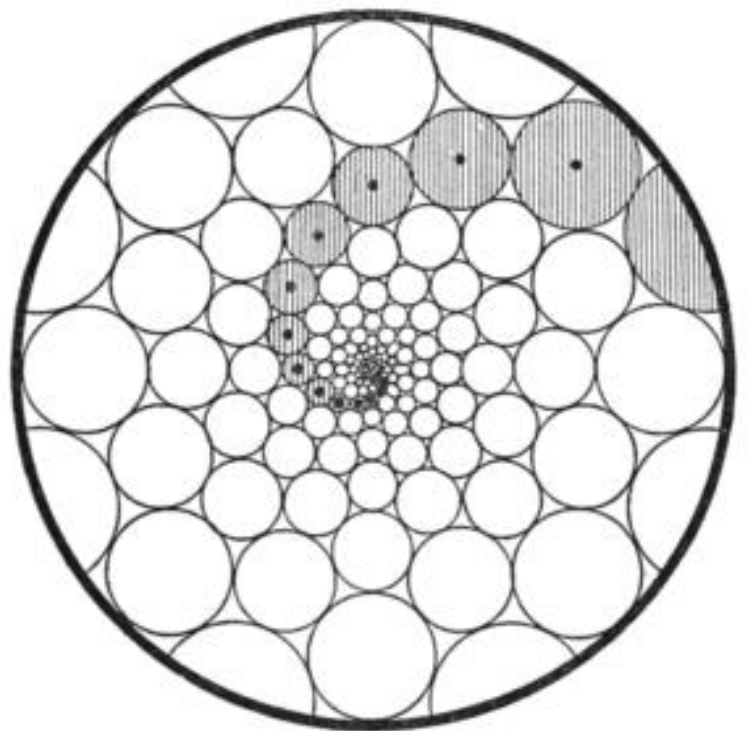
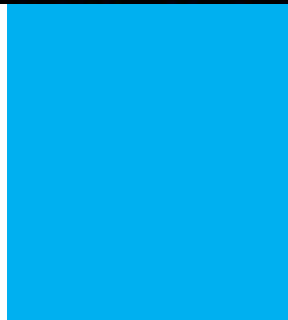


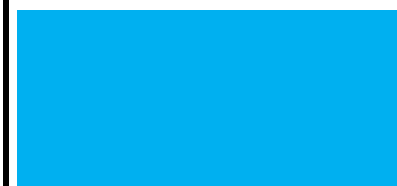


# PERSAMAAN LINGKARAN



**SMK BISA**  
**SMK HEBAT**

# XI



**SMK FARMASI NASIONAL**  
**SURAKARTA**  
**2020/2021**

# PERSAMAAN LINGKARAN

## KOMPETENSI INTI

KI 1	:	Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
KI 2	:	Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, santun, peduli (gotong royong, kerja sama, toleran, damai), bertanggung-jawab, responsif, dan proaktif melalui keteladanan, pemberian nasihat, penguatan, pembiasaan, dan pengkondisian secara berkesinambungan serta menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia
KI 3	:	Memahami, menerapkan, menganalisis, dan mengevaluasi tentang pengetahuan faktual, konseptual, operasional dasar, dan metakognitif sesuai dengan bidang dan lingkup <i>Matematika</i> pada tingkat teknis, spesifik, detil, dan kompleks, berkenaan dengan ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dalam konteks pengembangan potensi diri sebagai bagian dari keluarga, sekolah, dunia kerja, warga masyarakat nasional, regional, dan internasional.
KI 4	:	<ul style="list-style-type: none"><li>Melaksanakan tugas spesifik dengan menggunakan alat, informasi, dan prosedur kerja yang lazim dilakukan serta memecahkan masalah sesuai dengan lingkup <i>Matematika</i>.</li><li>Menampilkan kinerja di bawah bimbingan dengan mutu dan kuantitas yang terukur sesuai dengan standar kompetensi kerja.</li><li>Menunjukkan keterampilan menalar, mengolah, dan menyaji secara efektif, kreatif, produktif, kritis, mandiri, kolaboratif, komunikatif, dan solutif dalam ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung.</li><li>Menunjukkan keterampilan mempersepsi, kesiapan, meniru, membiasakan, gerak mahir, menjadikan gerak alami dalam ranah konkret terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung.</li></ul>

## KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR

Kompetensi Dasar (KD)	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.19. Menentukan persamaan lingkaran	<p>3.19.1. Menyusun persamaan lingkaran yang diketahui pusat dan jari-jarinya</p> <p>3.19.2. Menyusun persamaan lingkaran yang diketahui pusat tertentu dan melalui titik tertentu</p> <p>3.19.3. Menganalisis titik pusat dan jari-jari lingkaran dengan persamaan tertentu</p>
4.19. Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan persamaan lingkaran	<p>4.19.1. Menyajikan konsep persamaan lingkaran yang diketahui pusat dan jari-jarinya</p> <p>4.19.2. Menyajikan persamaan lingkaran dengan pusat dan melalui titik tertentu</p> <p>4.19.3. Menggambar lingkaran dengan titik pusat dan melalui titik tertentu pada koordinat kartesius dilengkapi variasi dan warna yang menarik</p>

# TUJUAN PEMBELAJARAN

## Pertemuan Ke 1

Melalui model pembelajaran *Problem Base Learning* secara *daring*, setelah menyaksikan tayangan video dan mempelajari materi powerpoint di google classroom tentang persamaan lingkaran peserta didik mampu menyusun persamaan lingkaran dengan pusat tertentu, selanjutnya trampil menyajikannya dengan jujur dan bertanggung jawab secara kreatif dan kolaboratif

