Modul Matematika

OPERASI MATRIKS

KELAS XI SMK

SEMESTER 1

Disusun Oleh : Puput Sumarta Puri, S.Pd

PPG DALJAB 2020 ANGKATAN 1 UST

PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

Untuk membantu anda dalam menguasai materi MATRIKS, tentang Operasi Matriks anda pelajari keseluruhan modul ini dengan cara yang berurutan. Jangan memaksakan diri sebelum benar-benar menguasai bagian demi bagian dalam modul ini.

Setiap kegiatan belajar dilengkapi dengan Latihan Soal. Dimana Latihan Soal ini menjadi alat ukur tingkat penguasaan anda terhadap materi dalam modul . Jika anda belum menguasai 75% dari setiap kegiatan, maka anda dapat mengulangi untuk mempelajari materi yang tersedia dalam modul ini. Dan diakhir modul diberikan Evaluasi sebagai tolak ukur penguasaan materi.

Apabila anda masih mengalami kesulitan memahami materi yang ada dalam modul ini, silahkan diskusikan dengan teman atau guru anda.

KATA PENGANTAR

Sumber belajar merupakan salah satu komponen penting yang menentukan keberhasilan proses belajar mengajar. Banyak hal yang dapat dijadikan acuan dalam pemanfaatan sumber belajar, salah satunya adalah bahan ajar. Bahan ajar yang dimaksud tentunya yang mampu memberikan pembelajaran pada siswa sesuai dengan tuntutan kurikulum. Jadi diharapkan bahan ajar dapat dijadikan sebagai salah satu indikator penunjang keberhasilan pelaksanaan kegiatan belajar mengajar (KBM).

Mata pelajaran Matematika yang mengajarkan tentang Matriks dan aplikasinya dalam konteks kekinian memerlukan pendekatan tersendiri mengajarkannya. Disamping itu Matriks sangat berguna dalam kehidupan sekarang sehari-hari seperti memudahkan analisis masalah ekonomi yang mengaitkan beberapa variable, penyelesaian masalah persamaan linier, dan pengembangan komputer maupun alat komunikasi seperti handphone, telpon, kalkulator, serta beragam produk alat komunikasi lainnya.

Substansi bahan ajar mengacu pada Kurikulum 2013 dengan pendekatan saintifik disusun secara sistimatik, menarik dan mudah dicerna. Diharapkan para siswa juga mempunyai sumber belajar yang lain dalam mengerjakan soal latiahan dan Evalusi pada modul ini, sebagai upaya memperkaya analisa terhadap suatu permasalahan yang berkaitan dengan Matriks.

Terima kasih kepada semua pihak yang membantu dalam penyusunan bahan ajar ini, semoga bermanfaat.

Wonogiri, September 2020

Puput Sumarta Puri, S.Pd.

DAFTAR ISI

KOMPETENSI DASAR (KD)

3.2 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose

4.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya

Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)

3.2.3 Menentukan operasi penjumlahan dan pengurangan matriks
3.2.4 Menentukan operasi perkalian skalar dengan matriks
3.2.5 Menentukan operasi perkalian matriks dengan matriks berordo sama
3.2.6 Menentukan operasi perkalian matriks dengan matriks berordo berbeda

4.2.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dngan operasi penjumlahan dan pengurangan matriks
4.2.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi perkalian skalar dengan matriks
4.2.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan perkalian matriks dengan matriks berordo sama
4.2.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan perkalian matriks dengan matriks berordo berbeda

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran menggunakan Model *Problem based Learning* melalui WA grup dan Google Classroom dengan disiplin dan jujur , peserta didik dapat:

Pertemuan 1

Siswa dapat mengidentifikasi operasi penjumlahan dan pengurangan matriks dan mengaplikasikannya dalam menyelesaikan masalah.

