

PERSAMAAN GARIS LURUS

Pendy Santoso

PPG DALJAB 2020 UMG

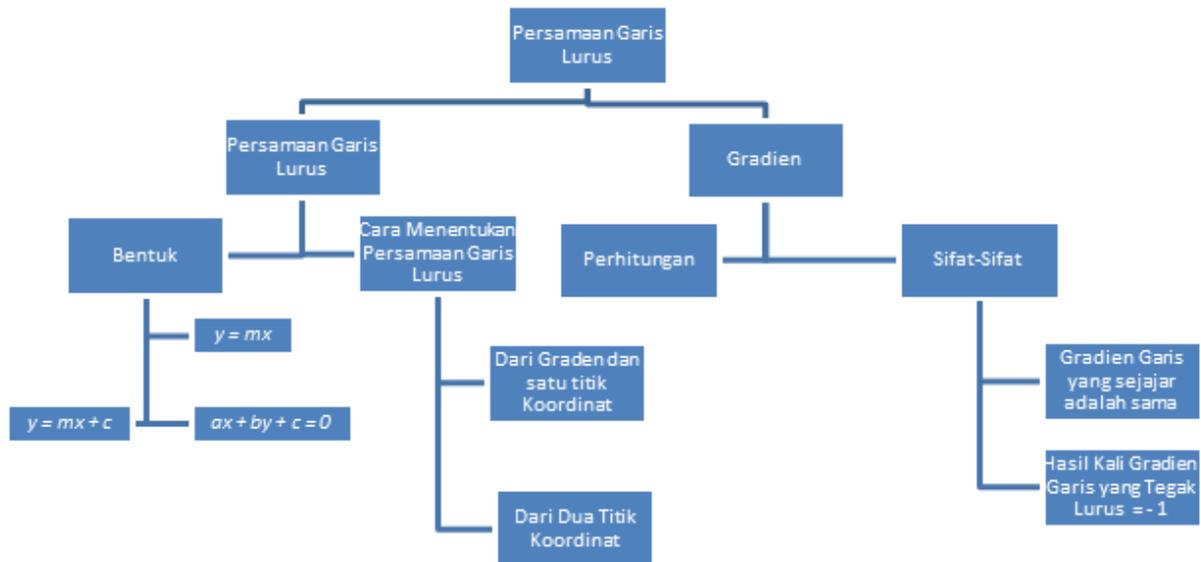
ixers

PERSAMAAN GARIS LURUS

Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar (KD)	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.4 Menganalisis fungsi linear (sebagai persamaan garis lurus) dan menginterpretasikan grafiknya yang dihubungkan dengan masalah kontekstual	3.4.1 Menganalisis fungsi linear sebagai persamaan garis lurus pada suatu permasalahan kontekstual 3.4.2 Menentukan gradient persamaan garis lurus 3.4.3 Menentukan persamaan garis lurus

Peta Konsep Persamaan Garis Lurus



A. Fungsi Linear sebagai Persamaan Garis Lurus

Masih ingatkah kalian tentang fungsi linear?

Masih ingatkah kalian bagaimana menentukan nilai fungsi?

Jika diketahui fungsi linear $f(x) = 2x - 5$, coba tentukan nilai $f(x)$ jika daerah asalnya adalah $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$, kemudian lengkapi tabel berikut!

Tabel 1

x	$f(x)$
-2	-9
-1	-7
0	-5
1	-3
2	-1

Untuk $x = -2 \rightarrow f(-2) = 2(-2) - 5 = -4 - 5 = -9$

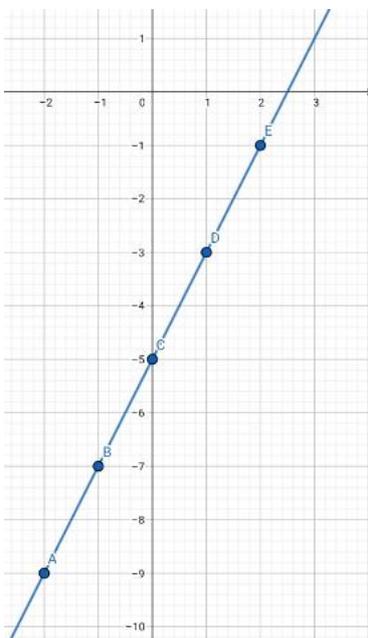
Untuk $x = -1 \rightarrow f(-1) = 2(-1) - 5 = -2 - 5 = -7$

Untuk $x = 0 \rightarrow f(0) = 2(0) - 5 = 0 - 5 = -5$

Untuk $x = 1 \rightarrow f(1) = 2(1) - 5 = 2 - 5 = -3$

Untuk $x = 2 \rightarrow f(2) = 2(2) - 5 = 4 - 5 = -1$

Dari tabel 1, diperoleh pasangan berurutan $(-2, -9)$, $(-1, -7)$, $(0, -5)$, $(1, -3)$, $(2, -1)$. Selesaian dari fungsi linear ini dapat kita gambarkan dalam sebuah grafik, yaitu sebagai berikut!



