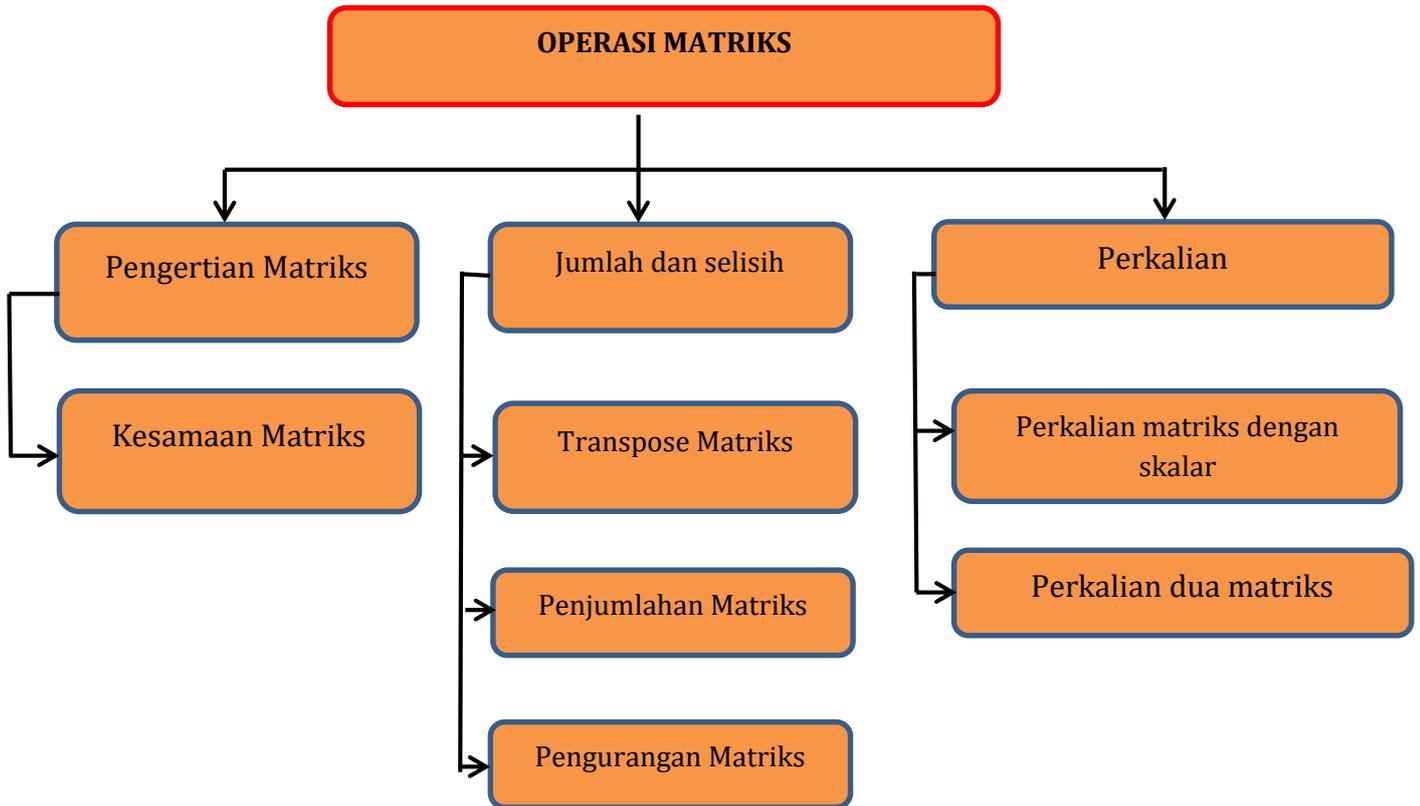




OPERASI PENJUMLAHAN MARIKS

**Matematika Kelas XI
Semester 1**

PETA KONSEP



Kompetensi Dasar Dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.3 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose	<p>3.3.2. Menjelaskan konsep penjumlahan pada matriks</p> <p>3.3.3. Mengoperasikan penjumlahan pada matriks</p>
4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya	4.3.2. Menyelesaikan masalah kontekstual berkaitan dengan operasi penjumlahan pada matriks..

Tujuan Pembelajaran

Melalui model pembelajaran *Discovery Learning* berbasis TPACK, 4C, literasi, dan PPK serta menggunakan metode diskusi dan tanya jawab, peserta didik dapat

1. Menjelaskan konsep penjumlahan pada matriks.
2. Mengoperasikan penjumlahan pada matriks.
3. Menyelesaikan masalah kontekstual berkaitan dengan operasi penjumlahan pada matriks.



PENDAHULUAN



Candi Borobudur adalah sebuah candi Buddha yang terletak di Borobudur, Magelang, Jawa Tengah, Indonesia. Candi ini terletak kurang lebih 100 km di sebelah barat daya Semarang, 86 km di sebelah barat Surakarta, dan 40 km di sebelah barat laut Yogyakarta. Candi berbentuk stupa ini didirikan oleh para penganut agama Buddha Mahayana sekitar tahun 800-an Masehi pada masa pemerintahan wangsa Syailendra. Borobudur adalah candi atau kuil Buddha terbesar di dunia, sekaligus salah satu monumen Buddha terbesar di dunia

Berikut disajikan tabel jumlah pengunjung Candi Borobudur di Triwulan awal tahun 2018 dan 2019

Tahun 2018

	Domestik	M mancanegara
Januari	321.893	11.732
Februari	235.303	14.088
Maret	291.425	15.292
April	237.315	14.555

Tahun 2019

	Domestik	M mancanegara
Januari	341.685	13.402
Februari	247.731	16.869
Maret	262.877	16.949
April	357.108	17.693

Sumber: <https://magelangkab.bps.go.id/dynamictable/2018/11/14/195/jumlah-pengunjung-candi-borobudur.html>

Dalam menentukan jumlah total pengunjung Candi Borobudur, selain dapat melalui cara manual, kita juga bisa menggunakan matriks yang akan kita pelajari pada kegiatan di bawah ini



INTI

Toko kue berkonsep waralaba ingin mengembangkan usaha di Pemalang dan Tegal. Manajer produksi ingin mendapatkan biaya produksi yang diperlukan. Biaya untuk masing masing kue seperti pada tabel berikut:

Tabel biaya toko di Pemalang (dalam rupiah)

	Brownies	Bika Ambon
Bahan kue	1.000.000	1.200.000
Juru masak/chef	2.000.000	3.000.000

Tabel biaya toko di Tegal (dalam rupiah)

	Brownies	Bika Ambon
Bahan kue	1.500.000	1.700.000
Juru masak/chef	3.000.000	3.500.000

Total biaya produksi yang dikeluarkan oleh cabang Pemalang dan Tegal dari masing-masing makanan berdasarkan kategori pengeluaran adalah sebagai berikut:

1. Total biaya produksi untuk bahan brownies adalah $1.000.000 + 1.500.000 = 2.500.000$
2. Total biaya produksi untuk bahan bika ambon adalah $1.200.000 + 1.700.000 = 2.900.000$
3. Total biaya produksi untuk gaji chef brownies adalah $2.000.000 + 3.000.000 = 5.000.000$
4. Total biaya produksi untuk gaji chef bika ambon adalah $3.000.000 + 3.500.000 = 6.500.000$

Keempat total biaya produksi tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk tabel berikut ini:

Tabel Total Biaya Produksi

	Brownies	Bika Ambon
Bahan kue	2.500.000	2.900.000
Juru masak/chef	5.000.000	6.500.000

Jika kita misalkan matriks biaya produksi cabang Pemalang sebagai matriks A , matriks biaya produksi cabang Tegal sebagai matriks B , dan matriks total biaya produksi kedua kota sebagai matriks C , maka biaya produksi kedua cabang dapat disajikan sebagai berikut

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 1.000.000 & 1.200.000 \\ 2.000.000 & 3.000.000 \end{pmatrix}, B_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 1.500.000 & 1.700.000 \\ 3.000.000 & 3.500.000 \end{pmatrix},$$

$$\text{dan } C_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 2.500.000 & 2.900.000 \\ 5.000.000 & 6.500.000 \end{pmatrix}$$

Coba kita hitung penjumlahan matriks A dan matriks dengan cara menjumlahkan setiap elemen yang seletak dari kedua matriks tersebut yang disajikan sebagai berikut

$$\begin{aligned} A + B &= \begin{pmatrix} 1.000.000 & 1.200.000 \\ 2.000.000 & 3.000.000 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1.500.000 & 1.700.000 \\ 3.000.000 & 3.500.000 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1.000.000 + 1.500.000 & 1.200.000 + 1.700.000 \\ 2.000.000 + 3.000.000 & 3.000.000 + 3.500.000 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2.500.000 & 2.900.000 \\ 5.000.000 & 6.500.000 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Dari dua kegiatan penjumlahan di atas ternyata diperoleh hasil yang sama antara hasil penjumlahan $A + B$ dengan matriks C . Dari kegiatan tersebut kita dapat menyimpulkan penjumlahan matriks sebagai berikut

DEFINISI

Jumlah matriks A dan B , ditulis matriks $A + B$ adalah suatu matriks yang diperoleh dengan menjumlahkan elemen-elemen yang seletak dari matriks A dan matriks B .

Apakah setiap matriks baik yang berordo sama maupun yang berordo berbeda dapat dijumlahkan? Coba kita ikuti kegiatan berikut ini.

Diberikan beberapa matriks berikut ini

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad B_{3 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Jika matriks A dengan matriks C dijumlahkan maka diperoleh

$$A + C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 + 0 & -1 + (-1) \\ 0 + 1 & 2 + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Matriks A memiliki ordo 2×2 sedangkan matriks C memiliki ordo 2×2 . Kedua matriks tersebut dapat dijumlahkan dan memiliki ordo yang sama.

Jika matriks A dengan matriks B dijumlahkan maka diperoleh

$$A + B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Tidak dapat dijumlahkan karena elemen b_{31} dan b_{32} tidak memiliki elemen yang seletak di matriks B.

Matriks A memiliki ordo 2×2 sedangkan matriks B memiliki ordo 2×3 . Kedua matriks tersebut tidak dapat dijumlahkan dan tidak memiliki ordo yang sama.

Setelah melakukan serangkaian kegiatan di atas, kita dapat menyimpulkan sebagai berikut

Syarat agar dua matriks dapat dijumlahkan adalah kedua matriks tersebut harus **memiliki ordo yang sama**

Contoh 1

Jika $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$, tentukan :

- a). $A + B$ b). $B + A$
 c). $B + C$ d). $A + (B + C)$
 e). $A+B$ f). $(A + B) + C$

Jawab :

$$\text{a. } A + B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{b. } B + A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{c. } B + C = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{d. } A + (B + C) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{e. } (A + B) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{f. } (A + B)+C = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$$

Contoh 2



Candi Borobudur adalah sebuah candi Buddha yang terletak di Borobudur, Magelang, Jawa Tengah, Indonesia. Candi ini terletak kurang lebih 100 km di sebelah barat daya Semarang, 86 km di sebelah barat Surakarta, dan 40 km di sebelah barat laut Yogyakarta. Candi berbentuk stupa ini didirikan oleh para penganut agama Buddha Mahayana sekitar tahun 800-an Masehi pada masa pemerintahan wangsa Syailendra. Borobudur adalah candi atau kuil Buddha terbesar di dunia, sekaligus salah satu monumen Buddha terbesar di dunia

Berikut disajikan tabel jumlah pengunjung Candi Borobudur di Triwulan awal tahun 2018 dan 2019

Tahun 2018

	Domestik	M mancanegara
Januari	321.893	11.732
Februari	235.303	14.088
Maret	291.425	15.292
April	237.315	14.555

Tahun 2019

	Domestik	M mancanegara
Januari	341.685	13.402
Februari	247.731	16.869
Maret	262.877	16.949
April	357.108	17.693

Sumber: <https://magelangkab.bps.go.id/dynamictable/2018/11/14/195/jumlah-pengunjung-candi-borobudur.html>

Tentukan jumlah total pengunjung Candi Borobudur setiap bulannya untuk masing-masing jenis wisatawan yang datang!

Alternatif Penyelesaian :

Diketahui :

Tahun 2018

	Domestik	Mancanegara
Januari	321.893	11.732
Februari	235.303	14.088
Maret	291.425	15.292
April	237.315	14.555

Tahun 2019

	Domestik	Mancanegara
Januari	341.685	13.402
Februari	247.731	16.869
Maret	262.877	16.949
April	357.108	17.693

Ditanya : jumlah total pengunjung Candi Borobudur setiap bulannya untuk masing-masing jenis wisatawan yang datang?

Jawab :

Misalkan A matriks yang mewakili tabel banyak wisatawan pada tahun 2018 dan B matriks yang mewakili tabel banyak wisatawan pada tahun 2019 maka

$$A = \begin{pmatrix} 321.893 & 11.732 \\ 235.303 & 14.088 \\ 291.425 & 15.292 \\ 237.315 & 14.555 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 341.685 & 13.402 \\ 247.731 & 16.869 \\ 262.877 & 16.949 \\ 357.108 & 17.693 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 321.893 & 11.732 \\ 235.303 & 14.088 \\ 291.425 & 15.292 \\ 237.315 & 14.555 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 341.685 & 13.402 \\ 247.731 & 16.869 \\ 262.877 & 16.949 \\ 357.108 & 17.693 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 321.893 + 341.685 & 11.732 + 13.402 \\ 235.303 + 247.731 & 14.088 + 16.869 \\ 291.425 + 262.877 & 15.292 + 16.949 \\ 237.315 + 357.108 & 14.555 + 17.693 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 663.578 & 25.134 \\ 483.034 & 30.957 \\ 554.302 & 32.241 \\ 594.423 & 32.248 \end{pmatrix}$$

Jadi jumlah pengunjung Candi Borobudur yaitu

Tabel jumlah pengunjung Candi Borobudur

	Domestik	Mancanegara
Januari	663.578	25.134
Februari	483.034	30.957
Maret	554.302	32.241
April	594.423	32.248

Contoh 3

Jika diketahui operasi sebagai berikut

$$\begin{pmatrix} p+2 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p & 6 \\ 6 & q+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$$

Tentukan nilai dari $p + q$!