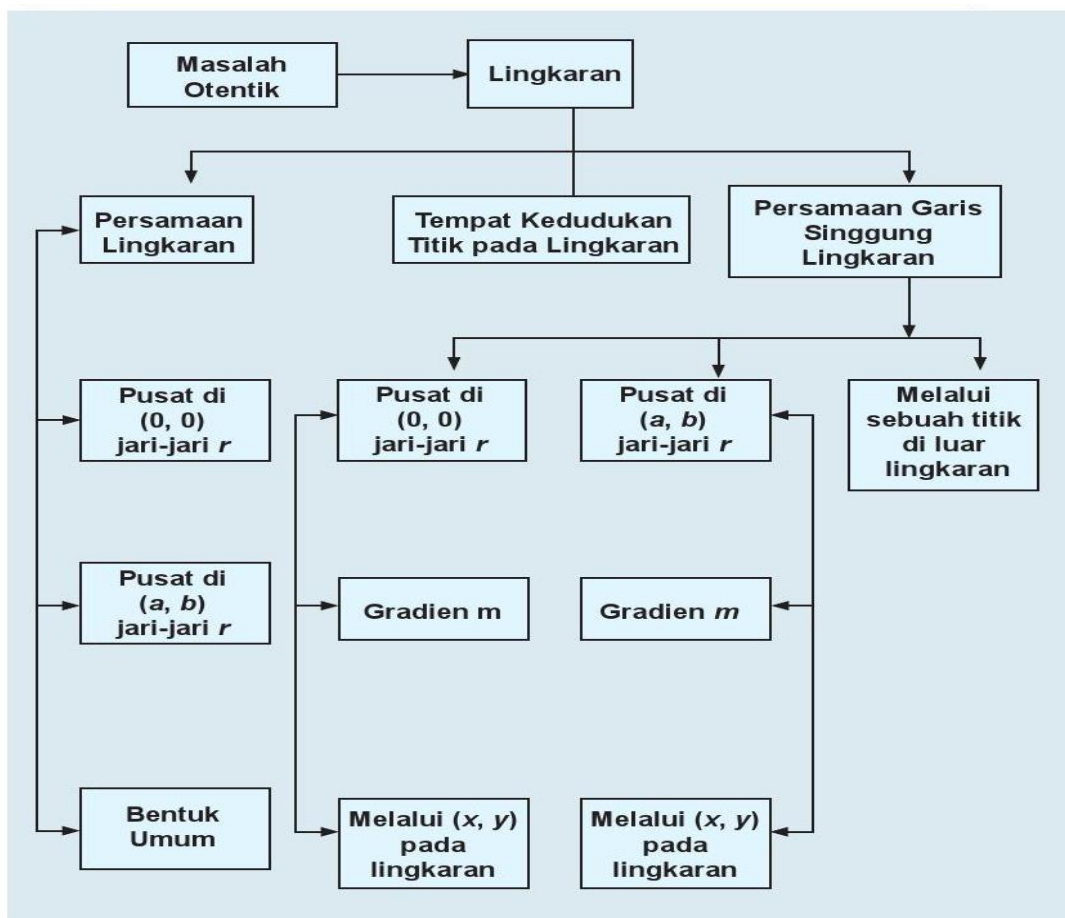
## Pertemuan Ke 2

Melalui model pembelajaran *Problem Base Learning* secara *daring*, setelah menyaksikan tayangan video dan mempelajari materi powerpoint di google classroom tentang persamaan lingkaran peserta didik mampu menyusun persamaan lingkaran dengan pusat tertentu dan jari-jari tertentu, selanjutnya trampil menyajikan serta membuat karya kreatif persamaan lingkaran dengan jujur dan bertanggung jawab secara kreatif dan kolaboratif

## Pertemuan ke 3

Melalui model pembelajaran *Discovery Learning* secara *daring*, setelah menyaksikan tayangan video dan mempelajari materi powerpoint di google classroom tentang persamaan lingkaran peserta didik mampu Menganalisis titik pusat dan jari-jari lingkaran dengan persamaan tertentu, selanjutnya trampil menyajikannya dengan jujur dan bertanggung jawab secara kreatif dan kolaboratif

## PETA KONSEP



- Untuk tiga kali pertemuan materi yang dibahas persamaan lingkaran dengan pusat dan jari-jari tertentu, pusat tertentu dan melalui titik tertentu, bentuk umum persamaan lingkaran untuk menentukan pusat dan jari-jari lingkaran

## Langkah Pembelajaran

Untuk mendalami materi persamaan lingkaran ini, lakukanlah langkah-langkah sebagai berikut:

1. Sebelum belajar persiapkan perangkat pembelajaran online seperti HP atau Laptop dan jaringan internet yang lancar dan stabil.
2. Ingat kembali materi prasyarat yang harus dikuasai sebelum mempelajari materi persamaan lingkaran ini.
3. Pelajari materi yang disajikan dalam bahan ajar ini dengan seksama dan sungguh-sungguh.
4. Kerjakan setiap latihan soal sebagai bahan pendalaman materi yang telah dipelajari.
5. Diskusikan topik diskusi yang tersedia bersama kelompok kalian menggunakan aplikasi komunikasi yang memungkinkan seperti chat WA grup, voice note, video call grup, chat di google classroom atau menggunakan video converence seperti Zoom Meeting dan Google Meet
6. Gunakan perangkat smartphone kalian untuk menggali materi dari berbagai sumber belajar.
7. Apabila perlu bimbingan khusus, silahkan meminta seseorang yang lebih paham untuk mendampingi belajar.
8. Kerjakan tes Uji Kompetensi pada halaman akhir bahan ajar ini, cocokkan dengan kunci yang tersedia, apabila telah mencapai skor minimal 80% berarti penguasaan materi kalian sudah Baik, jika belum mencapai skor tersebut silahkan pelajari kembali materi-materi yang belum dipahami.
9. Keberhasilan pembelajaran ini tergantung pada kesungguhan kalian dalam belajar, memahami materi dan contoh-contoh soal, menyelesaikan latihan soal dan diskusi bersama kelompok kalian.
10. Pembelajaran daring bukan halangan untuk meraih prestasi terbaik, selamat belajar semoga meraih hasil yang membanggakan.

## PENDAHULUAN

### TOKOH MATEMATIKA

Berikut ini ilmuwan matematika yang berkecimpung dalam penelitiannya tentang lingkaran.

#### Zu Chongzhi



Dalam sejarah Tiongkok banyak ahli matematika berupaya menghitung  $\pi$ . Sedangkan hasil yang dicapai Zu Chongzhi pada abad ke-5 dapat dikatakan merupakan kemajuan dalam penghitungan  $\pi$ . Zu Chongzhi lahir di kota Jiankang (kota Nanjing) pada tahun 429. Sejak kecil ia sangat cerdas dan suka pengetahuan di bidang matematika dan astronomi. Pada tahun 464 ketika ia berumur 35 tahun, Zu Chongzhi mulai menghitung  $\pi$ .

Sebelum Zu Chongzhi, ahli matematika Tiongkok Liu Hui mengajukan cara ilmiah untuk menghitung  $\pi$ , dengan panjang keliling regular polygon dalam lingkaran untuk mendekati panjang keliling lingkaran yang asli.

Dengan cara ini Liu Hui telah menghitung  $\pi$  sampai 4 angka dibelakang koma. Sedangkan melalui penelitian Zu Chongzhi,  $\pi$  telah dihitung sampai 7 angka dibelakang koma yaitu diantara 3.1415926 dengan 3.1415927, dan memperoleh nilai mirip  $\pi$  dalam bentuk bilangan pecahan.

#### Rene Descartes



Di desa La Haye-lah tahun 1596 lahir jabang bayi Rene Descartes, filosof, ilmuwan, matematikus Perancis yang tersohor. Waktu mudanya dia sekolah Yesuit, College La Fleche. Begitu umur dua puluh dia dapat gelar ahli hukum dari Universitas Poitiers walau tidak pernah mempraktekkan ilmunya samasekali.

Lebih dari seribu tahun yang lalu, para ahli matematika Bangsa Yunani biasa memandang garis singgung sebuah lingkaran sebagai sebuah garis yang menyentuh lingkaran hanya di satu titik. **Descartes** bahkan mempunyai argument bahwa pasti ada dua titik potong ketika sebuah garis memotong lingkaran. Jika hanya ada satu titik potong, maka garis itu pastilah garis singgung lingkaran. Mereka hanya menempatkan lingkaran sebagai bangun yang stagnan.