Grafik di atas merupakan grafik fungsi $f(x) = 2x - 5$.

Sehingga, berdasarkan grafiknya, fungsi linear merupakan persamaan garis lurus.

B. Gradien Garis Lurus

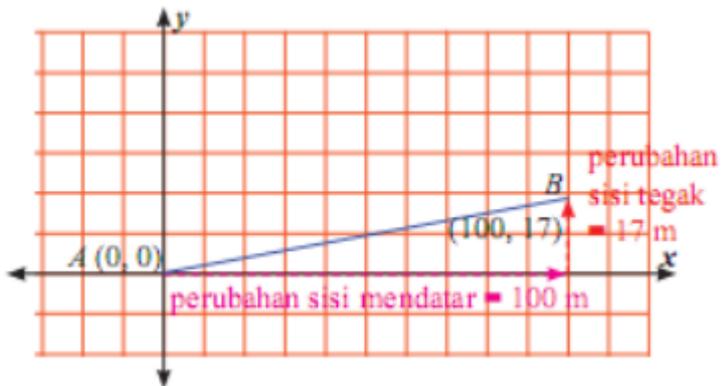
Perhatikan ilustrasi berikut!



Rambu pada gambar di samping menandakan jalan di depan mempunyai kemiringan 17%. Hal ini berarti untuk perubahan mendatar sejauh 100 m, terdapat perubahan secara vertikal sejauh 17 m.

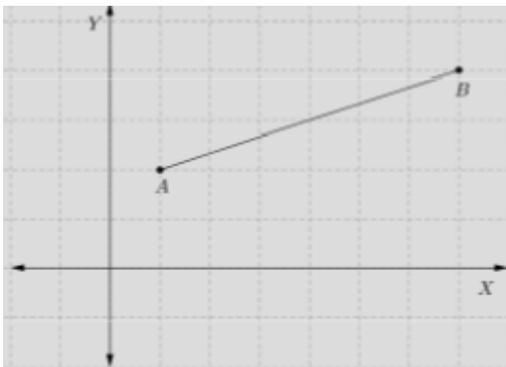
Dari gambar di samping, kita dapat menyatakan pergerakan kendaraan. Misalnya kemiringan jalan dari titik A ke titik B. Titik A dan B berkoordinat (0,0) dan (100,17)

Permasalahan dapat dibuat menjadi:



$$\text{Kemiringan garis AB} = \frac{\text{perubahan sisi tegak (vertikal)}}{\text{perubahan sisi mendatar (horizontal)}} = \frac{17}{100} = 0,17$$

Jika koordinat titik A adalah (x_1, y_1) dan koordinat titik B adalah (x_2, y_2) , maka dapat digambarkan sebagai berikut:



Dari grafik di atas, kita peroleh

$$\Rightarrow \text{Perubahan panjang sisi tegak} = y_2 - y_1$$

$$\Rightarrow \text{Perubahan panjang sisi mendatar} = x_2 - x_1$$

$$\Rightarrow \text{Jadi, kemiringan garis AB} = \frac{\text{perubahan panjang sisi tegak}}{\text{perubahan panjang sisi mendatar}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

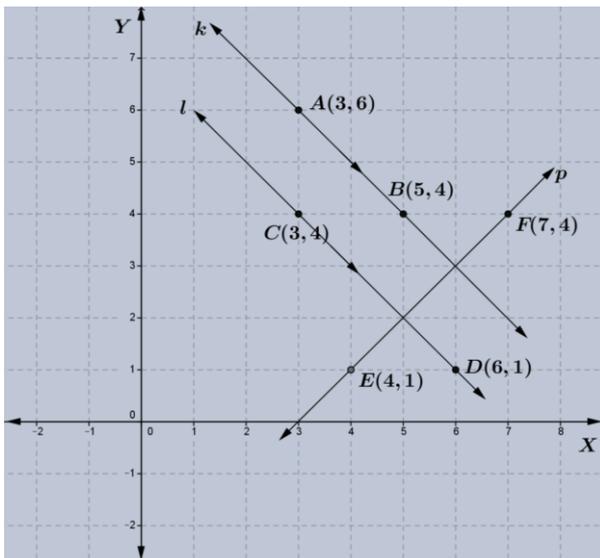
Jadi, dapat disimpulkan bahwa **kemiringan** atau **gradien garis lurus yang melalui dua titik** adalah

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Bagaimana dengan gradien dari dua garis yang saling sejajar dan gradien dua garis yang saling tegak lurus?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut, diskusikan masalah dibawah ini!