Alternatif Penyelesaian :

$$\begin{pmatrix} p+2 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p & 6 \\ 6 & q+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} p+2+p & 2+6 \\ 3+6 & 5+q+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2p+2 & 8 \\ 9 & q+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{Diperoleh } 2p + 2 = 4 \Leftrightarrow 2p = 2 \Leftrightarrow p = \frac{2}{2} = 1$$

$$q + 8 = 5 \Leftrightarrow q = 5 - 8 = -3$$



Latihan Soal

1. Tentukan nilai x dan y dari bentuk operasi berikut ini

$$\begin{pmatrix} x + 4 & 5 \\ 10 & 2x + 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y & 3 \\ 6 & 3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 16 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Berikut ini diberikan daftar harga barang kebutuhan pokok (per kg) dalam 3 hari di 3 toko yang berbeda dalam rupiah

Nama barang	Minggu			Senin			Selasa		
	Tok o A	Tok o B	Tok o C	Tok o A	Tok o B	Tok o C	Tok o A	Tok o B	Tok o C
Gandum	4100	4100	400	4200	4200	4000	4100	4000	4000
Beras	5200	5050	5100	5400	5100	5200	5300	5400	5150
Minyak Goreng	7700	7300	7400	7600	7400	7100	7500	7500	7300

- Nyatakan harga barang kebutuhan pokok dari masing-masing hari di atas dalam bentuk matriks.
- Dengan menggunakan matriks, tentukan jumlah harga barang selama 3 hari berturut-turut!
- Dari hasil b, barang apakah dan di toko manakah yang jumlah harganya paling murah dan paling mahal?
- Dari hasil b, jenis daging apakah dan dari toko manakah yang kenaikan harganya paling tinggi dan paling rendah?

DAFTAR PUSTAKA

<https://magelangkab.bps.go.id/dynamictable/2018/11/14/195/jumlah-pengunjung-candi-borobudur.html>

Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan. 2017. *Matematika SMA Kelas XI Revisi 2017*. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan

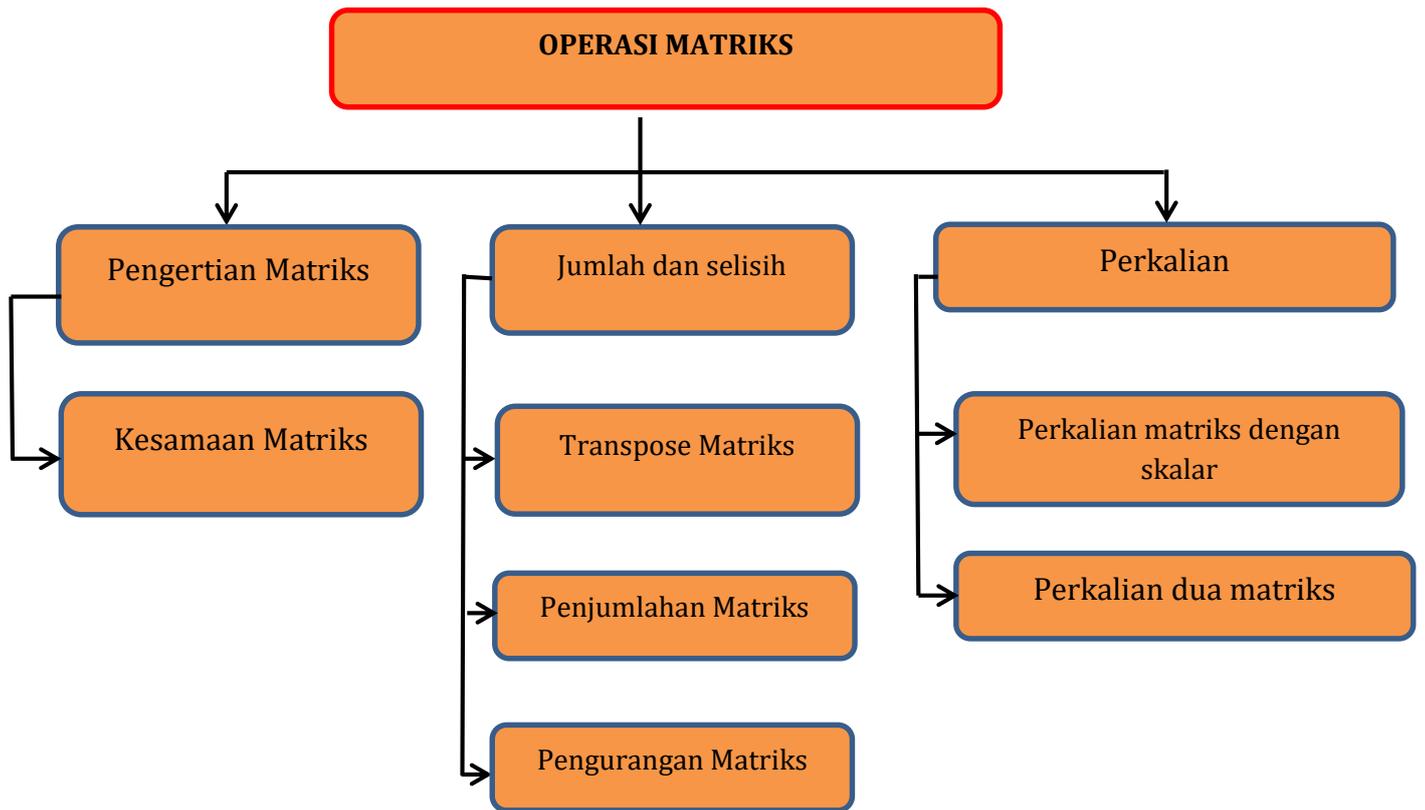
Sukino, 2017. *Matematika SMA/MA Kelas XI Semester 1*. 2017. Jakarta: PT Gelora Aksara Pratama



OPERASI PENGURANGAN MATRIKS & PERKALIAN SKALAR

**Matematika Kelas XI
Semester 1**

PETA KONSEP



Kompetensi Dasar Dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.3 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose	3.3.4. Menjelaskan konsep pengurangan pada matriks 3.3.5. Mengoperasikan pengurangan pada matriks 3.3.6. Menjelaskan konsep perkalian skalar pada matriks 3.3.7. Mengoperasikan perkalian skalar pada matriks
4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya	4.3.3. Menyelesaikan masalah kontekstual berkaitan dengan operasi pengurangan pada matriks. 4.3.4. Menyelesaikan masalah kontekstual berkaitan dengan operasi perkalian skalar pada matriks.