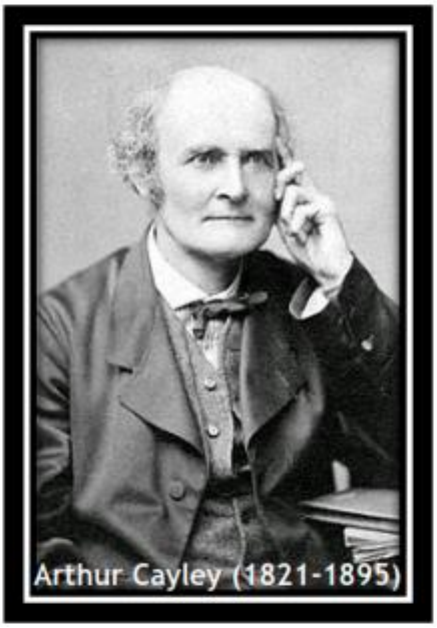
Pertemuan 2

Siswa dapat mengidentifikasi operasi perkalian matriks dengan matriks berordo sama dan mengaplikasikannya dalam menyelesaikan masalah.

Pertemuan 3

Siswa dapat mengidentifikasi operasi perkalian matriks dengan matriks berordo berbeda dan mengaplikasikannya dalam menyelesaikan masalah.

Motivasi



Tahukah kamu siapa penemu rumus matriks? Dia adalah seorang anak ber usia 17 tahun bernama Arthur Cayley. Arthur Cayley adalah anak dari pedagang yang bernama Henry Cayley dengan seorang wanita yang bernama Maria Antoina Doughty. Arthur Cayley adalah ahli matematika berkebangsaan Ingris ini lahir pada tanggal 16 Agustus 1821. Dan wafat pada tanggal 26 Januari tahun 1895. Kemampuannya dalam berhitung telah terlihat ketika dia sekolah di King College di tahun 1835.

Pendidikan tinggi Cayley dimulai pada tahun 1838 dengan kuliah di Tinity College. 3 Tahun berselang Cayley lulus. Ahli matematika yang hobi membaca novel Jane Austin, Byron, Thackeray dan Shakespeare ini mengarang dua karya di *Cambridge Mathematical Journal*.

Karirnya dimulai dengan mengajar di Cambridge disela melanjutkan pendidikannya. Dalam rentang waktu tersebut karyanya mencapai 28 makalah untuk *Cambridge Mathematical Journal.*