Diskusi 1



Pada gambar di atas, garis *k* melalui titik A (3, 6) dan titik B (5, 4). Garis *l* melalui titik C (3, 4) dan titik D (6, 1). Garis *p* melalui titik F (7, 4) dan titik E (1, 4). Garis $k // l \perp p$.

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini!

- a. Berapakah kemiringan garis *k*?

Jawab:

- b. Berapakah kemiringan garis *l*?

Jawab:

c. Berapakah kemiringan garis p ?

Jawab:

d. Apakah garis k dan l sejajar? Jelaskan!

Jawab:

e. Bagaimana kemiringan garis k dan l ?

Jawab:

f. Apa yang dapat kalian simpulkan mengenai kemiringan dua garis yang sejajar?

Jawab:

g. Apakah garis k dan p tegak lurus? Jelaskan!

Jawab:

h. Apakah kemiringan garis k dan p sama?

Jawab:

i. Misalkan kemiringan garis $k = m_1$ dan kemiringan garis $p = m_2$, berakaha hasil kali gradien kedua garis?

Jawab:

j. Apa yang dapat kalian simpulkan mengenai kemiringan dua garis yang tegak lurus?

Jawab:

k. Tuliskan kesimpulan tentang gradien dua garis yang saling sejajar dan dua garis yang saling tegak lurus!

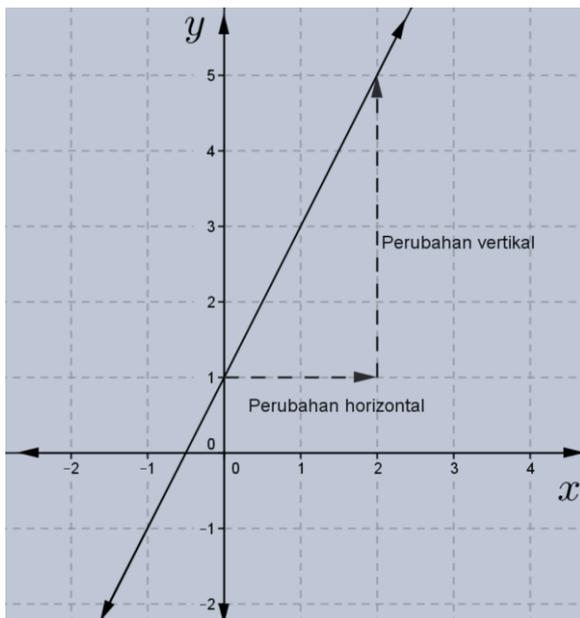
Jawab:

C. Menentukan Persamaan Garis Lurus

1. Persamaan garis lurus dan gradiennya

Perhatikan gambar berikut!

Persamaan $y = 2x + 1$ adalah contoh persamaan garis lurus. Jika grafik persamaan tersebut digambar dalam koordinat Cartesius maka diperoleh sebagai berikut.



Dari grafik di atas, diperoleh

kemiringan persamaan $y = 2x + 1$ adalah

$$m = \frac{\text{perubahan panjang sisi tegak (vertikal)}}{\text{perubahan panjang sisi mendatar (horizontal)}} = \frac{4}{2} = 2$$

Berpotongan dengan sumbu-y di titik (0,1)

Perhatikan bahwa kemiringan garis sama dengan koefisien x pada persamaan $y = 2x + 1$. Begitu juga titik potong sumbu- y sama dengan ordinat titik potong sumbu- y . Jadi dapat disimpulkan bahwa **bentuk umum persamaan garis lurus** adalah sebagai berikut.

$$y = mx + c \quad (\text{bentuk eksplisit})$$

atau

$$mx - y + c = 0 \quad (\text{bentuk implisit})$$

Keterangan:

m = kemiringan

c = konstanta

m, c bilangan real

2. Menentukan persamaan garis lurus jika diketahui gradien dan konstanta

Telah kita ketahui bahwa bentuk persamaan garis lurus adalah $y = mx + c$ dengan m adalah kemiringan dan c adalah konstanta yang merupakan titik potong sumbu- y .

Dari bentuk umum persamaan garis lurus tersebut, kita dapat dengan mudah menentukan persamaan garis lurus jika diketahui kemiringan m dan konstanta c , yaitu dengan mensubstitusikan nilai m dan c yang diketahui ke dalam bentuk umum persamaan garis lurus.