Tujuan Pembelajaran

Melalui model pembelajaran *Discovery Learning* berbasis TPACK, 4C, literasi, dan PPK serta menggunakan metode diskusi dan tanya jawab, peserta didik dapat

1. Menjelaskan konsep pengurangan pada matriks
2. Mengoperasikan pengurangan pada matriks
3. Menjelaskan konsep perkalian skalar pada matriks
4. Mengoperasikan perkalian skalar pada matriks.
5. Menyelesaikan masalah kontekstual berkaitan dengan operasi pengurangan pada matriks.
6. Menyelesaikan masalah kontekstual berkaitan dengan operasi perkalian skalar pada matriks.

Pengurangan Matriks



PENDAHULUAN



Tahu Bakso adalah makanan khas Indonesia yang berasal dari Kota Ungaran, Kabupaten Semarang, Jawa Tengah. Makanan ini dibuat dari tahu yang tengahnya diberi isi bakso. Makanan ini memiliki ciri khas dihidangkan dengan sambal kecap dengan irisan cabe rawit dan saus bumbu kacang. Pelopor tahu bakso yang terkenal di Ungaran adalah tahu bakso Ibu Pudji dan tahu bakso Ibu Wahyu. Secara umum, tahu bakso hadir dalam dua sajian pilihan, yakni goreng maupun rebus dan dalam dua varian daging, yaitu sapi dan ikan. Berikut perbandingan harga tahu bakso Ibu Pudji dan Ibu Wahyu dalam rupiah.

Daftar Harga Tahu Bakso Ibu Pudji

	Daging Sapi	Daging Ikan
Goreng	37.000	30.000
Rebus	35.000	28.000

Daftar Harga Tahu Bakso Ibu Wahyu

	Daging Sapi	Daging Ikan
Goreng	28.000	22.000
Rebus	26.000	20.000

Perhatikan kedua tabel di atas. Dalam menentukan perbedaan harga tahu bakso selain dapat melalui cara manual, kita juga bisa menggunakan matriks yang akan kita pelajari pada kegiatan di bawah ini



INTI



Richeese Factory adalah sebuah jaringan rumah makan siap saji asal Indonesia dengan menu utama ayam goreng dan keju. Richeese Factory memiliki banyak gerai, diantaranya di Bandung dan Makassar. Menu yang disajikan Richeese Factory adalah olahan daging ayam goreng tepung yang disajikan dengan saus keju yang tersedia dalam tiga varian rasa: Richicken, Hot & Spicy Chicken dan Fire Chicken. Karena pertimbangan biaya akomodasi pengiriman bahan baku dari kantor pusat ke cabang Pontianak yang lebih banyak mengeluarkan dana, maka terjadi perbedaan biaya produksi dan harga penjualan dari kedua cabang tersebut.

Berikut ini disajikan tabel biaya produksi dan harga penjualan dari setiap cabang untuk 3 menu di atas.

Tabel Biaya Produksi

	Bandung	Makassar
Richicken	10.000	13.000
Hot & Spicy Chicken	13.000	18.000
Fire Chicken	15.000	19.000

Tabel harga jual

	Bandung	Makassar
Richicken	14.000	16.000
Hot & Spicy Chicken	17.000	22.000
Fire Chicken	21.000	26.000

Keuntungan yang diperoleh dari setiap cabang untuk masing-masing makanan adalah sebagai berikut

- Keuntungan menu richicken pada cabang Bandung adalah
 $14.000 - 10.000 = 4.000$
- Keuntungan menu Hot & Spicy Chicken pada cabang Bandung adalah
 $17.000 - 13.000 = 4.000$
- Keuntungan menu Fire Chicken pada cabang Bandung adalah
 $21.000 - 15.000 = 6.000$
- Keuntungan menu richicken pada cabang Makassar adalah
 $16.000 - 13.000 = 3.000$

5. Keuntungan menu Hot & Spicy Chicken pada cabang Makassar adalah

$$22.000 - 18.000 = 4.000$$

6. Keuntungan menu Fire Chicken pada cabang Makassar adalah

$$26.000 - 19.000 = 7.000$$

Hasil keuntunga tersebut dapat disajikan dalam tabel seperti berikut ini

Tabel Keuntungan

	Cabang Bandung	Cabang Makassar
Richicken	4.000	3.000
Hot & Spicy Chicken	4.000	4.000
Fire Chicken	6.000	7.000

Misalkan matriks A mewakili tabel biaya produksi, matriks B mewakili tabel harga jual, dan matriks C mewakili tabel keuntungan maka diperoleh

$$A = \begin{pmatrix} 10.000 & 13.000 \\ 13.000 & 18.000 \\ 15.000 & 19.000 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 14.000 & 16.000 \\ 17.000 & 22.000 \\ 21.000 & 26.000 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 4.000 & 3.000 \\ 4.000 & 4.000 \\ 6.000 & 7.000 \end{pmatrix}$$

Coba kita hitung pengurangan matriks B dan matriks A dengan cara mengurangkan setiap elemen yang seletak dari kedua matriks tersebut yang disajikan sebagai berikut

$$\begin{aligned} B - A &= \begin{pmatrix} 14.000 & 16.000 \\ 17.000 & 22.000 \\ 21.000 & 26.000 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10.000 & 13.000 \\ 13.000 & 18.000 \\ 15.000 & 19.000 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 14.000 - 10.000 & 16.000 - 13.000 \\ 17.000 - 13.000 & 22.000 - 18.000 \\ 21.000 - 15.000 & 26.000 - 19.000 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4.000 & 3.000 \\ 4.000 & 4.000 \\ 6.000 & 7.000 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Dari dua kegiatan pengurangan di atas ternyata diperoleh hasil yang sama antara hasil $B - A$ dengan matriks C. Dari kegiatan tersebut kita dapat menyimpulkan pengurangan matriks sebagai berikut

DEFINISI

Pengurangan matriks A dan B, ditulis matriks $A - B$ adalah suatu matriks yang diperoleh dengan mengurangkan elemen-elemen yang seletak dari matriks A dan matriks B.

Apakah setiap matriks dapat dikurangi dengan sembarang matriks yang lain? Apakah pengurangan matriks memerlukan syarat? Untuk menjawab pertanyaan tersebut coba ikuti kegiatan berikut ini

Diberikan beberapa matriks berikut ini

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad B_{3 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Jika matriks A dikurangi matriks C maka diperoleh

$$A - C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-0 & -1-(-1) \\ 0-1 & 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriks A memiliki ordo 2×2 sedangkan matriks C memiliki ordo 2×2 . Kedua matriks tersebut dapat dikurangi dan memiliki ordo yang sama.

Jika matriks B dikurangi dengan matriks C dijumlahkan maka diperoleh

$$B - C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Tidak dapat dikurangi karena elemen b_{31} dan b_{32} tidak memiliki elemen yang seletak di matriks C.