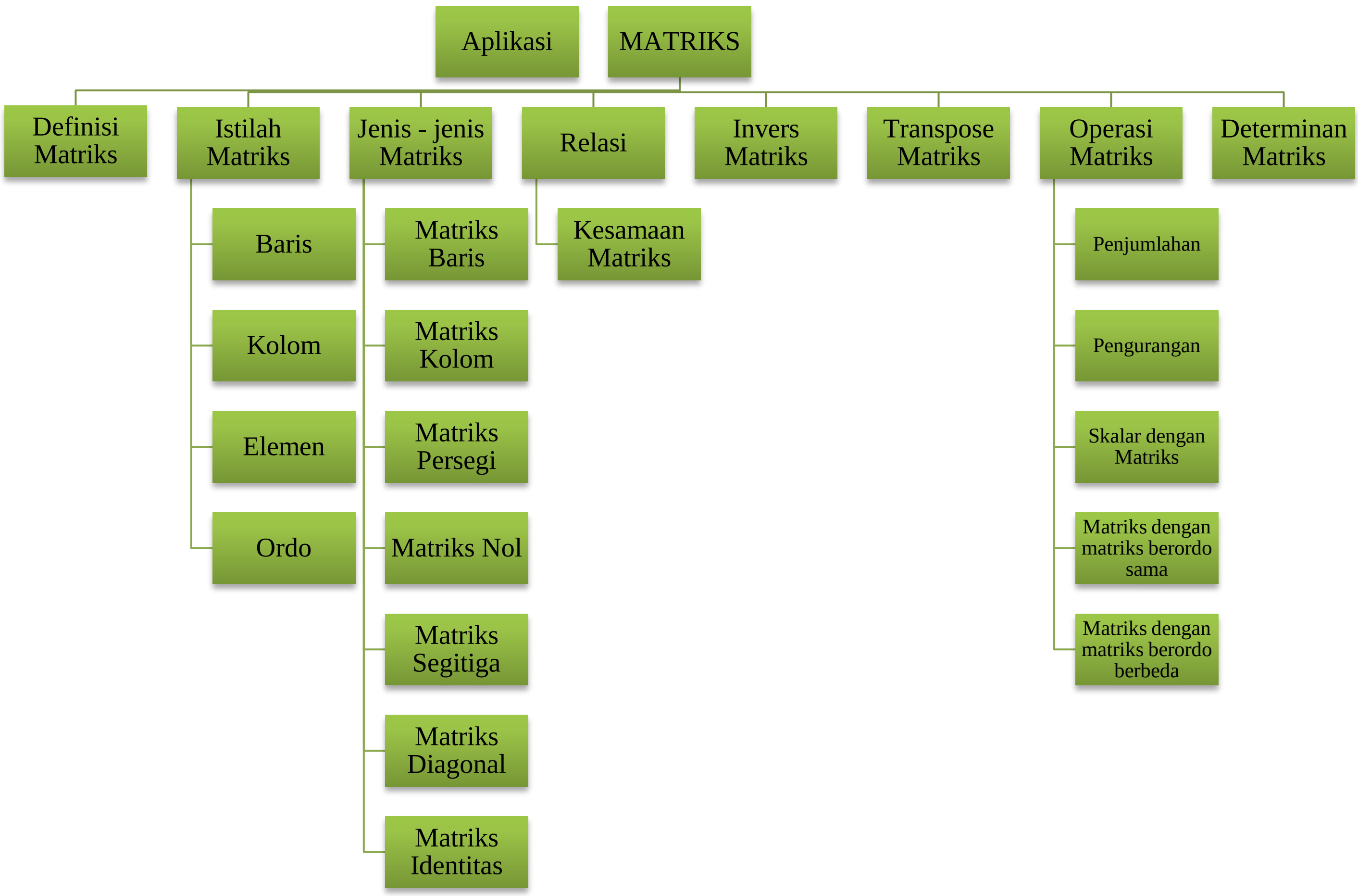
Selepas kontrak di Cambridge, Cayley menjadi tutor di Fellow of Trinity. Di samping itu dia juga melanjutkan beberapa penelitian tentang matematika. Bisa dibilang, matematika yang dipelajarinya hanya dengan modal bakat ilmiah. Dalam pendidikannya, Cayley sebenarnya adalah mahasiswa jurusan hukum. Bahkan dia juga pernah menjadi pengacara.

Profesi pengacara sendiri dijalani hanya sebatas rutinitas. Sementara ketekunannya tetap pada matematika. Ini dibuktikan dimana pada usia 17 tahun Cayley telah berhasil menemukan matriks. Cayley dinobatkan sebagai penemu matriks dalam matematika. Selain itu, Cayley juga dikenal dengan Teorema Cayley.

Ditahun 1862 Cayley diterima untuk menjadi pengajar matematika murni di Cambridge. Meskipun gaji pengajar jauh dibawah gaji sebelumnya yaitu menjadi pengacara, namun Cayley memilih jalan hidup menjadi seorang pengajar matematika. Tercatat lebih dari 900 makalah telah dibuat Cayley, membahas semua bidang mateematika, dari aljabar hingga trigonometri. Hingga akhirnya Dia wafat pada tahun 1985.

Pembelajaran yang dapat kita petik dari kehidupan Arthur Cayley, bahwa ketekunan kita dalam melakukan sesuatu yang kita cintai dan minati pasti akan membuahkan hasil yang bermanfaat bagi diri sendiri dan juga bagi orang-orang di sekitar kita. Serta Cayley juga menunjukkan kepada kita bahwa materi dalam bentuk uang bukanlah segala-galanya, karena dengan ilmu pengetahuan kita bahwa materi dalam bentuk uang bukanlah segala-galanya, karena dengan ilmu pengetahuan kita pun dapat menjadi seorang yang berguna bagi orang lain.