Contoh:

Tentukan persamaan garis lurus yang memiliki gradien 3 dan memotong dengan sumbu- y di $(0, -4)$.

Jawab:

Diketahui:

$$m = 3$$

titik potong dengan sumbu- y di $(0, -4)$ ini berarti konstanta $(c) = -4$

Dengan demikian

$$y = mx + c$$

$$y = 3x - 4 \quad (\text{substitusikan nilai } m \text{ dan } c)$$

Jadi, persamaan garis lurus yang dimaksud adalah $y = 3x - 4$

3. Menentukan persamaan garis lurus jika diketahui gradien dan sebuah titik pada garis

Sebuah garis lurus memiliki kemiringan 2 dan melalui titik $(6, 7)$. Tentukan bentuk persamaan garis lurus tersebut.

Misal $P(x, y)$ adalah sebarang titik pada garis. Oleh karena kemiringan garis yang melalui titik $(6, 7)$ dan $P(x, y)$ adalah 2 , sehingga

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{tuliskan rumus kemiringan}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{y-7}{x-6} \quad \text{substitusikan nilai } m, x_1, y_1, x_2, \text{ dan } y_2$$

$$2(y - 7) = x - 6 \quad \text{dikalikan silang}$$

$$2y - 14 = x - 6 \quad \text{sederhanakan}$$

$$2y = x - 6 \quad \text{jumlahkan kedua ruas dengan 14}$$

$$y = \frac{1}{2}x + 4 \quad \text{bagikan kedua ruas dengan 2}$$

Jadi, persamaan garis yang dimaksud adalah $y = \frac{1}{2}x + 4$

Dari permasalahan tersebut kita tahu bahwa persamaan garis lurus yang melalui titik (x_1, y_1) dan memiliki gradien m adalah

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Contoh:

Tentukan persamaan garis yang melalui titik $(3, -2)$ dan memiliki gradien 4 !

Penyelesaian:

Diketahui:

$$m = 4$$

$$x_1 = 3$$

$$y_1 = -2$$

Persamaan garis:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-2) = 4(x - 3)$$

$$y + 2 = 4x - 12$$

$$y = 4x - 12 - 2$$

$$y = 4x - 14$$

4. Menentukan persamaan garis lurus yang melalui dua titik

Untuk menentukan persamaan garis lurus yang melalui dua titik, kita dapat menggunakan persamaan garis yang melalui sebuah titik dan bergradien m , dan gradien garis lurus yang melalui dua titik.

Persamaan garis yang melalui sebuah titik dan bergradien m adalah

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \dots\dots\dots (i)$$

Gradien garis lurus yang melalui dua titik adalah

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \dots\dots\dots (ii)$$

Dari (i) dan (ii) diperoleh:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Buktikan rumus tersebut!

Contoh

Tentukan persamaan garis yang melalui $(-3, 6)$ dan $(1, 4)$!

Penyelesaian:

$$x_1 = -3$$

$$y_1 = 6$$

$$x_2 = 1$$

$$y_2 = 4$$

Persamaan garis:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 6}{4 - 6} = \frac{x - (-3)}{1 - (-3)}$$

$$\frac{y - 6}{-2} = \frac{x + 3}{4}$$

$$4(y - 6) = -2(x + 3)$$

$$4y - 24 = -2x - 6$$

$$4y + 2x = -6 + 24$$

$$4y + 2x = 18$$

$$2y + x = 9$$

Diskusikan dengan teman satu kelompok:

Bagaimana jika contoh soal di atas dikerjakan dengan langkah:

1. Menentukan gradien yang melalui dua titik
2. Menentukan persamaan garis yang melalui sebuah titik dan bergradien m .

Apakah akan mendapatkan persamaan garis yang sama seperti pembahasan di atas?

D. Rangkuman

1. Bentuk umum persamaan garis lurus adalah $y = mx + c$ dengan m adalah gradien dan c adalah konstanta.
2. Gradien garis yang melalui dua titik adalah $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
3. Persamaan garis lurus yang melalui sebuah titik dan memiliki gradien m adalah $y - y_1 = m(x - x_1)$
4. Persamaan garis lurus yang melalui dua titik adalah $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$.
5. Untuk menentukan persamaan garis yang sejajar atau tegak lurus dengan suatu garis yang diketahui, terlebih dahulu ditentukan gradien garis yang diketahui, kemudian persamaan garis ditentukan dengan menggunakan persamaan garis yang melalui sebuah titik dan bergradien m .

