

## PERSAMAAN LINGKARAN

### KOMPETENSI DASAR

3.21 Menentukan persamaan lingkaran

4.21 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan lingkaran

### TUJUAN PEMBELAJARAN

3.21.3 Menganalisis persamaan umum suatu lingkaran.

3.21.4 Menentukan koordinat titik pusat dan jari-jari dari suatu persamaan umum lingkaran.

## BENTUK UMUM PERSAMAAN LINGKARAN

Dengan menguraikan persamaan standar lingkaran  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ , maka diperoleh:

$$\begin{aligned} (x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2) &= r^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 &= 0 \end{aligned}$$

Persamaan ini dapat pula ditulis secara lebih sederhana dalam bentuk **persamaan umum lingkaran**, yaitu:

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

Dengan catatan:

$$A = -2a \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}A$$

$$B = -2b \Leftrightarrow b = -\frac{1}{2}B$$

$$C = a^2 + b^2 - r^2 \Leftrightarrow r^2 = a^2 + b^2 - C \Leftrightarrow r = \sqrt{a^2 + b^2 - C}$$

Jadi, dapat disimpulkan bahwa lingkaran dengan persamaan umum:

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

mempunyai pusat di  $\left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$  dan jari-jari  $r = \sqrt{a^2 + b^2 - C} =$

$$\sqrt{\left(-\frac{1}{2}A\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}B\right)^2 - C}$$

### Contoh 1:

Tentukanlah pusat dan jari-jari lingkaran dengan persamaan umum:

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$$

#### Alternatif Penyelesaian:

Dari persamaan lingkaran tersebut diperoleh  $A = 4$  ;  $B = -2$  ; dan  $C = -4$ .

$$\text{Pusat lingkaran tersebut adalah } = \left( -\frac{4}{2}, -\frac{(-2)}{2} \right) = (-2, 1)$$

$$\text{Jari-jarinya } r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2} \cdot 4\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} \cdot (-2)\right)^2 - (-4)} = 3$$

Jadi, titik pusat lingkaran adalah  $(-2, 1)$  dan jari-jari 3 satuan.

### Contoh 2:

Tentukanlah persamaan lingkaran yang melalui titik A  $(-1, 3)$ , B  $(2, 0)$ , dan C  $(5, 3)$

#### Alternatif Penyelesaian:

Misalkan persamaan lingkarannya adalah  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ .

Melalui A  $(-1, 3)$ , diperoleh:

$$\begin{aligned} (-1)^2 + (3)^2 + A(-1) + B(3) + C &= 0 \\ \Leftrightarrow 1 + 9 - A + 3B + C &= 0 \\ \Leftrightarrow -A + 3B + C &= -10 \quad \dots (1) \end{aligned}$$

Melalui B  $(2, 0)$ , diperoleh:

$$\begin{aligned} (2)^2 + (0)^2 + A(2) + B(0) + C &= 0 \\ \Leftrightarrow 4 + 0 + 2A + 0 + C &= 0 \\ \Leftrightarrow 2A + C &= -4 \quad \dots (2) \end{aligned}$$

Melalui C  $(5, 3)$ , diperoleh:

$$\begin{aligned} (5)^2 + (3)^2 + A(5) + B(3) + C &= 0 \\ \Leftrightarrow 25 + 9 + 5A + 3B + C &= 0 \\ \Leftrightarrow 5A + 3B + C &= -34 \quad \dots (3) \end{aligned}$$

Eliminasi variabel B dan C dari persamaan (1) dan (3):

$$\begin{array}{r} -A + 3B + C = -10 \\ 5A + 3B + C = -34 \\ \hline -6A = 24 \Leftrightarrow A = -4 \end{array}$$

Substitusi nilai  $A = -4$  ke persamaan (2):

$$\begin{aligned} 2A + C &= -4 \\ \Leftrightarrow 2(-4) + C &= -4 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow C = 4$$

Substitusi nilai  $A = -4$  dan  $C = 4$  ke persamaan (1):

$$-(-4) + 3B + 4 = -10$$

$$\Leftrightarrow 3B = -18$$

$$\Leftrightarrow B = -6$$

Sehingga diperoleh:

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$$

Jadi, persamaan lingkaran yang melalui titik A (-1, 3), B (2, 0), dan C (5, 3) adalah  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$

## SOAL LATIHAN MANDIRI 2

***Jawablah Pertanyaan Berikut dengan Jelas dan Benar!***

1. Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran berikut:
  - a.  $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$
  - b.  $2x^2 + 2y^2 - 4x + 3y = 0$
2. Tentukan pusat dan jari-jarinya, lingkaran yang melalui titik:
  - a. (2, 3), (0, -1), dan (3, 0)
  - b. (1, 3), (6, -2), dan (-3, -5)
3. Lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + c = 0$  melalui titik (0, -1). Tentukan jari-jarinya!
4. Lingkaran  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + m = 0$  berjari-jari 5. Tentukan nilai m!

*~~ Selamat Mengerjakan, Semoga Sukses ~~*