#### Sir Isaac Newton



Berlawanan dengan ide-ide dari Descartes tersebut, **Issac Newton**, orang Inggris yang menemukan **Hukum Universal Gravitasi**, mempunyai pendapat yang berbeda mengenai garis singgung. Ia memandang garis singgung pada sebuah titik sebagai limit posisi dari sebuah garis yang melalui titik itu dan titik lain yang bergerak semakin dekat ke titik tadi. Dengan demikian, lingkaran menurut Newton merupakan lintasan lengkung tertutup sederhana yang membolehkan gerakan dan oleh karena itu lingkaran disebut bangun yang dinamis.

## Pertemuan Ke 1

### Lingkaran Dalam Dunia Nyata

Dalam kehidupan sehari-hari banyak hal yang menggunakan prinsip dan bentuk lingkaran. Berikut ini sebagian contoh penerapan lingkaran dalam kehidupan nyata.

#### Tari-tarian daerah di Indonesia



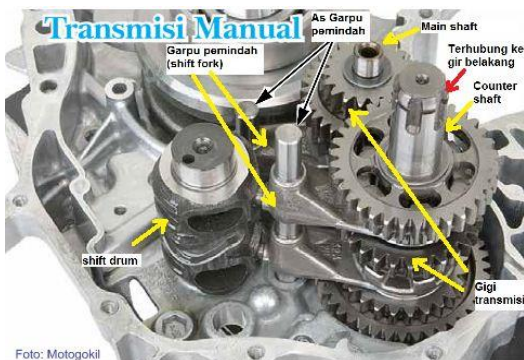
Tari Piring dari Sumatera Barat



Tari Kecak dari Bali

Tari-tarian tersebut merupakan salah satu kekayaan ragam budaya bangsa kita yang harus dilestarikan. Tarian yang dilakukan secara masal melambangkan persatuan yang harus senantiasa kita jaga agar bangsa ini tidak terpecah belah walaupun adanya perbedaan suku, bangsa, agama dan bahasa.

#### Transmisi Gigi Sepeda Motor



Transmisi manual



Transmisi otomatis

Desain transmisi gigi roda sepeda motor merupakan penerapan lingkaran dalam dunia teknik otomotif. Desain tersebut memanfaatkan lingkaran-lingkaran yang bersinggungan untuk menggerakkan roda sepeda motor model manual maupun matic.

#### Desain Gedung Perkantoran Apple

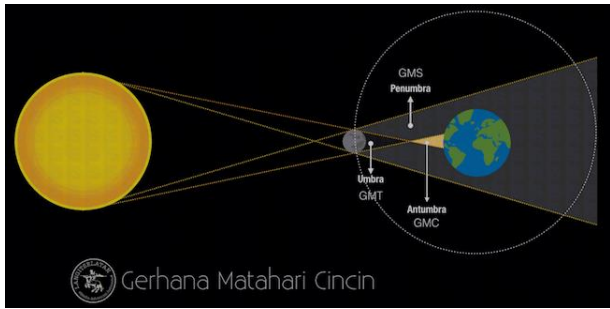


Gedung Perkantoran Apple

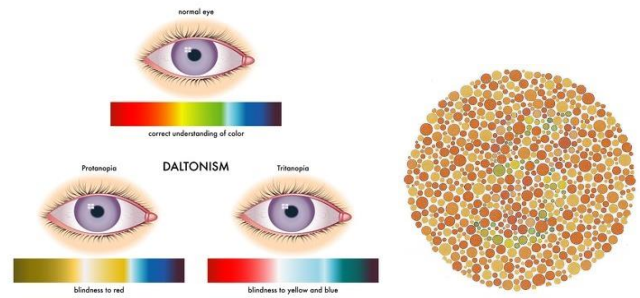


Penggunaan lingkaran dalam dunia seni dan teknologi salah satunya adalah dengan dibangunnya gedung perkantoran Apple yang modern dan megah. Selain itu juga model bangunan stadion olahraga banyak yang menggunakan desain berbasis lingkaran.

## Peristiwa Gerhana dan Tes Buta Warna



Gerhana Matahari Cincin



Tes Buta Warna

Gerhana matahari maupun gerhana bulan merupakan fenomena alam yang terjadi karena Matahari, Bumi dan Bulan terletak pada satu garis lurus. Orbit planet dalam tata surya mengelilingi matahari maupun orbit bulan mengelilingi bumi cenderung berbentuk lingkaran, sehingga sehingga dalam periode tertentu fenomena alam seperti gerhana matahari dan bulan ini sering terjadi.

Penggunaan prinsip lingkaran lainnya adalah untuk tes buta warna. Terlihat bahwa kumpulan warna dalam bentuk lingkaran tertata sedemikian rupa sehingga membentuk angka tertentu yang dapat digunakan untuk mengetahui seseorang mengalami buta warna sebagian, total atau tidak buta warna.

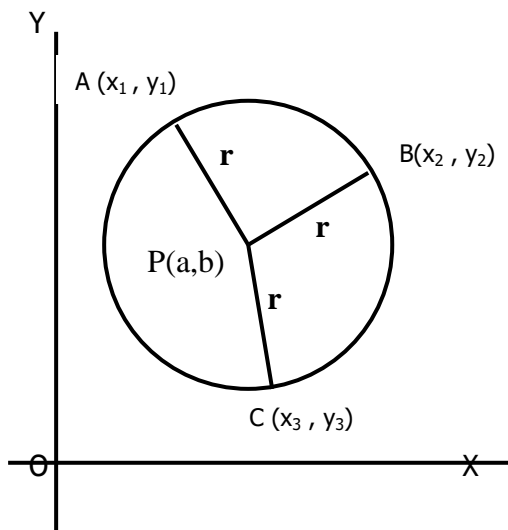
Selain itu masih banyak lagi penggunaan prinsip lingkaran dalam dunia sains, teknologi, teknik, seni dan berbagai bidang lainnya.

## MATERI PRASYARAT

Untuk mendalami lebih lanjut materi persamaan lingkaran perlu diingat kembali materi tentang:

1. Koordinat kartesius
2. Persamaan garis lurus  $ax + by + c = 0$
3. Persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$
4. Jarak antara dua titik  $A(x_1, y_1)$  dan  $B(x_2, y_2)$ , ditentukan oleh  $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
5. Jarak titik  $A(x_1, y_1)$  terhadap garis lurus  $ax + by + c = 0$  dirumuskan  $d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

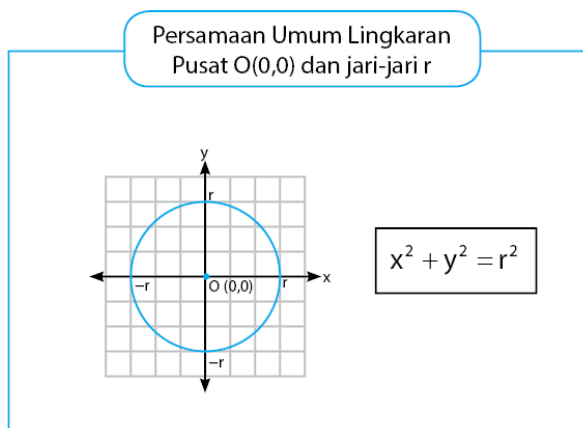
## A. DEFINISI



Lingkaran adalah tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama (jari-jari lingkaran) terhadap sebuah titik tertentu (pusat lingkaran) yang digambarkan pada bidang kartesius.