PETA KONSEP


Aplikasi
MATRIKS
Definisi Matriks
Istilah Matriks
Jenis - jenis Matriks
Relasi
Invers Matriks
Transpose Matriks
Operasi Matriks
Determinan Matriks
Baris
Kolom
Elemen
Ordo
Matriks Baris
Matriks Kolom
Matriks Persegi
Matriks Nol
Matriks Segitiga
Matriks Diagonal
Matriks Identitas
Kesamaan Matriks
Penjumlahan
Pengurangan
Skalar dengan Matriks
Matriks dengan matriks berordo sama
Matriks dengan matriks berordo berbeda

PENDAHULUAN

Matematika berasal dari bahasa latin *Manthanein* atau *Mathema* yang berarti “belajar atau hal yang dipelajari”. Sedangkan matematika di dalam bahasa belanda dikenal dengan sebutan *wiskunde* yang memiliki arti “ilmu pasti”. Jadi secara umum dapat diartikan bahwa matematika merupakan sebuah ilmu pasti yang berkenaan dengan penalaran.

Minimnya pemahaman siswa terhadap konsep matematika menimbulkan kesulitan dalam menyelesaikan soal matematika tidak hanya disebabkan oleh siswa itu sendiri, tetapi didukung juga oleh ketidak mampuan guru menciptakan situasi yang dapat membuat siswa tertarik pada pelajaran matematika.

Dalam pembelajaran di Sekolah Menengah Kejuruan (SMK), matriks merupakan materi yang harus dipelajari karena materi ini selalu muncul dalam soal Ujian Nasional (UN), khusus untuk materi matriks ditemukan banyak kendala dalam mempelajarinya.

Tenaga pengajar (guru) menemui kendala dan hambatan dalam mengajarkan konsep Matriks. Apabila guru menerapkan materi yang telah direncanakan, maka sebagian siswa tidak dapat mengikuti dan memahami dengan baik materi tersebut, sehingga pada saat diberikan soal-soal untuk diselesaikan, banyak diantara mereka yang kurang mampu atau mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal-soal tersebut.

Disini penulis akan memberikan materi yang berkaitan dengan pembahasan Matrik untuk memenuhi tugas Pembelajaran Matematika SMK.

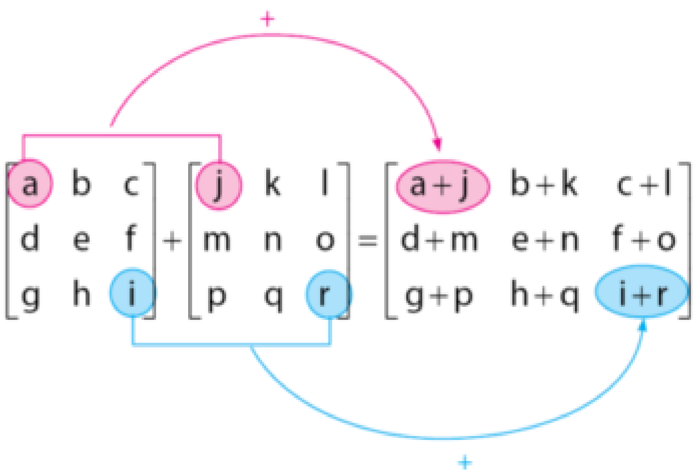
OPERASI ALJABAR MATRIKS

A. Operasi Penjumlahan

Operasi Penjumlahan pada matriks hanya dapat dilakukan apabila matriks – matriksnya mempunyai ordo sama.

Jumlah dua matriks A = (a_{ij}) dan B=(b_{ij}) adalah sebuah matriks baru C= (c_{ij}) yang berordo sama, yaitu elemen-elemennya merupakan hasil penjumlahan atau hasil pengurangan elemen-elemen matriks A dan B.