Matriks C memiliki ordo 2×2 sedangkan matriks B memiliki ordo 3×2 . Kedua matriks tersebut tidak dapat dikurangi dan tidak memiliki ordo yang sama.

Syarat agar dua matriks dapat dikurangi adalah kedua matriks tersebut harus memiliki ordo yang sama

Contoh 1

Jika $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$, maka tentukan :

a. $A - B$

b. $B - A$

Jawab :

$$\text{a. } A - B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -4 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\text{b. } B - A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -9 \end{bmatrix}$$

Contoh 2



Tahu Bakso adalah makanan khas Indonesia yang berasal dari Kota Ungaran, Kabupaten Semarang, Jawa Tengah. Makanan ini dibuat dari tahu yang tengahnya diberi isi bakso. Makanan ini memiliki ciri khas dihidangkan dengan sambal kecap dengan irisan cabe rawit dan saus bumbu kacang. Pelopor tahu bakso yang terkenal di Ungaran adalah tahu bakso Ibu Pudji dan tahu bakso Ibu Wahyu. Secara umum, tahu bakso hadir dalam dua sajian pilihan, yakni goreng maupun rebus dan dalam dua varian daging, yaitu sapi dan ikan. Berikut perbandingan harga tahu bakso Ibu Pudji dan Ibu Wahyu dalam rupiah.

Daftar Harga Tahu Bakso Ibu Pudji

	Daging Sapi	Daging Ikan
Goreng	37.000	30.000
Rebus	35.000	28.000

Daftar Harga Tahu Bakso Ibu Wahyu

	Daging Sapi	Daging Ikan
Goreng	28.000	22.000
Rebus	24.000	21.000

Dengan menggunakan matriks, tentukan perbedaan harga tahu bakso dari kedua toko tersebut!

Alternative penyelesaian :

Diketahui:

Daftar Harga Tahu Bakso Ibu Pudji

	Daging Sapi	Daging Ikan
Goreng	37.000	30.000
Rebus	35.000	28.000

Daftar Harga Tahu Bakso Ibu Wahyu

	Daging Sapi	Daging Ikan
Goreng	28.000	22.000
Rebus	24.000	21.000

Ditanya : perbedaan harga tahu bakso dari kedua toko tersebut?

Jawab :

Misalkan A adalah matriks yang mewakili tabel harga di toko Ibu Pudji dan B adalah matriks yang mewakili tabel harga di toko Ibu Wahyu maka

$$\begin{aligned}A &= \begin{pmatrix} 37.000 & 30.000 \\ 35.000 & 28.000 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 28.000 & 22.000 \\ 24.000 & 21.000 \end{pmatrix} \\A - B &= \begin{pmatrix} 37.000 & 30.000 \\ 35.000 & 28.000 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 28.000 & 22.000 \\ 24.000 & 21.000 \end{pmatrix} \\&= \begin{pmatrix} 37.000 - 28.000 & 30.000 - 22.000 \\ 35.000 - 24.000 & 28.000 - 21.000 \end{pmatrix} \\&= \begin{pmatrix} 9.000 & 8.000 \\ 11.000 & 7.000 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Jadi perbedaan harga tahu bakso dari toko Ibu Pudji dengan Ibu Wahyu adalah

	Daging Sapi	Daging Ikan
Goreng	9.000	8.000
Rebus	11.000	7.000

Contoh 3

Jika diketahui operasi sebagai berikut

$$\begin{pmatrix} 2p+2 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p & 6 \\ 6 & q+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

Tentukan nilai dari $p + q$!

Alternatif Penyelesaian :

$$\begin{pmatrix} 2p+2 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p & 6 \\ 6 & q+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2p+2-p & 2-6 \\ 3-6 & 5-(q+3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} p+2 & -4 \\ -3 & -q+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

Diperoleh

$$p + 2 = 4 \Leftrightarrow p = 4 - 2 = 2$$

$$-q + 2 = 5 \Leftrightarrow 2 - 5 = q \Leftrightarrow -3 = q$$

$$\text{Jadi } p + q = 2 + (-3) = -1$$



Latihan Soal

- Dipunyai $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ -4 & 10 & 9 \end{pmatrix}$. Jika X suatu matriks berordo 2×3 serta memenuhi persamaan $A + X = B$, maka tentukan matriks X !
- Tabel di bawah ini menunjukkan harga berbagai jenis daging (per kg dalam ribuan rupiah) yang dijual oleh dua ruko yang berbeda di Pasar Randudongkal dalam dua bulan.

Jenis Daging	Januari		Februari	
	Ruko 1	Ruko 2	Ruko 1	Ruko 2
Daging Ayam	44	45	57	54
Daging Sapi	102	105	120	125
Daging Kerbau	112,5	110	160	150

- Nyatakan harga setiap daging dari setiap bulan di atas dalam bentuk matriks.
- Dengan menggunakan matriks, tentukan kenaikan harga dari setiap daging dari setiap ruko!
- Dari hasil b, jenis daging apakah dan dari ruko manakah yang kenaikan harganya paling tinggi dan paling rendah?

Perkalian Matriks dengan Skalar



Inti

Pada saat kita mempelajari tentang aljabar kita mengenal perkalian skalar dengan sebuah variabel. Seperti jika $a = 5$ maka nilai dari $3a = 3(5) = 15$. Di dalam matriks juga kita akan mempelajari tentang perkalian skalar pada matriks yang akan dijelaskan pada materi berikut ini

KASUS 1

Diketahui : $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

1. $3A = 3 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

2. $3A$ artinya $A + A + A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 1 + 1 + 1 & 2 + 2 + 2 \\ 3 + 3 + 3 & 4 + 4 + 4 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 3 \times 1 & 3 \times 2 \\ 3 \times 3 & 3 \times 4 \end{pmatrix}$

Berdasarkan kegiatan menyelesaikan no 1 dan 2 diperoleh

$$3A = 3 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \times 1 & 3 \times 2 \\ 3 \times 3 & 3 \times 4 \end{pmatrix}$$

KASUS 2

Diketahui : $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

1. $2B = 2 \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

2. $2B$ artinya $B + B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 1 + 1 & 3 + 3 & 2 + 2 \\ 4 + 4 & -1 + (-1) & -2 + (-2) \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 2 \times 1 & 2 \times 3 & 2 \times 2 \\ 2 \times 4 & 2 \times -1 & 2 \times -2 \end{pmatrix}$

Berdasarkan kegiatan menyelesaikan no 1 dan 2 diperoleh

$$2B = 2 \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 & 2 \times 3 & 2 \times 2 \\ 2 \times 4 & 2 \times -1 & 2 \times -2 \end{pmatrix}$$



KASUS 3

Diketahui : $C = (1 \ 5 \ 8)$

1. $4C = 4(1 \ 5 \ 8)$
2. $4C$ artinya $C + C + C + C$
 $= (1 \ 5 \ 8) + (1 \ 5 \ 8) + (1 \ 5 \ 8) + (1 \ 5 \ 8)$
 $= (1 + 1 + 1 + 1 \ 5 + 5 + 5 + 5 \ 8 + 8 + 8 + 8)$
 $= (4 \times 1 \ 4 \times 5 \ 4 \times 8)$

