

TUGAS PPG DALAM JABATAN 2020 TAHAP I

BAHAN AJAR

MATA PELAJARAN : MATEMATIKA
SATUAN PENDIDIKAN : SMK NAWA BHAKTI KEBUMEN
KELAS : XI
MATERI POKOK : PERSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT



DISUSUN OLEH :
VISCARIA MUFTIANA, S.Pd

UNIVERSITAS WIDYA DHARMA
KLATEN
2020



**HANDOUT
MATEMATIKA
III**

**PERSAMAAN
DAN
FUNGSI KUADRAT**



**BY; VISCARIA
MUFTIANA**



KATA PENGANTAR

Puji syukur kita panjatkan kehadirat Allah SWT , atas berkat dan rahmatnya sehingga Modul matematika dengan materi Persamaan dan Fungsi Kuadrat ini dapat kita gunakan untuk pembelajaran. Modul ini dibuat untuk memenuhi kebutuhan belajar bagi para siswa SMK Kelas XI dan sebagai pelengkap bagi Guru Matematika. Setiap kompetensi yang ada di dalam buku ini disampaikan dengan cara yang mudah dipahami oleh para siswa. Untuk mempelajari modul ini, Anda harus mengingat kembali beberapa materi penting yang pernah Anda pelajari waktu di SMP. Sebagai contoh materi tentang bentuk kuadrat sempurna, penarikan akar, menyederhanakan bentuk akar, sumbu simetri, dan titik balik fungsi kuadrat, definit positif dan definit negatif, serta menyelesaikan sistem persamaan linier dua variabel dengan metode eliminasi. Hal ini akan sangat membantu keberhasilan Anda dalam mempelajari modul ini.

Cakupan materi modul ini meliputi pengertian, pemahaman, dan ketrampilan. Oleh karena itu, selain dijelaskan tentang pengertian, juga diberikan contoh-contoh soal, uji kompetensi, tugas dan rangkuman. Keseriusan Anda dalam mempelajari modul ini menjadi kunci keberhasilan Anda. Pemahaman Anda terhadap materi modul ini akan bermanfaat untuk mempelajari matematika di tingkat yang lebih tinggi maupun dalam mata pelajaran lain, seperti fisika, teknik, dan ekonomi. Kompetensi dasar dari materi modul ini adalah melakukan manipulasi aljabar dalam perhitungan teknis yang berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat.

Di bagian akhir kompetensi ini diberikan tes formatif yang soalnya berbentuk pilihan ganda mengacu kepada kompetensi yang ada pada modul. Setelah mempelajari materi ini, melalui kegiatan pembelajaran menggunakan model *Problem Based Learning* yang dipadukan dengan metode diskusi kelompok, tanya jawab, dan penugasan, peserta didik diharapkan mampu:

1. Menentukan akar – akar persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan, melengkapkan kuadrat sempurna, dan menggunakan rumus ABC;
2. Menentukan jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat;
3. Menerapkan konsep dan strategi pemecahan masalah yang relevan berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat;

dengan rasa ingin tahu, tanggung jawab, disiplin, jujur, bersikap santun, percaya diri dan pantang menyerah serta memiliki sikap responsif (berpikir kritis) dan pro aktif, serta mampu berkomunikasi dan bekerjasama dengan baik.

Kritik dan saran selalu saya harapkan dari para siswa, guru, dan pembaca yang budiman, demi perbaikan buku ini kedepan. Semoga amal ibadah kita diterima oleh Allah SWT. Aamiin.

Kebumen, September 2020

PENERAPAN PERSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT

STANDAR KOMPETENSI

Memecahkan masalah yang berkaitan dengan fungsi, persamaan dan fungsi kuadrat serta pertidaksamaan kuadrat

KOMPETENSI DASAR

3.19 Menentukan nilai variabel pada persamaan dan fungsi kuadrat

4.19 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat

INDIKATOR

- Membuat model matematika dari suatu masalah dalam matematika, mata pelajaran lain atau kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan persamaan atau fungsi kuadrat
- Menyelesaikan model matematika dari suatu masalah dalam matematika, mata pelajaran lain atau kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan persamaan atau fungsi kuadrat
- Menafsirkan penyelesaian masalah dalam matematika, mata pelajaran lain atau kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan persamaan atau fungsi kuadrat