Cara penjumlahan matriks , yaitu:



Atau

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 & a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 & a_4 + b_4 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat Operasi Penjumlahan Matriks

Komutatif

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}=\mathbf{B}+\mathbf{A}$$

Asosiatif

$$(\mathbf{A}+\mathbf{B})+\mathbf{C}=\mathbf{A}+(\mathbf{B}+\mathbf{C})=\mathbf{A}+\mathbf{B}+\mathbf{C}$$

Matriks nol adalah **matriks identitas** penjumlahan, sehingga berlaku

$$\mathbf{A}+0=0+\mathbf{A}=\mathbf{A}$$

Matrik identitas pada operasi hitung penjumlahan matriks –**A**.

$$\mathbf{A}+(-\mathbf{A})=(-\mathbf{A})+\mathbf{A}=0$$

Contoh Soal 2 :

Diketahui matriks A = $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$, matriks B = $\begin{bmatrix} 11 & -3 \\ -7 & 9 \end{bmatrix}$. Hitung A + B!

Jawab:

$$A + B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 11 & -3 \\ -7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+11 & 5+(-3) \\ 7+(-7) & 2+9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 2 \\ 0 & 11 \end{bmatrix}$$

Diketahui $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$ dan $O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Tunjukkan : a. A + (-A) = (-A) + A = O

b. A + O = O + A = A

Jawab : a. $A + (-A) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$(-A) + A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

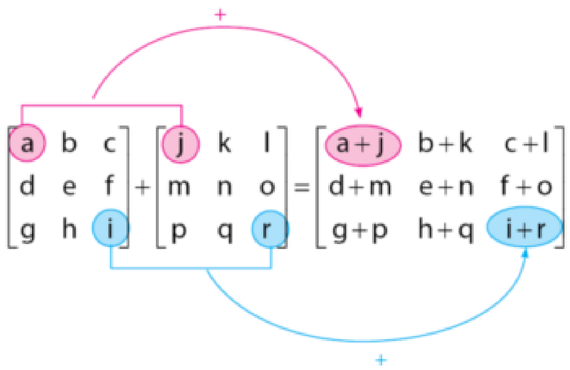
b. $A + O = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$O + A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

B. Operasi Pengurangan

Pengurangan dua matriks harus memiliki ordo sama. Hasil pengurangan dua matriks A = (a_{ij}) dan B=(b_{ij}) adalah sebuah matriks baru C= (c_{ij}) yang berordo sama, yaitu elemen-elemennya merupakan hasil pengurangan elemen-elemen matriks A dan B.

Cara melakukan pengurangan pada matriks



Atau

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 - b_1 & a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 & a_4 - b_4 \end{bmatrix}$$

Contoh Soal 1

Sebuah pabrik tekstil hendak menyusun tabel aktiva mesin dan penyusutan mesin selama 1 tahun yang dinilai sama dengan 10 % dari harga perolehan sebagai berikut:

Jenis Aktiva	Harga Perolehan (Rp)	Penyusutan Tahun I (Rp)	Harga Baku (Rp)
Mesin A Mesin B Mesin C	25.000.000 65.000.000 48.000.000	2.500.000 6.500.000 4.800.000	

Misalkan :

Harga perolehan merupakan matriks $A = \begin{pmatrix} 25.000.000 \\ 65.000.000 \\ 48.000.000 \end{pmatrix}$

Penyusutan tahun pertama merupakan matriks $B = \begin{pmatrix} 2.500.000 \\ 6.500.000 \\ 4.800.000 \end{pmatrix}$

Untuk mencari harga baku pada tabel tersebut adalah

$$A - B = \begin{pmatrix} 25.000.000 \\ 65.000.000 \\ 48.000.000 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2.500.000 \\ 6.500.000 \\ 4.800.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22.500.000 \\ 58.500.000 \\ 43.500.000 \end{pmatrix}$$

Contoh Soal 2:

Diketahui $A = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$. Hitung A – B!

Jawab:

$$A - B = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4-6 & 0-4 \\ 3-2 & 6-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Contoh Soal 3 :

Tentukan matriks A dari persamaan matriks berikut $A + \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

Jawab:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-4 & 4-6 \\ 3-1 & 1-(-4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

C. Operasi Perkalian Bilangan Real (Skalar) dengan Matriks

Jika A sebuah matriks dan k bilangan real maka hasil kali kA adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan masing-masing elemen matriks A dengan k.

$$K \times \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K \times a_1 & K \times a_2 \\ K \times a_3 & K \times a_4 \end{bmatrix}$$

Contoh Soal :

Jika diketahui K = 4 dan matriks $A = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$. Hitung $K \times A$!