Berdasarkan kegiatan menyelesaikan no 1 dan 2 diperoleh

$$4C = 4(1 \ 5 \ 8) = (4 \times 1 \ 4 \times 5 \ 4 \times 8)$$

Berdasarkan kepada ketiga kasus di atas, kita dapat melihat pola yang dibentuk yang disajikan dalam tabel berikut ini

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$	$3A$	$3 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \times 1 & 3 \times 2 \\ 3 \times 3 & 3 \times 4 \end{pmatrix}$
$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$	$2B$	$2 \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \times 1 & 2 \times 3 & 2 \times 2 \\ 2 \times 4 & 2 \times -1 & 2 \times -2 \end{pmatrix}$
$C = (1 \ 5 \ 8)$	$4C$	$4(1 \ 5 \ 8)$	$(4 \times 1 \ 4 \times 5 \ 4 \times 8)$

Dari pola yang dibentuk dari ketiga kasus di atas, dapat disimpulkan perkalian scalar pada matriks yaitu

DEFINISI

Jika terdapat suatu matriks $M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{n1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ dan k

suatu konstantan dengan $k \in \mathbb{R}$ maka

$$kM = k \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{n1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \dots & ka_{n1} \\ ka_{21} & ka_{22} & \dots & ka_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \dots & ka_{mn} \end{pmatrix}$$

Contoh 1

Jika diketahui $5 \begin{pmatrix} a & b \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ c & d \end{pmatrix}$ maka tentukan nilai dari $a + b + c + d$!

Alternatif Penyelesaian :

$$5 \begin{pmatrix} a & b \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ c & d \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 5a & 5b \\ 5(2) & 5(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 5a & 5b \\ 10 & 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ c & d \end{pmatrix}$$

Diperoleh $5a = 5 \Leftrightarrow a = 1$

$5b = -5 \Leftrightarrow b = -1$

$c = 10$

$d = 15$

Jadi $a + b + c + d = 1 + (-1) + 10 + 15 = 25$

Contoh 2

Perhatikan Gambar Berikut ini



Pak Kustop adalah pemilik dari toko batik “Keris” yang mendapat laporan tentang target penjualan kain-kain batiknya (dalam juta rupiah) setiap tahun dari dua cabang tokonya yang disajikan dalam tabel berikut ini.

	Toko “Keris 1”	Toko “Keris 2”
Dobby	25	23,5
Sutra	33	31
Rayon	26,4	24
Prima	20	17,5

Jika setiap cabang selalu menargetkan penjualan kain batik sama untuk tahun-tahun berikutnya, berapakah hasil penjualan yang ditargetnya didapat oleh setiap cabang untuk setiap jenis kain batik Pekalongan yang dijual selama 5 tahun?

Alternatif Penyelesaian :

Misalkan matriks A mewakili tabel maka $A = \begin{pmatrix} 25 & 23,5 \\ 33 & 31 \\ 26,4 & 24 \\ 20 & 17,5 \end{pmatrix}$

$$5A = 5 \begin{pmatrix} 25 & 23,5 \\ 33 & 31 \\ 26,4 & 24 \\ 20 & 17,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \times 25 & 5 \times 23,5 \\ 5 \times 33 & 5 \times 31 \\ 5 \times 26,4 & 5 \times 24 \\ 5 \times 20 & 5 \times 17,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 125 & 117,5 \\ 165 & 155 \\ 132 & 120 \\ 100 & 87,5 \end{pmatrix}$$

Jadi hasil penjualan yang ditargetnya didapat oleh setiap cabang untuk setiap item kain yang dijual selama 5 tahun disajikan dalam tabel berikut

	Toko "Keris 1"	Toko "Keris 2"
Dobby	125	117,5
Sutra	165	155
Rayon	132	120
Prima	100	87,5



Latihan Soal

1. Jika diketahui persamaan berikut

$$3 \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & 6 \\ -1 & 25 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & p+q \\ r+s & 3 \end{pmatrix}$$

Tentukan nilai dari p , q , r , dan s .

2. Berikut ini disajikan data penjualan buku di tua toko buku terdekat dari kampus UNNES Sekaran, sebagai berikut.

	Toko Buku "JINGGA"	Toko Buku "PELANGI"
Komik	12	9
Novel	18	23
Majalah	20	18

Pada bulan Mei jumlah buku yang dijual toko buku "Jingga" dan "Pelangi" untuk masing-masing kategori sama dengan jumlah masing-masing buku yang dijual pada bulan April, dan begitupun yang terjadi pada bulan Juni

- Nyatakan penjualan berbagai jenis buku di atas dalam bentuk matriks.
- Dengan menggunakan prinsip perkalian scalar matriks, tentukan total penjualan dari setiap jenis buku untuk masing-masing toko buku.

DAFTAR PUSTAKA

Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan. 2017. *Matematika SMA Kelas XI Revisi 2017*. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan

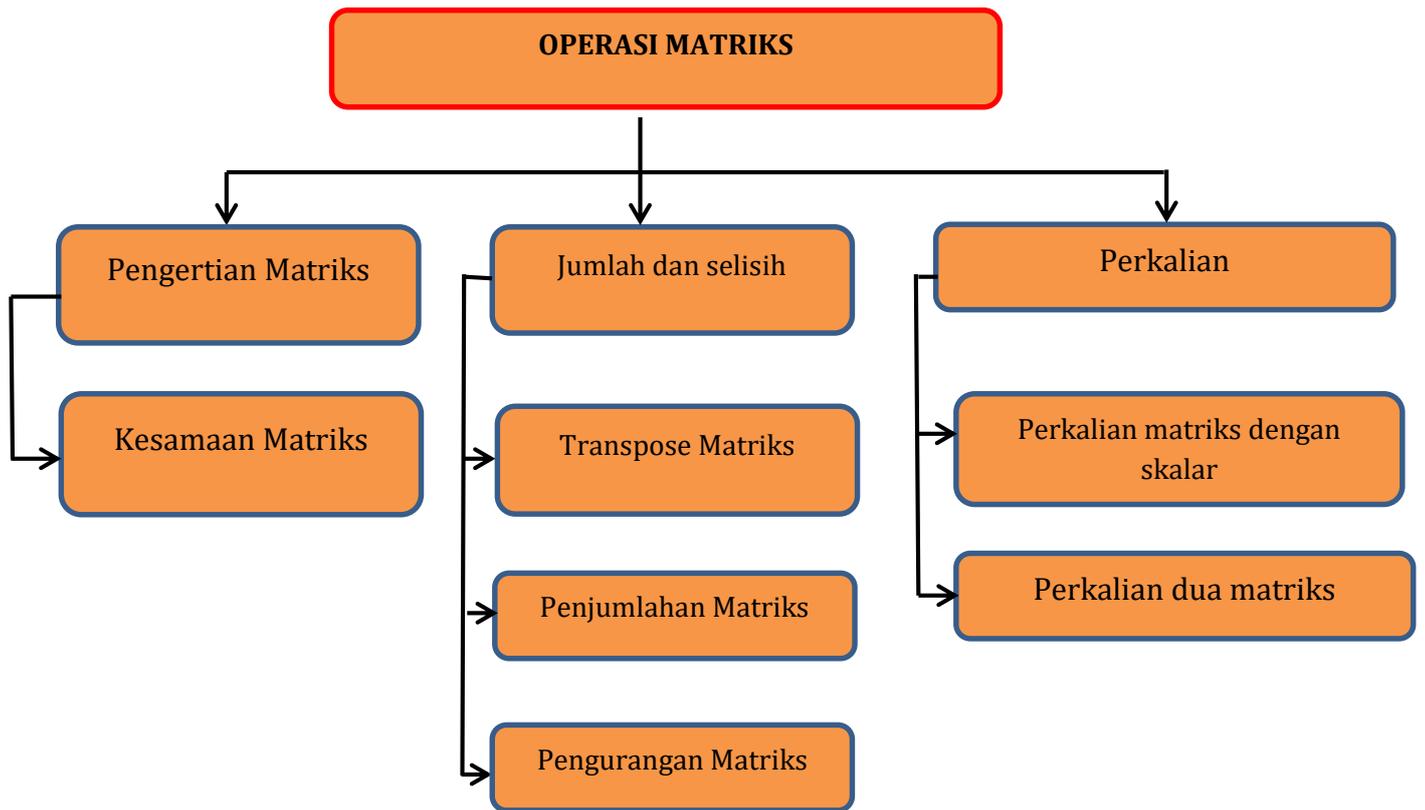
Sukino, 2017. *Matematika SMA/MA Kelas XI Semester 1*. 2017. Jakarta: PT Gelora Aksara Pratama