$P(a, b)$  = Pusat Lingkaran  
 $r$  = jari-jari lingkaran  
 $r = AP = BP = CP$

## B. Persamaan Lingkaran yang Berpusat di O ( 0,0 ) dan Berjari-jari r



Berdasarkan definisi lingkaran, maka akan diperoleh persamaan lingkaran yang berjari-jari r dan berpusat di titik pangkal O(0,0). Titik A(x,y) pada Lingkaran. Jari-jari lingkaran  $r = |OP|$ .

Dengan mengingat kembali rumus jarak antara dua titik, maka akan diperoleh rumus persamaan lingkaran:

$$|OP| = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Jadi diperoleh bentuk umum persamaan lingkaran dengan pusat O(0,0) dan berjari-jari r adalah :

$$x^2 + y^2 = r^2$$

### Contoh 1

Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di O(0, 0) dan  $r = 3$  !

**Jawab :**

Pusat di O(0, 0) dan  $r = 3$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 3^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 9 = 0$$

### Contoh 2

Tentukan persamaan lingkaran yang pusatnya O(0,0) dengan jari-jari  $\frac{3}{2}$  !

**Jawab:**

Pusat di O(0, 0) dan  $r = \frac{3}{2}$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = \frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 4y^2 = 9$$

### Contoh 3

Tentukan persamaan lingkaran yang pusatnya O(0,0) dengan jari-jari  $2\sqrt{2}$  !

**Jawab:**

Pusat di O(0, 0) dan  $r = 2\sqrt{2}$

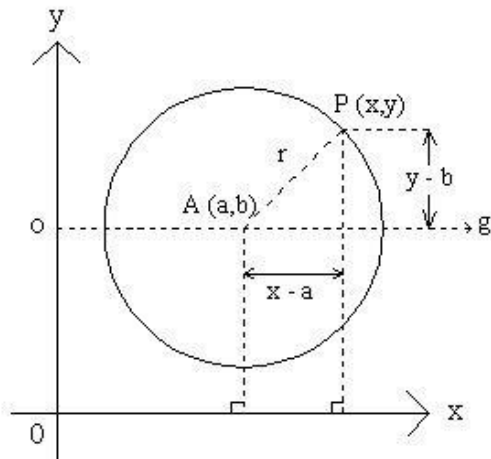
$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = (2\sqrt{2})^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 8$$



### C. Persamaan Lingkaran yang Berpusat di P ( a, b ) dan Berjari-jari r



Titik A(x, y) pada lingkaran yang berpusat di P(a,b) dan jari-jari lingkaran r, sehingga  $|PA| = r$ . Dengan menggunakan rumus jarak antara dua titik, maka akan diperoleh rumus persamaan lingkaran:

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = r$$

$$\sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2} = r$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Merupakan persamaan baku lingkaran dengan pusat P(a, b) dan jari-jari r.

#### Contoh 3

Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di P(4, -3) dan r = 6!

**Jawab :**

Pusat di P(4, -3) dan r = 6 maka diperoleh a = 4 dan b = -3

Persamaan Lingkaran :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow (x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 6^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 + 6y + 9 = 36$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x + 6y + 25 = 36$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x + 6y + 25 - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x + 6y - 11 = 0$$

#### Contoh 4

Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di titik (-2, 1) dan berjari-jari r =  $3\sqrt{2}$  !

**Jawab:**

Pusat di P(-2, 1) dan r =  $3\sqrt{2}$  maka diperoleh a = -2 dan b = 1

Persamaan Lingkaran :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = (3\sqrt{2})^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 18$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 18$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 2y - 13 = 0$$

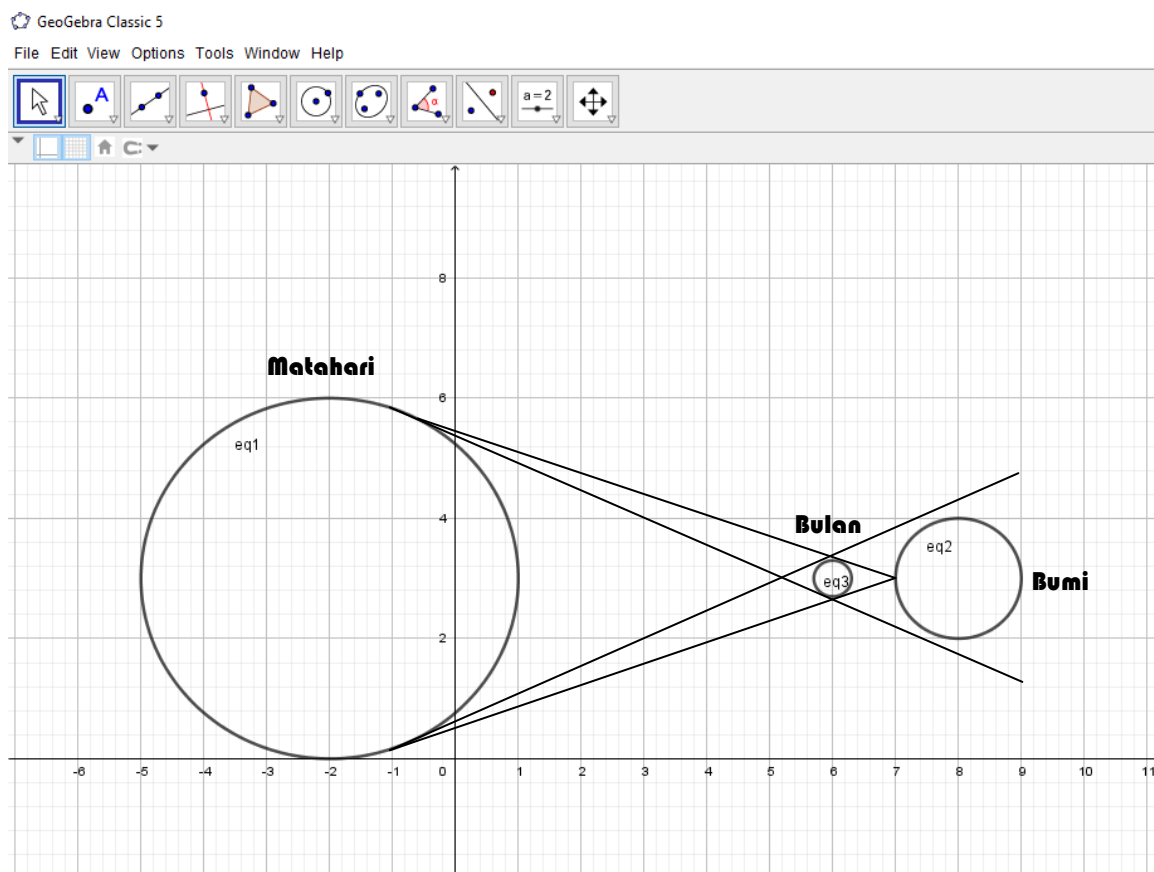
## LATIHAN SOAL 1

Jawablah dengan singkat, jelas dan benar !

1. Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di  $O(0,0)$  dan mempunyai :
  - a.  $r = 4$
  - b.  $r = \sqrt{15}$
  - c.  $r = 2\sqrt{3}$
2. Tentukan persamaan lingkaran yang berikut:  
berpusat di  $P(2, -3)$  dan mempunyai :
  - a. Pusat  $(2, -3)$  jari-jari = 5
  - b. Pusat  $(-2, 0)$  jari-jari =  $\sqrt{10}$
  - c. Pusat  $(4, -2)$  jari-jari =  $2\sqrt{5}$

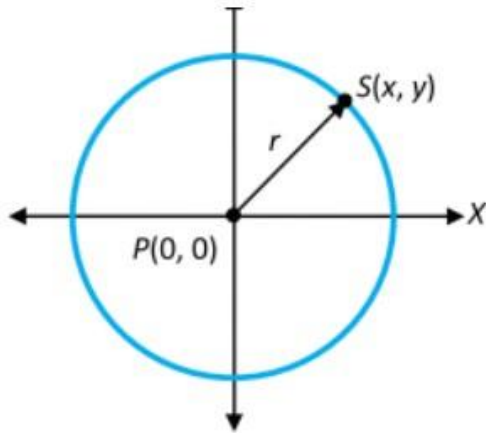
## TOPIK DISKUSI 1

1. Tuliskan penerapan prinsip lingkaran pada kehidupan nyata yang ada dalam kehidupan sehari-hari di lingkungan sekitarmu yang meliputi unsur teknologi, seni atau budaya! Adakah tujuan dari penggunaan konsep lingkaran tersebut?Jelaskan menurut pendapatmu!
2. Berikut ini adalah sketsa terjadinya gerhana matahari yang digambarkan menggunakan aplikasi Geogebra. Diskusikan bersama kelompok kalian langkah-langka untuk menentukan persamaan lingkaran-lingkaran tersebut! Tentukan persamaan lingkaran yang mewakili Bumi, Bulan dan Matahari berdasarkan unsur-unsur yang diketahui!

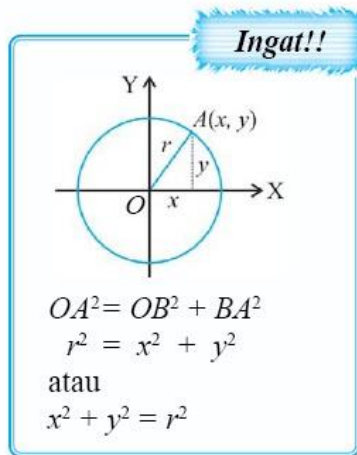


## Pertemuan Ke 2

### D. PERSAMAAN LINGKARAN DENGAN PUSAT DAN MELALUI TITIK TERTENTU



Untuk menentukan persamaan lingkaran dengan pusat (0, 0) melalui titik tertentu perlu dicari terlebih dahulu jari-jari lingkaran tersebut dengan menggunakan cara sebagai berikut:



Pusat lingkaran (0, 0) melalui titik  $(x_1, y_1)$

$$r^2 = x_1^2 + y_1^2$$

#### Contoh 1

Tentukan persamaan lingkaran berpusat di O(0, 0) dan melalui titik A(-3, 4)!

**Jawab:**

Pusat lingkaran (0, 0)

Melalui titik A(-3, 4) maka  $x_1 = -3$  dan  $y_1 = 4$

$$r^2 = x_1^2 + y_1^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = (-3)^2 + 4^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = 9 + 16$$

$$\Leftrightarrow r^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow r = 5$$

Sehingga diperoleh persamaannya sebagai berikut:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 5^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 25$$

### Contoh 2

Tentukan persamaan lingkaran berpusat di O(1, -2) dan melalui titik A(4, -4)!

**Jawab:**

Pusat lingkaran (1, -2) maka a = 1 dan b = -2

Melalui titik A(4, -4) maka  $x_1 = 4$  dan  $y_1 = -4$

$$r^2 = (x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = (4 - 1)^2 + (-4 - (-2))^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = (3)^2 + (-2)^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = 9 + 4$$

$$\Leftrightarrow r^2 = 13$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt{13}$$

Sehingga diperoleh persamaannya sebagai berikut:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = (\sqrt{13})^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 13$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 + 4 = 13$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 - 13 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y - 8 = 0$$

### Contoh 3

Tentukan persamaan lingkaran dengan pusat (1, 2) menyinggung garis  $x - y = 0$ !

**Jawab:**

Pusat (1, 2) menyinggung garis  $x - y = 0$

Diperoleh  $x_1 = 1$  dan  $y_1 = 2$

$p = 1$  dan  $q = -1$

Mencari jari-jari lingkaran:

$$r = \left| \frac{px_1 + qy_1 + r}{\sqrt{p^2 + q^2}} \right|$$

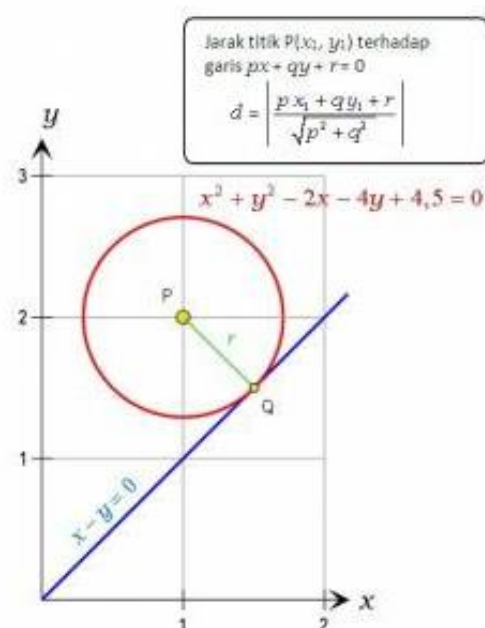
$$r = \left| \frac{1 \cdot 1 - 1 \cdot 2 + 0}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} \right|$$

$$r = \left| \frac{1 - 2 + 0}{\sqrt{1 + 1}} \right|$$

$$r = \left| \frac{-1}{\sqrt{2}} \right|$$

$$r = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{2}$$



## Persamaan lingkarannya

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 + 4 = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 - \frac{1}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4,5 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 9 = 0$$

## Latihan Soal 2

Tentukan persamaan lingkaran berikut!