Jawab :

$$K \times A = 4 \times \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\times6 & 4\times0 \\ 4\times(-3) & 4\times7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 & 0 \\ -12 & 28 \end{bmatrix}$$

Sifat-Sifat Perkalian Skalar

Misalkan a dan b skalar, D dan H matriks sebarang dengan ordo sama, maka berlaku sifat-sifat sebagai berikut

1. aD + aH = a(D + H)
2. aD + bD = (a + b)D
3. a(bD) = (ab)D

D. Latihan Soal 1

1. Diketahui matriks :

   $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$. Hitung :

   a. B + C
   b. C + B
   c. Dari a dan b, apa kesimpulannya?

2. Tentukan hasil penjumlahan dari matriks berikut :

   a. $\begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} 6 & -8 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

3. Tentukan hasil pengurangan dari matriks berikut :

   a. $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} x & y \\ -x & 3y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4x & 4y \\ 3x & -y \end{bmatrix}$

4. Diketahui : $A = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

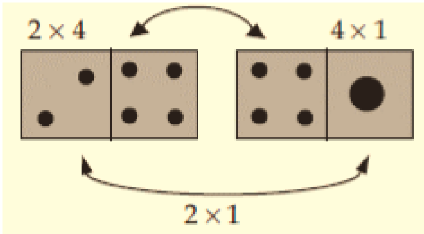
   Hitung :

   a. A – B c. (A + B) – C
   b. A – (D – B) d. (A – B) + (C – D)

5. Diketahui penjumlahan matriks : $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c & b \\ d & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 14 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$. Nilai a, b, c, dan d berturut-turut adalah ....

E. Operasi Perkalian Matriks dengan Matriks Berordo Sama

Pernahkah anda bermain kartu domino? Bagaimana memasangkan kartu tersebut dalam permainan? Agar selembar kartu domino dapat dipasangkan dengan kartu domino yang lain, jumlah mata bagian kanan kartu tersebut harus sama dengan jumlah mata dadu bagian kiri kartu pasangan?



Prinsip pemasangan kartu domino ini dapat kita gunakan untuk memahami syarat-syarat perkalian dua matriks, yaitu:

"Sebuah matriks A dapat dikalikan dengan matriks B jika banyak kolom matriks A sama dengan banyak baris matriks B"

Dua matriks A dan B dapat dikalikan jika jumlah kolom matriks A (matriks kiri) sama dengan jumlah baris matriks B (matriks kanan).

Untuk perkalian matriks berordo sama, hanya bisa dilakukan apabila matriks tersebut adalah matriks persegi

Misalnya matriks berordo 2 x 2, maka

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} k & l \\ m & n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ak+bm & al+bn \\ ck+dm & cl+dn \end{pmatrix}$$

Contoh Soal 1 :

A = $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, hitung $A \times B$!

Jawab:

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2\times6+4\times3 & 2\times2+4\times1 \\ 3\times6+6\times3 & 3\times2+6\times1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12+12 & 4+4 \\ 18+18 & 6+6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 24 & 8 \\ 36 & 12 \end{bmatrix}$$

Contoh Soal 2 :

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \end{bmatrix}$

Jawab

A berordo 1 x 2 dan B berordo 1 x 2, karena **banyak kolom pada matriks A tidak sama dengan banyak baris pada matriks B maka soal tidak bisa dioperasikan**

F. Latihan Soal 2

1. Jika $A = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$, dan $B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$

   Hitung :

   a. $A \times B$

   b. $2(A + B)$

2. $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$=….

G. Operasi Perkalian Matriks dengan Matriks Berordo Berbeda

Perkalian matriks A dan B dituliskan AB terdefinisi hanya jika banyaknya baris matriks B sama dengan banyaknya kolom

matriks A.