OPERASI PERKALIAN ANTAR MATRIKS

**Matematika Kelas XI
Semester 1**

PETA KONSEP



Kompetensi Dasar Dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.3 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose	3.3.8. Menjelaskan konsep perkalian antar matriks 3.3.9. Mengoperasikan perkalian antar matriks
4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya	4.3.5. Menyelesaikan masalah kontekstual berkaitan dengan operasi perkalian pada matriks.

Tujuan Pembelajaran

Melalui model pembelajaran *Discovery Learning* berbasis TPACK, 4C, literasi, dan PPK serta menggunakan metode diskusi dan tanya jawab, peserta didik dapat

1. Menjelaskan konsep perkalian antar matriks
2. Mengoperasikan perkalian antar matriks
3. Menyelesaikan masalah kontekstual berkaitan dengan operasi perkalian pada matriks.

Perkalian Matriks

PENDAHULUAN



Nopia merupakan makanan yang terbuat dari adonan tepung terigu yang diisi dengan gula merah serta dipanggang dengan tungku khusus yang terbuat dari tanah liat dan menggunakan kayu bakar dari pelepah pohon kelapa. Memiliki tekstur kulit yang keras dan renyah berisi adonan gula merah dengan rasa bawang merah goreng. Banyak diproduksi di kota Purbalingga dan Banyumas (18 kilometer arah tenggara Kota Purwokerto). Selain Nopia, adapula Mino alias mini nopia atau nopia berukuran yang kecil. Nopia juga ada yang berbentuk seperti telur angsa, besar tetapi dalamnya kosong & berlapis gula merah yang menempel pada dinding dalam kulit nopia ini. Harga per bungkus untuk semua varian adalah sama. Berikut ini disajikan tabel banyak Nopia dan Mino yang terjual dalam satu bulan dengan berbagai varian rasa dan harga jual per bungkusnya

	Nopia	Mino
Brambang Goreng	150	250
Coklat	90	125
Durian	100	175

Harga/bungkus

Nopia	15.000
Mino	12.000

Perhatikan tabel di atas, dalam menentukan pendapatan yang diperoleh oleh masing-masing jenis dapat dihitung dengan cara manual dan cara matriks yaitu perkalian antar matriks. Perkalian matriks ini akan kita pelajari di kegiatan-kegiatan di bawah ini.



INTI



Setiap bulan, Bu Ani selalu menyempatkan diri membuat roti untuk konsumsi pribadi. Bu Ani selalu membeli tepung terigu dan telur di 2 toko yang berbeda. Banyak tepung terigu dan telur yang dibeli Bu Ani disajikan pada tabel berikut ini:

Tabel 1 banyaknya tepung terigu dan telur yang dibeli Bu Ani (dalam kg)

Toko	Tepung Terigu	Telur
Toko 1	4	5
Toko 2	2	3

Harga per kilogram dari tepung terigu dan telur yang dibeli Bu Ani

Tabel 2 Harga satuan

Alat Tulis	Harga Bulan Agustus	Harga Bulan September	Harga Bulan Oktober
Tepung Terigu	12000	15000	17000
Telur	25000	30000	27000

Jumlah uang yang dikeluarkan untuk membeli tepung terigu dan telur dari setiap toko yang didatangi untuk setiap bulannya adalah sebagai berikut

- Total pengeluaran untuk toko 1 pada bulan Agustus adalah

$$4 \times 12000 + 5 \times 25000 = 48000 + 125000 = 173000$$
- Total pengeluaran untuk toko 1 pada bulan September adalah

$$4 \times 15000 + 5 \times 30000 = 60000 + 150000 = 210000$$
- Total pengeluaran untuk toko 1 pada bulan Oktober adalah

$$4 \times 17000 + 5 \times 27000 = 68000 + 135000 = 203000$$

4. Total pengeluaran untuk toko 2 pada bulan Agustus adalah

$$2 \times 12000 + 3 \times 25000 = 24000 + 75000 = 99000$$

5. Total pengeluaran untuk toko 2 pada bulan September adalah

$$2 \times 15000 + 3 \times 30000 = 30000 + 90000 = 120000$$

6. Total pengeluaran untuk toko 2 pada bulan Oktober adalah

$$2 \times 17000 + 3 \times 2700 = 34000 + 81000 = 115000$$

Proses perhitungan dan hasil perhitungan di atas dapat disajikan dalam sebuah tabel sebagai berikut

Tabel 3 Proses Perhitungan

Toko	Perhitungan Pengeluaran Bulan Agustus	Perhitungan Pengeluaran Bulan September	Perhitungan Pengeluaran Bulan Oktober
Toko 1	$4 \times 12000 + 5 \times 25000$	$4 \times 15000 + 5 \times 30000$	$4 \times 17000 + 5 \times 27000$
Toko 2	$2 \times 12000 + 3 \times 25000$	$2 \times 15000 + 3 \times 30000$	$2 \times 17000 + 3 \times 27000$

Tabel 4 Hasil Perhitungan Total Pengeluaran Bu Ani

Toko	Total Pengeluaran Bulan Agustus	Total Pengeluaran Bulan September	Total Pengeluaran Bulan Oktober
Toko 1	173000	210000	203000
Toko 2	99000	120000	115000