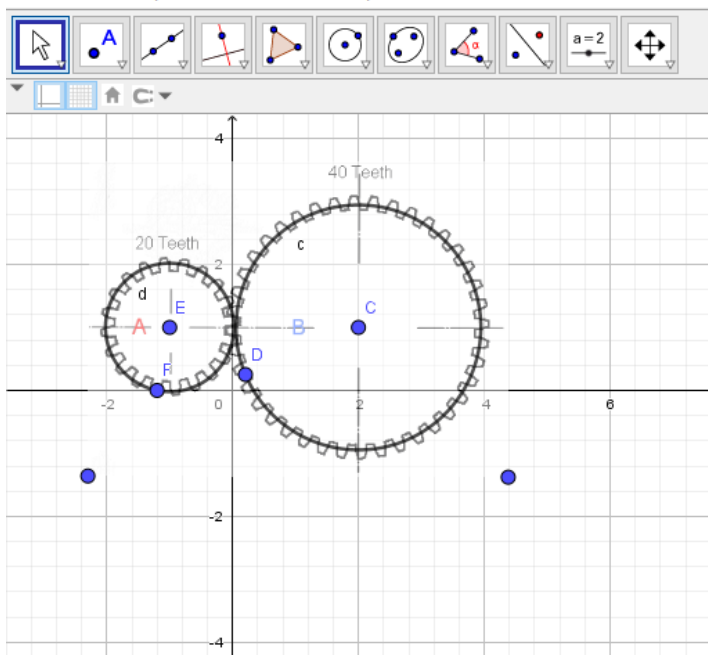
1. Pusat (0, 0) melalui titik (2, -4)
2. Pusat di titik (-2, 1) melalui titik (4, 9)
3. Pusat (3, -4) menyinggung sumbu x
4. Pusat (-1, -3) menyinggung garis  $y = 2$
5. Pusat di P(-2, 3) dan menyinggung  $4x - 3y + 2 = 0$

## Topik Diskusi 2

1. Tentukan persamaan lingkaran yang menyinggung sumbu X dan sumbu Y dengan titik pusat pada kuadran III dan berjari-jari 3 !
2. Tentukan persamaan lingkaran yang berdiameter garis AB dengan titik A (1,-2) dan B(-3,6)
3. Tentukan persamaan lingkaran yang pusatnya terletak pada garis  $x - 2y + 6 = 0$ , melalui titik pangkal O (0,0) dan menyinggung garis  $4x - 3y - 6 = 0$  !
4. Berikut ini adalah gambaran dua buah gir penyusun jam mekanik yang digambar menggunakan aplikasi Geogebra. Apabila titik pusat gir besar (2, 1) dan titik pusat gir kecil (-1, 1) serta titik singgung dua lingkaran tersebut adalah (0, 1) tentukan persamaan kedua gir tersebut!

GeoGebra Classic 5

File Edit View Options Tools Window Help



## Pertemuan Ke 3

### E. BENTUK UMUM PERSAMAAN LINGKARAN

Persamaan lingkaran dengan pusat  $P(a, b)$  dan berjari-jari  $r$  mempunyai persamaan baku

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Dengan pusat  $(a, b)$  dan jari-jari  $= r$

jika bentuk ini dijabarkan maka diperoleh :

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

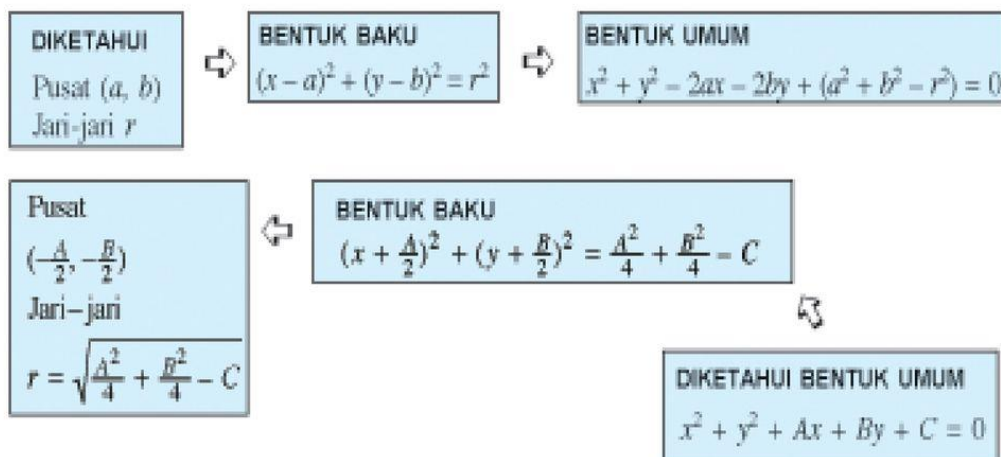
Misalkan  $-2a = A$ ,  $-2b = B$  dan  $a^2 + b^2 - r^2 = C$  maka persamaan tersebut bentuk umum persamaan lingkaran berikut:

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

Dengan Pusat  $P\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$  dan jari-jari  $r = \sqrt{\left(-\frac{A}{2}\right)^2 + \left(-\frac{B}{2}\right)^2 - C}$



### Proses menentukan bentuk umum persamaan lingkaran



#### Persamaan Lingkaran

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

$$\text{Pusat} = \left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$$

$$\text{Jari-jari}(r) = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$$

**Contoh 1**

Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran yang memenuhi persamaan  $x^2 + y^2 = 5$  !

**Jawab:**

Pusat lingkaran  $x^2 + y^2 = 5$  adalah (0,0).

Jari-jari  $r^2 = 5$  berarti  $r = \sqrt{5}$ .

**Contoh 2**

Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran  $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 12$  !

**Jawab:**

$$(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 12$$

Dari persamaan tersebut diperoleh  $a = 4$  dan  $b = -1$  sehingga pusat lingkaran (4, -1)

Serta jari-jari lingkaran

$$r^2 = 12 \text{ sehingga } r = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

**Contoh 3**

Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran  $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 24 = 0$  !

**Jawab :**

$$\text{Lingkaran : } x^2 + y^2 - 6x + 8y - 24 = 0$$

diperoleh  $A = -6$ ,  $B = 8$  dan  $C = -24$

$$\text{Pusat: } \left( -\frac{A}{2}, -\frac{B}{2} \right) = (3, -4)$$

$$\text{Jari - jari} = \sqrt{\left( -\frac{A}{2} \right)^2 + \left( -\frac{B}{2} \right)^2 - C}$$

$$r = \sqrt{3^2 + (-4)^2 - (-24)} = 7$$

**Contoh 4**

Lingkaran  $x^2 + y^2 + 4x + by - 12 = 0$  melalui titik (1, 7), tentukan pusat dan jari-jari lingkaran tersebut !