Matriks $A_{m\times n} \times B_{n\times p} = C_{m\times p}$

Ordo hasil perkalian

1. Jika matriks $A_{1\times 2} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \end{bmatrix}$ dan matriks $B_{2\times 2} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix}$

Maka $A \times B = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} a_1 \times b_1 + a_2 \times b_3 & a_1 \times b_2 + a_2 \times b_4 \end{bmatrix}$

2. Jika matriks $A_{2\times 2} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}$ dan matriks $B_{2\times 2} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix}$

Maka $\mathrm{A} \times \mathrm{B} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} a_1 \times b_1 + a_2 \times b_3 & a_1 \times b_2 + a_2 \times b_4 \\ a_3 \times b_1 + a_4 \times b_3 & a_3 \times b_2 + a4 \times b_4 \end{bmatrix}$

Contoh soal 1:

Diketahui matriks $\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \end{bmatrix}$, $\mathrm{B} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$. Hitung $\mathrm{A} \times \mathrm{B}$!

Jawab :

$\mathrm{A} \times \mathrm{B} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2\times(-1)+(-3)\times 3 & 2\times 2+(-3)\times 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -2-9 & 4-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & 1 \end{bmatrix}$

Jika setiap matriks berikut dapat dioperasikan di mana a adalah konstanta, maka berlaku sifat-sifat berikut.

- P + Q = Q + P
- (P + Q) + R = P + (Q + R)
- P(Q+ R) = PQ + PR
- (P + Q)R = PR + QR
- P(Q - R) = PQ - PR
- (P - Q)R = PQ - QR
- a(P + Q) = aP + aQ
- a(P - Q) = aP - aQ
- (a + b)P = aP + bP
- (a - b)P = aP - bP
- (ab)P = a(bP)
- a(PQ) = (aP)Q = P(aQ)
- (PQ)R = P(QR)

H. Latihan Soal 3

1. Tentukan hasil perkalian dari matriks – matriks berikut :

a. $\begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} a & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ -2a \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

e. $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

RANGKUMAN MATERI

1. Matriks adalah susunan suatu kumpulan bilangan dalam bentuk persegi panjang yang diatur menurut baris dan kolom.
2. Baris sebuah matriks adalah susunan bilangan-bilangan yang mendatar dalam matriks.
3. Kolom sebuah matriks adalah susunan bilangan-bilangan yang tegak dalam matriks.
4. **Operasi Pada Matriks**

   a. Penjumlahan dan Pengurangan

   - Syarat : ordo harus sama
   - Entry yang bersesuaian di operasikan.

   b. Perkalian dengan skalar

   Masing masing entry dikalikan dengan skalar

   c. Perkalian Matriks degan Matriks

   - Syarat : $A_{(m \times n)} B_{(n \times p)} = C_{(m \times p)}$
   - Baris ke-i kalikan dengan kolom ke-j (element seletak), kemudian jumlahkan

EVALUASI

A. SOAL PILIHAN GANDA

1. Diketahui A = $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$ dan B = $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, nilai A – 2B adalah …

a. $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$

e. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

2. Jika A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, dan C = $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, maka bentuk yang paling sederhana dari (A + C) – (A + B) adalah

a. $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

e. $\begin{bmatrix} 7 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

3. Jika A = $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, dan B = $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, maka matrik A.B adalah

a. $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} -4 & 6 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 2 & -3 & -3 \\ 4 & -4 & 0 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -4 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

e. $\begin{bmatrix} 6 & -3 & 3 \\ 14 & 7 & 9 \\ -9 & 5 & -3 \end{bmatrix}$

4. Jika matriks A = $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$, maka A^2 adalah

a. $\begin{bmatrix} 4 & 9 \\ 16 & 25 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 8 & 10 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 16 & 21 \\ 28 & 37 \end{bmatrix}$

e. $\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 16 & 25 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 16 & 21 \\ 16 & 25 \end{bmatrix}$

