - 1}{2} = 4$$

Jadi, penyelesaiannya adalah $x_1 = 5$ atau $x_2 = 4$

Untuk menambah penjelasan mengenai cara penyelesaian dari persamaan kuadrat bisa dilihat pada link <https://youtu.be/9pvTMWzyUeM>



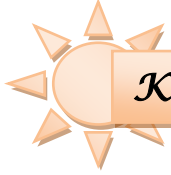
Akar-akar persamaan kuadrat dapat diselesaikan dengan:

- a. Pemfaktoran
- b. Melengkapi kuadrat sempurna
- c. Rumus kuadrat

Gunakan cara yang paling mudah menurut kalian untuk menyelesaikan persamaan kuadrat

LATIHAN SOAL

1. Jika bentuk umum dari persamaan $x^2 - 4 = 3(x - 2)$ adalah $ax^2 + bx + c = 0$ maka nilai a , b dan c adalah ...
2. Jika akar-akar persamaan $x^2 - 3x - 10 = 0$ adalah x_1 dan x_2 , maka hasil dari $x_1 + x_2$ adalah ...
3. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya -2 dan 3 adalah ...
4. Jika a dan b adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + x - 3 = 0$, maka nilai $2a^2 + b^2 + a$ adalah ...
5. Persamaan kuadrat $x^2 + 4px + 4 = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 . Jika $x_1x_2^2 + x_1^2x_2 = 32$. Maka nilai $p = \dots$



C. Jenis-jenis Akar Persamaan Kuadrat

Jika diperhatikan cara mencari penyelesaian persamaan kuadrat dengan menggunakan rumus, jenis akar-akar tersebut akan bergantung pada nilai $b^2 - 4ac$. Nilai dari $b^2 - 4ac$ disebut dengan Diskriminan, yaitu $D = b^2 - 4ac$.

Beberapa jenis akar persamaan kuadrat berdasarkan nilai Diskriminan (D).

1. Jika $D > 0$, maka persamaan kuadrat mempunyai dua akar real yang berbeda $x_1 \neq x_2$
2. Jika $D = 0$, maka persamaan kuadrat mempunyai dua akar real kembar $x_1 = x_2$
3. Jika $D < 0$, maka persamaan kuadrat mempunyai akar-akar yang tidak real

Contoh

Selidikilah Jenis-jenis akar persamaan kuadrat berikut tanpa mencari akarnya terlebih dahulu.

a. $x^2 + 10x + 25 = 0$

b. $x^2 + x + 3 = 0$

Penyelesaian

a. $x^2 + 10x + 25 = 0$

$a = 1$

$b = 10$

$c = 25$

$D = b^2 - 4ac$

$= 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25$

$= 100 - 100$

$= 0$

Jadi persamaan kuadrat $x^2 + 10x + 25 = 0$ mempunyai dua akar real kembar.

b. $x^2 + x + 3 = 0$

$a = \dots$

$b = \dots$

$c = \dots$

$D = b^2 - 4ac$

$= (\dots)^2 - 4 \dots \dots$

$= \dots - \dots$

$= \dots$

c. Jadi persamaan kuadrat $x^2 + x + 3 = 0$ mempunyai



Berpikir kritis

Bagaimana cara menentukan akar persamaan kuadrat $x^2 + 8x + 2k - 4 = 0$ jika diketahui pada persamaan kuadrat memiliki akar kembar

Untuk memperjelas bagaimana cara menentukan jenis-jenis akar persamaan kuadrat bisa dilihat pada link <https://youtu.be/Xh8su9Z2nQo>.

LATIHAN SOAL

1. Selidikilah jenis akar persamaan kuadrat berikut
 - a. $x^2 + 7x + 6 = 0$
 - b. $3x^2 - 2x = 8$
2. Tentukan nilai p agar persamaan $x^2 - 2px - p + 2 = 0$



D. Menyusun Persamaan Kuadrat

Jika akar-akar suatu persamaan kuadrat adalah p dan q , maka persamaan kuadrat tersebut dapat disusun dengan cara :

1. Mengalikan faktor

$$(x - p)(x - q) = 0$$

2. Menyusun jumlah dan hasil kali

$$x^2 - (p + q)x + pq = 0$$

Sebagai contoh, jika akar-akar suatu persamaan kuadrat adalah -1 dan 3 , maka persamaan kuadrat tersebut dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut.