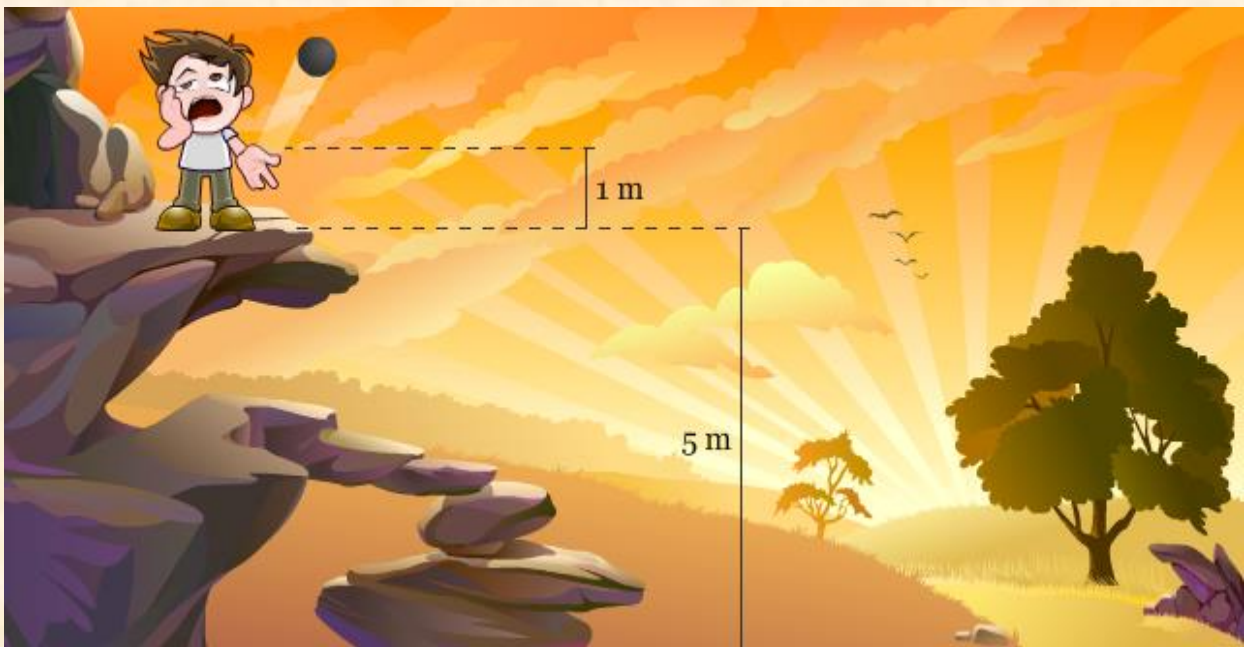
TUJUAN PEMBELAJARAN

Melalui model pembelajaran Problem Based Learning (PBL) model diskusi dengan aplikasi gogle classroom dan Whatsaap, siswa dapat menerapkan konsep dan strategi pemecahan masalah yang relevan berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat; *dengan rasa ingin tahu, tanggung jawab, disiplin, jujur, bersikap santun, percaya diri dan pantang menyerah serta memiliki sikap responsif (berpikir kritis) dan pro aktif, serta mampu berkomunikasi dan bekerjasama dengan baik(karakter)*

MATERI

PENERAPAN PERSAMAAN KUADRAT DAN FUNGSI KUADRAT

Dalam kehidupan sehari-hari, seringkali kita jumpai persoalan atau perhitungan yang berkaitan dengan materi persamaan dan fungsi kuadrat. Sebelumnya kalian sudah mengenal tentang persamaan kuadrat, bagaimana menghitung akar akar persamaan kuadrat, menghitung hasil kali akar persamaan kuadrat. Kalian juga sudah mempelajari tentang fungsi kuadrat. Agar kalian lebih memahami materi tentang materi persamaan dan fungsi kuadrat khususnya dalam permasalahan kontekstual, perhatikan gambar berikut ini.:



Perhatikan Gambar

Dari gambar diatas terlihat gambar seorang anak berdiri di atas tebing yang memiliki ketinggian 5 m dari permukaan tanah, melempar bola ke atas dengan kecepatan awal 20 m/s (anggap bola dilepaskan ketika berada 1 m diatas permukaan tebing dimana anak tersebut berdiri). Nah, bagaimana cara mencari tinggi bola selang berapa beberapa waktu setelah dilempar ? Dan membutuhkan waktu berapa lama agar bola tersebut sampai di permukaan tanah?



Bagaimana cara
mencarinya ??????????

Agar dapat menyelesaikan masalah tersebut, kita perlu mempelajari kembali materi yang sudah diajarkan sebelumnya yaitu mengenai persamaan dan fungsi kuadrat.