**Jawab :**

$$\text{Substitusi (1, 7) ke lingkaran } x^2 + y^2 + 4x + by - 12 = 0$$

diperoleh :

$$1^2 + 7^2 + 4 \cdot 1 + b \cdot 7 - 12 = 0$$

$$7b = -42 \Rightarrow b = -6$$

Sehingga persamaan lingkarannya  $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$

$$A = 4, B = -6, C = -12$$

$$\text{Pusat : } \left( -\frac{A}{2}, -\frac{B}{2} \right) = (-2, 3)$$

$$\begin{aligned}
\text{Jari-jari} &= \sqrt{\left(-\frac{A}{2}\right)^2 + \left(-\frac{B}{2}\right)^2 - C} \\
&= \sqrt{\left(-\frac{4}{2}\right)^2 + \left(-\frac{-6}{2}\right)^2 - (-12)} \\
&= \sqrt{(-2)^2 + (3)^2 + 12} \\
&= \sqrt{4 + 9 + 12} \\
&= \sqrt{25} \\
&= 5
\end{aligned}$$

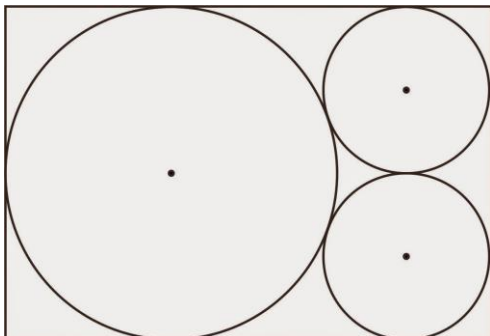
### LATIHAN SOAL 3

Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran dengan persamaan sebagai berikut:

- Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran berikut!
  - $x^2 + y^2 = 25$
  - $2x^2 + 2y^2 = 16$
  - $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 12$
  - $3(x + 4)^2 + 3(y - 1)^2 = 27$
- Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran berikut!
  - $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$
  - $x^2 + y^2 + 6x + 4y - 3 = 0$
  - $3x^2 + 3y^2 - 4x + 8y - 1 = 0$
- Lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + c = 0$  melalui titik  $(0, -1)$ . Tentukan jari-jarinya!
- Lingkaran  $x^2 + y^2 + 2px + 6y + 4 = 0$  mempunyai jari-jari 3 dan menyinggung sumbu X. Tentukan pusat Lingkaran !
- Titik  $(a, b)$  adalah pusat lingkaran  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ , tent. Nilai  $2a + b$  !

### TOPIK DISKUSI 3

- Tentukan pusat dan jari-jarinya, lingkaran yang melalui titik  $(2, 3)$ ,  $(0, -1)$  dan  $(3, 0)$ !
- Tunjukkan bahwa garis  $3x + 4y = 0$  meyinggung lingkaran yang berjari-jari 3 dan berpusat di titik  $(5, 0)$  !
- Tentukan persamaan lingkaran yang konsentris (sepusat) dengan lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x + 12y - 2 = 0$  dan melalui titik  $A(-1, 5)$ !
- Perhatikan tiga lingkaran yang bersinggungan berikut!



Jika persamaan lingkaran besar adalah  $x^2 + y^2 - 20x + 30y - 75 = 0$ , tentukan pusat dan jari-jari lingkaran besar dan lingkaran kecil!



## RANGKUMAN

### Persamaan Lingkaran

Ketentuan:	Persamaan:
Pusat $(0,0)$ jari-jari $r$	$x^2 + y^2 = r^2$
Pusat $(a,b)$ jari-jari $r$	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
Pusat $\left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$  Jari-jari $= r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}A\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}B\right)^2 - C}$	$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

### Jarak Titik ke Garis

Untuk menyusun persamaan lingkaran dengan pusat diketahui dan melalui titik tertentu perlu dicari jari-jari lingkarannya terlebih dahulu menggunakan rumus jarak berikut:

$$r = \frac{|px_1 + qy_1 + r|}{\sqrt{p^2 + q^2}}$$

### Persamaan lingkaran menyinggung sumbu koordinat:

PUSAT LINGKARAN	PERSAMAAN LINGKARAN
$O(0,0)$ dengan jari-jari $r$	$x^2 + y^2 = r^2$
$P(a,b)$ dengan jari-jari $r$	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
$P(a,b)$ dan menyinggung sumbu X	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = b^2$
$P(a,b)$ dan menyinggung sumbu Y	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = a^2$

## UJI KOMPETENSI

Kerjakan soal-soal berikut ini, pilihlah jawaban yang tepat pada opsi yang telah tersedia!

- Persamaan lingkaran yang berpusat di O dan jari-jari 3 adalah ....
  - $x^2 + y^2 = 3$
  - $x^2 + y^2 = 6$
  - $x^2 + y^2 = 8$
  - $x^2 + y^2 = 9$
  - $x^2 + y^2 = 12$
- Persamaan lingkaran yang berpusat di O dan melalui titik (3, 2) adalah ....
  - $x^2 + y^2 = 2$
  - $x^2 + y^2 = 3$
  - $x^2 + y^2 = 7$
  - $x^2 + y^2 = 11$
  - $x^2 + y^2 = 13$
- Persamaan lingkaran dengan pusat (2, -3) dan jari-jari 4 adalah ....
  - $x^2 + y^2 - 4x + 6x + 3 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 4x + 6x - 3 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 4x + 6x + 25 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 4x + 6x - 25 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 4x + 6x + 16 = 0$
- Persamaan lingkaran yang berpusat di (-4, 7) dan berjari-jari 6 adalah ...
  - $x^2 + y^2 - 8x - 14y - 36 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 8x + 14y - 36 = 0$
  - $x^2 + y^2 + 8x - 14y - 36 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 8x - 14y - 29 = 0$
  - $x^2 + y^2 + 8x - 14y + 29 = 0$
- Persamaan lingkaran berpusat di (2, 3) yang melalui (5, -1) adalah ...
  - $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 25 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 13 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 2x - 3y - 10 = 0$
  - $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 25 = 0$
- Persamaan lingkaran dengan pusat di (-2, 3) dan menyinggung sumbu Y adalah ...
  - $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$
  - $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 9 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 9 = 0$
- Persamaan lingkaran yang berpusat di (2, 8) dan menyinggung garis  $x - 7 = 0$  adalah ...
  - $x^2 + y^2 - 4x - 16y - 25 = 0$
  - $x^2 + y^2 + 4x - 16y - 25 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 4x - 16y + 43 = 0$
  - $x^2 + y^2 + 4x - 16y - 43 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 4x + 16y + 43 = 0$
- Persamaan lingkaran yang melalui titik A(1, 2), B(2, 1) dan C(1, 0) adalah ....
  - $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 1 = 0$
  - $x^2 + y^2 + x + y + 1 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$
  - $x^2 + y^2 - x - y + 1 = 0$
  - $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$