Mengalikan faktor

$$(x - (-1))(x - 3) = 0$$

$$(x + 1)(x - 3) = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

Menyusun jumlah dan hasil kali

$$x^2 - (-1 + 3)x + (-1) 3 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

Menyusun Persamaan Kuadrat Baru

Jika akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ adalah α dan β , maka persamaan kuadrat baru yang jumlah dan hasil kali akar-akarnya dapat dinyatakan dalam $\alpha + \beta$ dan/atau $\alpha\beta$ dapat disusun dengan cara :

1. Tentukan jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat awal.
2. Tentukan jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat baru.
3. Susun jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat baru. Misalkan akar-akar persamaan kuadrat baru adalah p dan q , maka

$$x^2 - (p + q)x + pq = 0$$



ayo kita pahami bersama contoh di bawah ini.

Jika akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 2x - 3 = 0$ adalah α dan β , tentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $\alpha + 2$ dan $\beta + 2$

Jawab :

$$x^2 + 2x - 3 = 0, \text{ diperoleh nilai } a = 1, b = 2 \text{ dan } c = -3$$

Jumlah dan hasil kali akar-akar PK awal :

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{1} = -2$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-3}{1} = -3$$

Jumlah dan hasil akar-akar PK baru :

Misalkan $p = \alpha + 2$ dan $q = \beta + 2$

maka $p + q$ diperoleh

$$p + q = (\alpha + 2) + (\beta + 2)$$

$$p + q = \alpha + \beta + 2 + 2$$

$$p + q = \alpha + \beta + 4$$

$$p + q = -2 + 4 \quad \text{mengganti } \alpha + \beta \text{ dengan } -2 \text{ (karena } \alpha + \beta = -2 \text{ diperoleh dari langkah 1)}$$

$$p + q = 2$$

$$pq = (\alpha + 2)(\beta + 2)$$

$$pq = \alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 4 \quad \text{diperoleh dari } (a + b)(a + b) = a.a + a.b + b.a + b.b$$

$$pq = -3 + 2(-2) + 4 \quad \text{mengganti } \alpha + \beta \text{ dengan } -2 \text{ dan } \alpha\beta \text{ dengan } -3$$

$$pq = -3$$

Susun persamaan kuadrat baru :

$$x^2 - (p + q)x + pq = 0$$

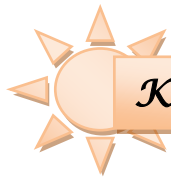
$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

Jadi persamaan kuadrat barunya adalah $x^2 - 2x - 3 = 0$

Untuk memperjelas bagaimana cara menyusun persamaan kuadrat bisa dilihat pada link <https://youtu.be/1YpMB5wFqsE>

AYO BERLATIH!

Tentukan langkah-langkah dalam menyusun persamaan kuadrat baru jika akar-akarnya 3 kali akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 5x + 2 = 0$ adalah



RANGKUMAN

1. Persamaan kuadrat adalah persamaan yang memuat satu variabel yang dikuadratkan atau derajat tertingginya dua.
2. Bentuk umum persamaan kuadrat adalah $ax^2 + bx + c = 0$ dengan a, b, c merupakan anggota bilangan real dan nilai $a \neq 0$
3. Menyelesaikan persamaan kuadrat artinya menentukan semua bilangan pengganti variabel pada persamaan kuadrat tersebut sehingga menjadi pernyataan yang benar. Cara penyelesaiannya dengan menggunakan
 - a. Faktorisasi
 - b. Melengkapkan kuadrat sempurna
 - c. Rumus kuadrat
4. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, maka
$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$
5. Beberapa jenis akar persamaan kuadrat berdasarkan nilai Diskriminan (D).
 - a. Jika $D > 0$, maka persamaan kuadrat mempunyai dua akar real yang berbeda $x_1 \neq x_2$
 - b. Jika $D = 0$, maka persamaan kuadrat mempunyai dua akar real kembar $x_1 = x_2$
 - c. Jika $D < 0$, maka persamaan kuadrat mempunyai akar-akar yang tidak real
Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat, persamaan kuadrat yang dimaksud adalah $(x - x_1)(x - x_2)$ atau $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$

SOAL EVALUASI

Kerjakan soal-soal dibawah ini dengan benar!