✚ Aplikasi Persamaan Kuadrat dalam kehidupan Sehari hari

Untuk menyelesaikan soal cerita yang berbentuk persamaan kuadrat, kita harus cermat dalam menganalisa maksud yang terkandung dalam cerita tersebut, karena sebuah kalimat terkadang memiliki beberapa arti yang berlawanan. Berikut ini adalah langkah-langkah menyelesaikan persoalan matematika yang berbentuk persamaan kuadrat.

#1 Misalkan bilangan-bilangan dalam soal cerita dengan variabel tertentu, misal x atau y .

#2 Ubah kalimat dalam soal cerita menjadi persamaan matematika

#3 Tentukan akar dari persamaan yang terbentuk dari langkah 2.

Agar lebih jelas dalam memahami tiga langkah mudah diatas, silahkan kalian simak secara seksama beberapa contoh soal cerita di bawah ini :

Contoh Soal #1

Selisih tiga kali kuadrat suatu bilangan dengan tiga belas kali bilangan itu sama dengan negatif 4. Maka tentukanlah bilangan tersebut.

Jawab :

Langkah pertama yang diperlukan adalah kita harus mampu menjelaskan bahwa karakteristik masalah dalam soal mempunyai model matematika berbentuk persamaan kuadrat. Setelah kita mampu menjelaskan bahwa karakteristik masalahnya berkaitan dengan model matematika yang berbentuk persamaan kuadrat, maka gunakan tiga langkah di atas.

#1 Misalkan bilangan itu adalah x .

#2 Berdasarkan ketentuan pada soal, kita peroleh hubungan sebagai berikut.

$$3x^2 - 13x = -4$$

#3 Kemudian kita tentukan akar-akar persamaan kuadrat tersebut dengan menggunakan metode pemfaktoran sebagai berikut.

$$3x^2 - 13x = -4$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 13x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x - 1)(x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1/3 \text{ atau } x = 4$$

Dengan demikian, bilangan yang dimaksud adalah $1/3$ atau 4 .

Contoh Soal #2

Jumlah dua buah bilangan sama dengan 30. Jika hasil kali kedua bilangan itu sama dengan 200, tentukanlah bilangan tersebut.

Jawab

Misalkan bilangan-bilangan itu adalah x dan y , maka $x + y = 30$ atau $y = 30 - x$. berdasarkan ketentuan dalam soal, kita peroleh hubungan sebagai berikut.

$$x \cdot y = 200$$

$$\Leftrightarrow x(30 - x) = 200$$

$$\Leftrightarrow 30x - x^2 = 200$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 30x + 200 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 10)(x - 20) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 10 \text{ atau } x = 20$$

Untuk $x = 10$ diperoleh $y = 30 - 10 = 20$

Untuk $x = 20$ diperoleh $y = 30 - 20 = 10$

Jadi bilangan yang dimaksud adalah 10 dan 20

Contoh Soal #3

Dari tahun 1995 sampai 2002, banyaknya pelanggan telepon genggam N (dalam juta orang) dapat dimodelkan oleh persamaan $N = 17,4x^2 + 36,1x + 83,3$, dengan $x = 0$ merepresentasikan tahun 1995 [Sumber: Data dari 2005 Statistical Abstract of the United States, Tabel 1.372, hal. 870]. Pada tahun berapa banyaknya pelanggan telepon genggam mencapai angka 3.750 juta?

Pembahasan Dari soal diketahui bahwa $N = 17,4x^2 + 36,1x + 83,3$ dan kita diminta untuk menentukan tahun ketika banyaknya pelanggan telepon genggam mencapai 3.750 juta. Dengan kata lain, kita diminta untuk menentukan nilai $1995 + x$ ketika $N = 3.750$.

$$\begin{aligned}
3.750 &= 17,4x^2 + 36,1x + 83,3 \\
\Leftrightarrow 0 &= 17,4x^2 + 36,1x - 3.666,7 \\
x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
&= \frac{-36,1 \pm \sqrt{(36,1)^2 - 4(17,4)(-3.666,7)}}{2(17,4)} \\
&= \frac{-36,1 \pm \sqrt{256.505,53}}{34,8} \\
x &\approx 13,52 \quad \text{atau} \quad x = -15,59
\end{aligned}$$

✚ Aplikasi Fungsi Kuadrat dalam Kehidupan Sehari hari

Dalam kehidupan sehari- hari seringkali kita jumpai persoalan atau perhitungan yang berkaitan dengan fungsi kuadrat. Nilai ekstrim (maksimum minimum) memiliki peran penting dalam memecahkan masalah yang berhubungan dengan fungsi kuadrat. Dalam kehidupan sehari – hari, nilai maksimum atau nilai minimum diungkapkan dengan menggunakan kata yang berbeda beda misalnya :

- kata-kata terjauh, terbesar, tertinggi, terpanjang, terluas, dan lain sebagainya dapat dihubungkan dengan pengertian nilai maksimum fungsi kuadrat.
- Kata-kata terdekat, terkecil, terendah, terpendek, tersempit, dan lain sebagainya dapat dihubungkan dengan pengertian nilai minimum fungsi kuadrat.