5. Diketahui A = $\begin{bmatrix} 2 & k \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, dan C = $\begin{bmatrix} -1 & -8 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$. Jika AB = C, maka nilai *k* yang memenuhi adalah

a. 4
b. 2
c. 1
d. -1
e. -2

6. Diketahui A = $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, dan B = $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, dan X matriks berordo (2 x 2) yang memenuhi persamaan matriks 2A – B + x = 0, maka x sama dengan ...

a. $\begin{bmatrix} 6 & -1 \\ -5 & 6 \end{bmatrix}$
b. $\begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 5 & -6 \end{bmatrix}$
c. $\begin{bmatrix} 6 & -1 \\ -5 & -6 \end{bmatrix}$
d. $\begin{bmatrix} -6 & -1 \\ -5 & -6 \end{bmatrix}$
e. $\begin{bmatrix} -6 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$

7. Diketahui A = $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, dan B = $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, maka nilai A – 2B = ...

a. $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$
b. $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$
c. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$
d. $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$
e. $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

8. .Jika A = $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, dan C = $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ maka A(B – C) = ...

a. $\begin{bmatrix} -5 & -14 \\ 10 & 18 \end{bmatrix}$
b. $\begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 10 & 6 \end{bmatrix}$
c. $\begin{bmatrix} 1 & -16 \\ -2 & 22 \end{bmatrix}$
d. $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$
e. $\begin{bmatrix} -7 & 10 \\ -10 & 20 \end{bmatrix}$

9. Diketahui A = $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, dan C = $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$. Nilai AB – C = ...

a. $\begin{bmatrix} -4 & 5 \\ -7 & 8 \end{bmatrix}$
d. $\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 12 & 13 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

e. $\begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 7 & -8 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} -5 & -8 \\ -12 & -13 \end{bmatrix}$

10. Diketahui matrik K = $\begin{bmatrix} 2a & b & c \\ \frac{1}{2}d & d & -6 \end{bmatrix}$ dan matriks L = $\begin{bmatrix} 4 & 3a & -2b \\ 6x & -2c & -b \end{bmatrix}$. Jika matriks K = L,

maka nilai x = ...

a. -6

d. 2

b. -4

e. 6

c. -2

B. SOAL URAIAN

1. Jika matriks A = $\begin{bmatrix} 2x & 4 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ x & 3y \end{bmatrix}$, C = $\begin{bmatrix} z & 1 \\ 3 & x+y \end{bmatrix}$

   Jika A – B = 2C, maka akan diperoleh himpunan jawab $x, y, z =$ ......

2. Diketahui matriks :

   $$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \;,\; A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \;,\; B = \begin{bmatrix} 11 & -3 \\ -6 & 5 \end{bmatrix}$$

   Nilai $3A - B = \ldots$

3. Diketahui matriks M = $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$, N = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$

   Hasil perkalian $M \times N$ adalah …

DAFTAR PUSTAKA

https://syaifulhamzah.files.wordpress.com/2012/01/modul-matriks-smk-kelas-x.docx

https://idschool.net/sma/operasi-hitung-penjumlahan-pengurangan-perkalian-matriks/

https://www.wardayacollege.com/teknosains/arthur-cayley/

BIODATA PENULIS

Puput Sumarta Puri, lahir di Wonogiri, 11 Maret 1983, jenjang pendidikan Sekolah Dasar di SDN 1 Jatisrono, MTs PPMI Assalaam Surakarta, SMU Negeri 2 Wonogiri. Melanjutkan kuliah di Universitas Muhammadiyah Surakarta. Dan sekarang menjadi staf pengajar di SMK Ibu S. Soemoharmanto Jatipurno Wonogiri.

Penulis saat ini melaksanakan Pendidikan Profesi Guru (PPG) Dalam Jabatan Angkatan 1 Universitas Sarjanawiyata Tamansiswa dan Modul ini adalah sebagai pemenuhan tugas penyusunan bahan ajar. Semoga dengan penyusunan bahan ajar ini mampu memberikan kontribusi positif bagi dunia pendidikan.

Akhir kata penulis mengucapkan rasa syukur yang sebesar-besarnya atas terselesainya bahan ajar matematika OPERASI MATRIKS untuk SMK tingkat XI
Terima Kasih.