E. Evaluasi

Selesaikan soal-soal berikut secara mandiri!

1. Tentukan gradient garis yang melalui titik-titik berikut!
 - a. (2, -6) dan (-2, 4)
 - b. (8, 7) dan (-4, -8)
 - c. (8, 7) dan (-4, -8)
2. Garis l dengan persamaan $4x - 2y + 3 = 0$ sejajar dengan garis k . Tentukan gradien garis k !
3. Garis g dengan persamaan $2y - 3x - 5 = 0$ tegak lurus dengan garis h . Tentukan gradien garis h !
4. Tentukan persamaan garis yang melalui titik dan bergradien berikut!
 - a. A (3, 5), $m = -\frac{1}{3}$
 - b. B (-4, 6), $m = \frac{2}{3}$
 - c. B (-4, 6), $m = \frac{2}{3}$
 - d. D (-1, 3); $m = 2$
5. Tentukan persamaan garis yang melalui dua titik berikut!
 - a. (-2, 1) dan (2, 4)
 - b. (3, -1) dan (-2, -2)
 - c. (3, -1) dan (-2, -2)
 - d. (3, -1) dan (-2, -2)
6. Tentukan persamaan garis yang melalui titik (3, -2) dan sejajar garis $2x - 3y + 6 = 0$!

7. Tentukan persamaan garis yang melalui titik P(4, -2) dan sejajar dengan garis $3x - 4y - 8 = 0$!
8. Tentukan persamaan garis yang melalui titik (3, -2) dan sejajar garis $2x - 3y + 6 = 0$!
9. Tentukan persamaan garis yang melalui titik Q(-7, -4) dan tegak lurus garis $4x + 5y = 7$!
10. Tentukan persamaan garis yang melalui titik A(-2, 3) dan tegak lurus garis yang melalui (-2, -4) dan (3, 4)!

F. Daftar Pustaka

- Adhinawan, M. Cholik dan Sugijo. 2016. *Matematika untuk SMP/MTs Kelas VII Semester 1*. Jakarta. Erlanga.
- Adhinawan, M. Cholik dan Sugijo. 2016. *SPM Matematika untuk SMP/MTs*. Jakarta. Esis.
- Dhoruri, Atmini dan Markaban. 2011. *Pembeajaran Persamaan Garis Lurus di SMP*. Yogyakarta. P4TK Matematika Yogyakarta.
- Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. 2017. *Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 Revisi 2017*. Jakarta. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

G. Lampiran

Pembahasan Diskusi 1

- a. Berapakah kemiringan garis k ?

Jawab:

Garis k melalui titik A (3, 6) dan titik B (5, 4)

$$\text{Kemiringan garis } k (m) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 6}{5 - 3} = \frac{-2}{2} = -1$$

- b. Berapakah kemiringan garis l ?

Jawab:

Garis l melalui titik C (3, 4) dan titik D (6, 1)

$$\text{Kemiringan garis } l (m) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 4}{6 - 3} = \frac{-3}{3} = -1$$

- c. Berapakah kemiringan garis p ?

Jawab:

Garis p melalui titik E (4, 1) dan titik F (7, 4)

$$\text{Kemiringan garis } p (m) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 1}{7 - 4} = \frac{3}{3} = 1$$

- d. Apakah garis k dan l sejajar?

Jawab:

Ya

e. Bagaimana kemiringan garis k dan l ?

Jawab:

Sama

f. Apa yang dapat kalian simpulkan mengenai kemiringan dua garis yang sejajar?

Jawab:

Dua garis yang sejajar memiliki kemiringan yang sama.

g. Apakah garis k dan p tegak lurus?

Jawab:

Ya

h. Apakah kemiringan garis k dan p sama?

Jawab:

Tidak

i. Misalkan kemiringan garis $k = m_1$ dan kemiringan garis $p = m_2$, berakaha hasil kali gradien kedua garis?

Jawab:

Misalkan kemiringan garis $k = m_1$ dan kemiringan garis $p = m_2$, maka:

$$m_1 \times m_2 = -1 \times 1 = -1$$

j. Apa yang dapat kalian simpulkan mengenai kemiringan dua garis yang tegak lurus?

Jawab:

Jika diketahui dua garis yang tegak lurus memiliki kemiringan m_1 dan m_2 , maka

$$m_1 \times m_2 = -1.$$

k. Kesimpulan:

Jawab:

⇒ Gradien dua garis yang saling **sejajar** adalah **sama** → $m_1 = m_2$

⇒ **Hasil kali** gradien dua garis yang saling **tegak lurus** adalah -1 → $m_1 \times m_2 = -1$.