Misalkan matriks A mewakili tabel 1, matriks B mewakili tabel 2, matriks C mewakili tabel 3, dan matriks D mewakili tabel 4, maka untuk mencari total pengeluaran dari setiap toko untuk setiap bulan sama dengan mencari hasil perkalian dari matriks A dengan matriks B yang dirangkai berikut ini

$$A \times B = C = D$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 12000 & 15000 & 17000 \\ 25000 & 30000 & 27000 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 \times 12000 + 5 \times 25000 & 4 \times 15000 + 5 \times 30000 & 4 \times 17000 + 5 \times 27000 \\ 2 \times 12000 + 3 \times 25000 & 2 \times 15000 + 3 \times 30000 & 2 \times 17000 + 3 \times 27000 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 173000 & 210000 & 203000 \\ 99000 & 120000 & 115000 \end{pmatrix}$$

Dari kegiatan di atas, dapat disimpulkan perkalian matriks sebagai berikut

DEFINISI

Elemen dalam baris ke-i dan kolom ke-j dari hasil kali matriks A dengan matriks B diperoleh dengan menjumlahkan hasil kali elemen-elemen baris ke-i dari matriks A dengan elemen-elemen kolom ke-j matriks B

Apakah setiap matriks dapat dikalikan dengan sembarang matriks yang lain? Ataukah terdapat syarat agar dua matriks dapat dikalikan? Untuk menjawab pertanyaan tersebut mari kita ikuti kegiatan berikut ini

$$\text{Diberikan matriks } C_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ dan matriks } D_{3 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Jika matriks D dan matriks C dikalikan maka

$$D \times C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 3 + 2 \times 0 & 1(-1) + 2 \times 2 \\ 3 \times 3 + 2 \times 0 & 3(-1) + 2 \times 2 \\ 1 \times 3 + 0 \times 0 & 1(-1) + 0 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 9 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Matriks D memiliki 2 kolom sedangkan matriks C memiliki 2 baris. Kedua matriks tersebut dapat dikalikan dan banyak kolom matriks D sama dengan banyak baris matriks C yaitu 2

Jika matriks C dikalikan dengan matriks D maka

$$C \times D = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriks C tidak dapat dikalikan dengan matriks D karena elemen baris ketiga matriks D tidak memiliki pasangan perkalian dari matriks C.

Matriks C memiliki 2 kolom sedangkan matriks D memiliki 3 baris. Kedua matriks tersebut tidak dapat dikalikan dan banyak kolom dari matriks C berbeda dengan banyak baris dari matriks C.

Setelah melakukan serangkaian kegiatan di atas, kita dapat menyimpulkan yaitu

Syarat agar dua matriks dapat dikalikan adalah banyak kolom pada matriks pertama sama dengan banyak baris pada matriks kedua.

Contoh 1

Diketahui $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$, $C = [7 \ 9]$ dan $D = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$.

Terentukan :

- a. AB b. AC c. AD

Jawab :

$$\text{a. } AB = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15+12 \\ 5+24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ 29 \end{bmatrix}$$

b. AC tidak dapat dikalikan, karena banyaknya kolom matriks $A \neq$ banyaknya baris matriks C

$$\text{c. } AD = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15+14 & 18+16 \\ 5+28 & 6+32 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 & 34 \\ 33 & 38 \end{bmatrix}$$



Contoh 2



Nopia merupakan makanan yang terbuat dari adonan tepung terigu yang diisi dengan gula merah serta dipanggang dengan tungku khusus yang terbuat dari tanah liat dan menggunakan kayu bakar dari pelepah pohon kelapa. Memiliki tekstur kulit yang keras dan renyah berisi adonan gula merah dengan rasa bawang merah goreng. Banyak diproduksi di kota Purbalingga dan Banyumas (18 kilometer arah tenggara Kota Purwokerto). Selain Nopia, adapula Mino alias mini nopia atau nopia berukuran yang kecil. Nopia juga ada yang berbentuk seperti telur angsa, besar tetapi dalamnya kosong & berlapis gula merah yang menempel pada dinding dalam kulit nopia ini. Harga per bungkus untuk semua varian adalah sama. Berikut ini disajikan tabel banyak Nopia dan Mino yang terjual dalam satu bulan dengan berbagai varian rasa dan harga jual per bungkusnya

	Nopia	Mino
Brambang Goreng	150	250
Coklat	90	125
Durian	100	175

Harga/bungkus

Nopia	15.000
Mino	12.000

Dengan menggunakan matriks, tentukan total pendapatannya!



Alternative penyelesaian :

Diketahui:

Tabel total bungkus yang terjual

	Nopia	Mino
Brambang Goreng	150	250
Coklat	90	125
Durian	100	175

Tabel Harga/bungkus

Harga/bungkus	
Nopia	15.000
Mino	12.000

Ditanya : total pendapatan!

Jawab :

Misalkan A adalah matriks yang mewakili tabel total bungkus yang terjual dan B adalah matriks harga /bungkus

$$\begin{pmatrix} 150 & 250 \\ 90 & 125 \\ 100 & 175 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15000 \\ 12000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 150(15000) + 250(12000) \\ 90(15000) + 125(12000) \\ 100(15000) + 175(12000) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5250000 \\ 2850000 \\ 3600000 \end{pmatrix}$$

Jadi keuntungan yang diperoleh oleh masing-masing jenis isian lunpia adalah

	Keuntungan
Brambang Goreng	5250000
Coklat	2850000
Durian	3600000



Latihan Soal

1. Tentukan nilai dari x dan y yang memenuhi persamaan matriks

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ -9 \end{pmatrix}$$

2. Adi dan Bimo adalah teman sekelas di SMP Bina Bangsa. Selama satu tahun belajar, mereka telah menghabiskan bolpoin dan buku tulis yang di catat dalam tabel berikut:

Tabel 1. Daftar alat tulis sekolah Adi

	Bolpoin (buah)	Buku Tulis (buah)
Semester 1	11	3
Semester 2	10	3

Tabel 2. Daftar alat tulis sekolah Bimo

	Bolpoin (buah)	Buku Tulis (buah)
Semester 1	8	5
Semester 2	9	6

Adi dan Bimo ingin mengetahui jumlah uang yang sudah mereka keluarkan untuk membeli bolpoin dan buku tulis setiap semesternya. Mereka masih mengingat harga dari bolpoin dan buku tulis tersebut yang disajikan dalam tabel berikut:

	Harga Satuan (dalam Rupiah)
Bolpoin	1500
Buku Tulis	3000

Bantulah Adi dan Bimo dalam menentukan jumlah uang yang dikeluarkan oleh masing-masing dari mereka dengan menggunakan prinsip perkalian matriks!

DAFTAR PUSTAKA

Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan. 2017. *Matematika SMA Kelas XI Revisi 2017*. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan

Sukino, 2017. *Matematika SMA/MA Kelas XI Semester 1*. 2017. Jakarta: PT Gelora Aksara Pratama