Jika dalam sebuah masalah memuat kata kata seperti diatas, maka hal ini merupakan indikator bahwa masalah tersebut dapat dipecahkan sengan menggunakan model matematika berbentuk fungsi kuadrat.

Langkah – langkah pemecahan masalah berikutnya adalah sebagai berikut :

- Nyatakan besaran yang ada dalam masalah sebagai variabel (dilambangkan dengan huruf huruf) untuk mendapatkan hubungan atau ekspresi matematikanya.
- Rumuskan fungsi kuadrat yang merupakan model matematika dari masalah
- Tentukan penyelesaian dari model matematika fungsi kuadrat yang diperoleh pada langkah 2
- Tafsirkan hasil- hasil yang diperoleh pada langkah 3 terhadap masalah semula.

Agar kalian lebih memahami tentang bagaimana caranya menerapkan fungsi kuadrat dalam menyelesaikan persoalan matematika yang berkaitan dengan fungsi kuadrat tersebut, simaklah beberapa contoh soal dan pembahasan berikut ini :

Contoh Soal #1

Jumlah panjang sisi tegak dari suatu segitiga siku-siku sama dengan 16 cm. Hitunglah luas terbesar dari segitiga tersebut.

Jawab

Dari pertanyaan “hitunglah luas *terbesar* dari segitiga tersebut” merupakan indikator bahwa masalah ini berkaitan dengan persoalan matematika yang berbentuk fungsi kuadrat. Selanjutnya dengan menggunakan langkah-langkah yang telah diuraikan di atas, soal tersebut dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut.

Menyatakan besaran sebagai variabel

Misalkan panjang sisi-sisi tegak itu adalah x cm dan y cm, sehingga diperoleh hubungan sebagai berikut.

$$x + y = 16 \text{ atau } y = 16 - x$$

Merumuskan fungsi kuadrat

Jika luas segitiga itu dilambangkan dengan L , maka L dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$L(x) = \frac{1}{2} x \cdot y$$

$$L(x) = \frac{1}{2} x(16 - x)$$

$$L(x) = -\frac{1}{2} x^2 + 8x$$

Model matematika yang diperoleh adalah fungsi kuadrat yaitu

$$L(x) = -\frac{1}{2} x^2 + 8x$$

Menentukan penyelesaian dari fungsi kuadrat

Fungsi kuadrat $L(x) = -\frac{1}{2} x^2 + 8x$ memiliki koefisien-koefisien $a = -\frac{1}{2}$, $b = 8$ dan $c = 0$. Karena $a < 0$, maka fungsi kuadrat mencapai nilai maksimum. Nilai maksimum tersebut dapat dihitung dengan menggunakan persamaan koordinat titik puncak atau titik balik fungsi kuadrat sebagai berikut.

$$L = \frac{b^2 - 4ac}{-4a}$$

$$L = \frac{64}{-4(-\frac{1}{2})}$$

$$L = 32$$

Menafsirkan hasil

Dengan demikian, luas terbesar segitiga itu adalah $L = 32 \text{ cm}^2$.

Contoh Soal #2

Seutas kawat memiliki panjang 40 cm. Kawat tersebut dibentuk menjadi persegi panjang dengan panjang x cm dan lebar y cm. Luas persegi panjang dinyatakan sebagai L (cm^2)

- Nyatakan L sebagai fungsi x
- Carilah luas persegi panjang yang terbesar

Jawab :

a) Panjang kawat = keliling persegi panjang = 40

Keliling persegi panjang = $2(\text{panjang} + \text{lebar})$

$$2(x + y) = 40$$

$$x + y = 20$$

$$y = 20 - x$$

Luas persegi panjang $L = x \cdot y$

$$L = x(20 - x)$$

$$L = -x^2 + 20x$$

Dengan demikian, L sebagai fungsi x adalah $L = -x^2 + 20x$

b) $L = -x^2 + 20x$ merupakan fungsi kuadrat dalam x dengan $a = -1$, $b = 20$ dan $c = 0$. Karena $a < 0$ maka fungsi kuadrat tersebut memiliki nilai maksimum yang dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut.

$$L = \frac{b^2 - 4ac}{-4a}$$

$$L = \frac{(20)^2 - 4(-1)(0)}{-4(-1)}$$

$$L = 100$$

Dengan demikian, luas persegi panjang yang terbesar adalah $L = 100 \text{ cm}^2$.