- Koefisien dari x dari persamaan kuadrat $2x^2 - 4x + 5 = 0$ adalah ...
 - 5
 - 4
 - 2
 - 2
 - 4
- Perhatikan persamaan dibawah ini!
 - $x^2 + 2x - 3 = 0$
 - $x + 4 = 2x - 1$
 - $2x^3 + x^2 - 2x + 4 = 0$
 - $x(x - 3) = 0$yang termasuk persamaan kuadrat adalah ...
 - (i) dan (ii)
 - (i) dan (iii)
 - (i) dan (iv)
 - (ii) dan (iv)
 - (i), (ii) dan (iv)
- Salah satu faktor dari $x^2 - 2x - 48 = 0$ adalah ...
 - $(x + 6)$
 - $(x + 7)$
 - $(x + 8)$
 - $(x - 6)$
 - $(x - 7)$
- Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 3x - 2 = 0$ adalah p dan q . persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $\frac{p}{q}$ dan $\frac{q}{p}$ adalah ..
 - $2x^2 + 13x + 2 = 0$
 - $2x^2 + 13x - 2 = 0$
 - $2x^2 - 13x + 2 = 0$
 - $x^2 + 13x - 6 = 0$
 - $x^2 - 13x + 2 = 0$
- Bentuk persamaan kuadrat yang mempunyai akar-akar -2 dan 5 adalah ...
 - $x^2 - 2x - 10 = 0$
 - $x^2 - 3x - 10 = 0$
 - $x^2 + 3x - 10 = 0$
 - $x^2 + 7x - 10 = 0$
 - $x^2 - 7x - 10 = 0$
- persamaan berikut ini yang akar-akarnya tidak real adalah ...
 - $x^2 + 5x + 7 = 0$
 - $4x^2 + 12x + 9 = 0$
 - $x^2 - x - 1 = 0$
 - $2x^2 + x - 3 = 0$
 - $2x^2 - 5x + 3 = 0$
- Jika p dan q adalah akar-akar dari persamaan $2x^2 - 3x - 1 = 0$, maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $(2p - 1)$ dan $(2q - 1)$ adalah ...
 - $x^2 - 5x - 4 = 0$
 - $x^2 - x - 4 = 0$
 - $x^2 - x + 4 = 0$

d. $x^2 + x + 4 = 0$

e. $x^2 + 5x - 4 = 0$

8. Dari persamaan $x^2 - x - 4 = 0$ mempunyai akar p dan q, maka nilai dari $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ adalah ...

a. -1 d. 1

b. $-\frac{1}{4}$ e. 6

c. $\frac{1}{4}$

9. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar dari persamaan $6x^2 + 5x - 6 = 0$, maka nilai dari $2x_1 \cdot 3x_2$ adalah ...

a. -12 d. 6

b. -6 e. 36

c. 12

10. Dari persamaan nomer 9 maka nilai dari $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2}$ adalah ...

a. $-\frac{5}{3}$ d. $\frac{3}{5}$

b. $-\frac{3}{5}$ e. $\frac{5}{3}$

c. 0

KUNCI JAWABAN

No	Jawaban
1	E
2	C
3	A
4	A
5	B
6	A
7	B
8	B
9	B
10	E

DAFTAR PUSTAKA

Fahim, Mufid, Subchan, Syaifudin, Winarni. 2016. Matematika Edisi Revisi 2018. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Kasmina, Toali. 2018. Matematika Untuk SMK/MAK Kelas XI Edisi Revisi 2017. Jakarta: Erlangga

Maker, Zero. 2016. *Menyusun Persamaan Kuadrat*. Diambil dari <https://smatika.blogspot.com/2016/09/menyusun-persamaan-kuadrat.html> (22 September 2020)