9. Jari-jari lingkaran dengan persamaan  $2x^2 + 2y^2 = 36$  adalah ....
- $3\sqrt{2}$
  - 6
  - $6\sqrt{2}$
  - 18
  - 36
10. Pusat dan jari-jari lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$  adalah ...
- Pusat (-2, 3) jari-jari 4
  - Pusat (2, -3) jari-jari 4
  - Pusat (-2, 3) jari-jari 5
  - Pusat (2, -3) jari-jari 5
  - Pusat (2, 3) jari-jari 5
11. Jika lingkaran  $x^2 + y^2 + 2px + 10y + 9 = 0$  mempunyai jari-jari 5 dan menyinggung sumbu X. maka pusat lingkaran tersebut adalah ....
- (-5, -3)
  - (-5, 3)
  - (6, -5)
  - (-6, 5)
  - (3, -5)
12. Pusat dan jari-jari lingkaran dengan persamaan  $3x^2 + 3y^2 - 12x + 6y - 12 = 0$  berturut-turut adalah ....
- (2, 1) dan 3
  - (-2, 1) dan 3
  - (2, -1) dan 3
  - (2, 1) dan 4
  - (-2, 1) dan 4
13. Jika lingkaran  $x^2 + y^2 + 4x + ky - 12 = 0$  melalui titik (-2, 8). Jari-jari lingkaran tersebut adalah ....
- 1
  - 5
  - 6
  - 12
  - 25
14. Lingkaran  $x^2 + y^2 - 2ax + 6y + 49 = 0$  menyinggung sumbu X untuk  $a = \dots$
- 3
  - 2
  - 2
  - 3
  - 7
15. Lingkaran  $x^2 + y^2 + 4x + 6y - (8 + b) = 0$  memiliki jari-jari 5, maka nilai b adalah ...
- 1
  - 2
  - 3
  - 4
  - 5

## KUNCI JAWABAN UJI KOMPETENSI

1. D
2. E
3. B
4. E
5. A
6. A
7. C
8. C
9. A
10. D
11. E
12. C
13. B
14. E
15. D

## REFLEKSI

Sebagai bahan refleksi jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini:

1. Hal terpenting apa yang kalian dapatkan dari mempelajari bahan ajar ini?
2. Sejauh mana bahan ajar ini membantu proses belajar kalian mempelajari materi persamaan lingkaran ini?
3. Materi bagian mana yang menurut kalian paling sulit?
4. Materi apa yang belum kalian kuasai?
5. Kesulitan apa yang kalian hadapi dengan adanya pembelajaran daring materi persamaan lingkaran ini?
6. Selain dari bahan ajar ini, dari mana saja sumber belajar yang kalian pelajari?Sebutkan buku atau link internet yang kalian gunakan untuk belajar!
7. Rencana perbaikan apa yang akan kalian lakukan untuk sukses mempelajari bahan ajar ini?
8. Buatlah rangkuman tentang materi yang ada modul ini, buatlah sebagus dan sekreatif kalian agar menarik dan lebih mudah dipelajari!

## SUMBER BELAJAR

Drs. Sumadi dkk. 1966. *Matematika SMU 2A*. Solo : Tiga Serangkai.

Sukino. 2007. *Matematika Untuk SMA Kelas XI*. Jakarta : Erlangga.

Tim Galaksi. 2004. *GALAKSI SMU Matematika II A*. Klaten : CV.Merpati.

Tim Penyusun. 2007. *2007 Soal Pemantapan UN Matematika*. Bandung : Yrama Widya.

[setiyaantara.files.wordpress.com](http://setiyaantara.files.wordpress.com)

[StudioBelajar.com](http://StudioBelajar.com)

<https://slideplayer.info/slide/15458577/>

<https://maths.id/pembuktian-rumus-pusat-jari-bentuk-umum-persamaan-lingkaran>

<https://youtu.be/FejkwS4H47E>

<https://www.google.co.id/search>

## ANALISIS KEBUTUHAN BAHAN AJAR

Dalam menyusun dan mengembangkan perlu dilakukan analisis kebutuhan bahan ajar sebagai berikut:

1. Bahan ajar sangat diperlukan baik oleh guru maupun peserta didik sebagai salah satu sumber belajar utama yang disesuaikan dengan karakteristik dan kemampuan peserta didik
2. Bahan ajar yang disusun disesuaikan dengan kebutuhan RPP yang telah dibuat
3. Bahan ajar harus memuat KD, IPK dan Tujuan Pembelajaran sebagai acuan pokok dalam pembelajaran
4. Bahan ajar memuat langkah mempelajari bahan ajar tersebut
5. Perlu dilakukan analisis terhadap materi prasyarat
6. Dalam bahan ajar juga perlu disampaikan manfaat pembelajaran materi dalam bahan ajar tersebut
7. Bahan ajar harus inovatif dan kreatif agar tersajikan dengan menarik namun isi materi tetap harus diutamakan.
8. Bahan ajar berisi konsep materi, contoh soal, latihan soal, topik diskusi dan uji kompetensi dilengkapi dengan kunci jawaban
9. Bahan ajar berorientasi Keterampilan abad 21, literasi dan HOTS, terintegrasi dengan TPACK, STEAM dan PPK
10. Bahan ajar dibutuhkan untuk menyampaikan pesan moral dan wawasan budaya nusantara
11. Bagian akhir bahan ajar memuat refleksi dan tindak lanjut dari pembelajaran bahan ajar tersebut
12. Bahan ajar dibutuhkan tidak hanya oleh guru dan peserta didik tetapi juga semua orang yang mempelajari materi serupa
13. Bahan ajar dibutuhkan sebagai media pengembangan kreatifitas, inovasi dan kemampuan seorang guru dalam mempersiapkan pembelajaran.

## PEMANFAATAN BAHAN AJAR

Pemanfaatan bahan ajar untuk mendukung pelaksanaan pembelajaran daring adalah sebagai berikut:

1. Sebagai salah satu sumber belajar bagi peserta didik selain peserta didik juga bisa mencari materi dari berbagai sumber belajar yang lain
2. Sebagai pendukung untuk melaksanakan RPP dalam pembelajaran
3. Sebagai media control kesesuaian antara materi yang diajarkan dengan KD, Indikator dan Tujuan Pembelajaran yang akan dicapai
4. Sebagai pendukung belajar mandiri bagi peserta didik dalam pembelajaran daring karena telah disesuaikan dengan karakteristik dan kemampuan peserta didik
5. Memfokuskan kedalaman materi yang akan dicapai pada KD pada RPP
6. Sebagai media utama dalam pembelajaran yang didukung oleh aplikasi pembelajaran yang tersedia
7. Sebagai media evaluasi dan pengawasan pelaksanaan pembelajaran
8. Bahan ajar yang menarik dan diunggah di media pendukung pembelajaran juga akan bermanfaat bagi orang lain yang mengunduh dan mempelajarinya
9. Bahan ajar yang disusun bermanfaat bagi penyusun untuk meningkatkan kreatifitas dan inovasi dalam pembelajaran
10. Bahan ajar yang disusun juga bermanfaat untuk menyampaikan pesan moral dan kultural maupun religi kepada peserta didik