RANGKUMAN

✚ Aplikasi Materi Persamaan Kuadrat dalam Kehidupan Sehari Hari

Untuk menyelesaikan soal cerita yang berbentuk persamaan kuadrat, kita harus cermat dalam menganalisa maksud yang terkandung dalam cerita tersebut, karena sebuah kalimat terkadang memiliki beberapa arti yang berlawanan. Berikut ini adalah langkah-langkah menyelesaikan persoalan matematika yang berbentuk persamaan kuadrat.

#1 Misalkan bilangan-bilangan dalam soal cerita dengan variabel tertentu, misal x atau y .

#2 Ubah kalimat dalam soal cerita menjadi persamaan matematika

#3 Tentukan akar dari persamaan yang terbentuk dari langkah 2.

✚ Aplikasi Materi Fungsi Kuadrat dalam Kehidupan Sehari – Hari

Dalam kehidupan sehari-hari seringkali kita jumpai persoalan atau perhitungan yang berkaitan dengan fungsi kuadrat. Nilai ekstrim (maksimum minimum) memiliki peran penting dalam memecahkan masalah yang berhubungan dengan fungsi kuadrat. Dalam kehidupan sehari – hari, nilai maksimum atau nilai minimum diungkapkan dengan menggunakan kata yang berbeda-beda misalnya :

- kata-kata terjauh, terbesar, tertinggi, terpanjang, terluas, dan lain sebagainya dapat dihubungkan dengan pengertian nilai maksimum fungsi kuadrat.
- Kata-kata terdekat, terkecil, terendah, terpendek, tersempit, dan lain sebagainya dapat dihubungkan dengan pengertian nilai minimum fungsi kuadrat.

Jika dalam sebuah masalah memuat kata-kata seperti di atas, maka hal ini merupakan indikator bahwa masalah tersebut dapat dipecahkan dengan menggunakan model matematika berbentuk fungsi kuadrat.

Langkah – langkah pemecahan masalah berikutnya adalah sebagai berikut :

- Nyatakan besaran yang ada dalam masalah sebagai variabel (dilambangkan dengan huruf-huruf) untuk mendapatkan hubungan atau ekspresi matematikanya.
- Rumuskan fungsi kuadrat yang merupakan model matematika dari masalah
- Tentukan penyelesaian dari model matematika fungsi kuadrat yang diperoleh pada langkah 2
- Tafsirkan hasil-hasil yang diperoleh pada langkah 3 terhadap masalah semula.

UJI KOMPETENSI

Kerjakan soal-soal dibawah ini dengan singkat dan tepat!

1. Diketahui $3x - y = 6$, hitunglah nilai minimum dari $x.y$.
2. Jumlah 2 bilangan sama dengan 100. tentukan hasil kali bilangan itu yang terbesar.
3. Tinggi h meter dari sebuah peluru yang ditembakkan vertikal ke atas setelah t detik dinyatakan dengan rumus $h = 42t - 3t^2$. Tentukan berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk mencapai tinggi maksimum dan berapa tinggi maksimum yang dicapai?
4. Jika keliling persegi panjang sama dengan 80 cm, tentukan luas maksimum persegi panjang tersebut.
5. Suatu partikel bergerak di sepanjang suatu garis lurus. Jaraknya s meter dari suatu titik O pada waktu t detik ditentukan oleh rumus $s = 25t - 5t^2$. tentukan jarak partikel itu pada saat 7 detik.

DAFTAR PUSTAKA

- Etsa Indra Irawan dan Cucun Cunayah. 2013. 1700 Bank Soal Matematika. Yrama Widya. Bandung.
- Sukino. 2014. Matematika SMA (Kurikulum 2013). Erlangga. Jakarta.
- Swaditya Rizki. 2015. Aljabar Elementer. FKIP. Universitas Muhammadiyah Metro
- Swaditya Rizki. 2012. Pemanfaatan Teknologi Komputer Untuk Pembelajaran Matematika Khususnya Persamaan Kuadrat. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan*. Universitas Muhammadiyah Metro. Hal. 171-176
- <https://www.mathsisfun.com/algebra/quadratic-equation-real-world.html>