

PERSAMAAN LINGKARAN

KOMPETENSI DASAR

3.21 Menentukan persamaan lingkaran

4.21 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan lingkaran

TUJUAN PEMBELAJARAN

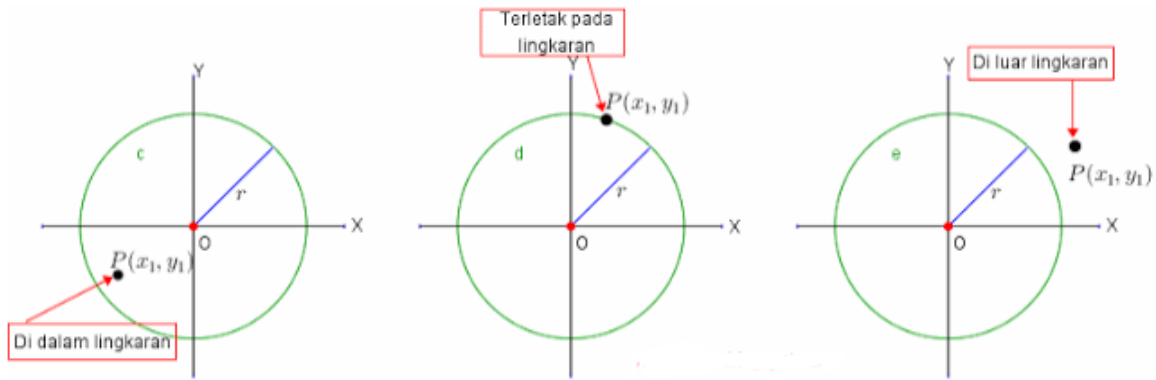
3.21.5 Menganalisis kedudukan suatu titik terhadap lingkaran.

3.21.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan lingkaran.

KEDUDUKAN TITIK TERHADAP LINGKARAN

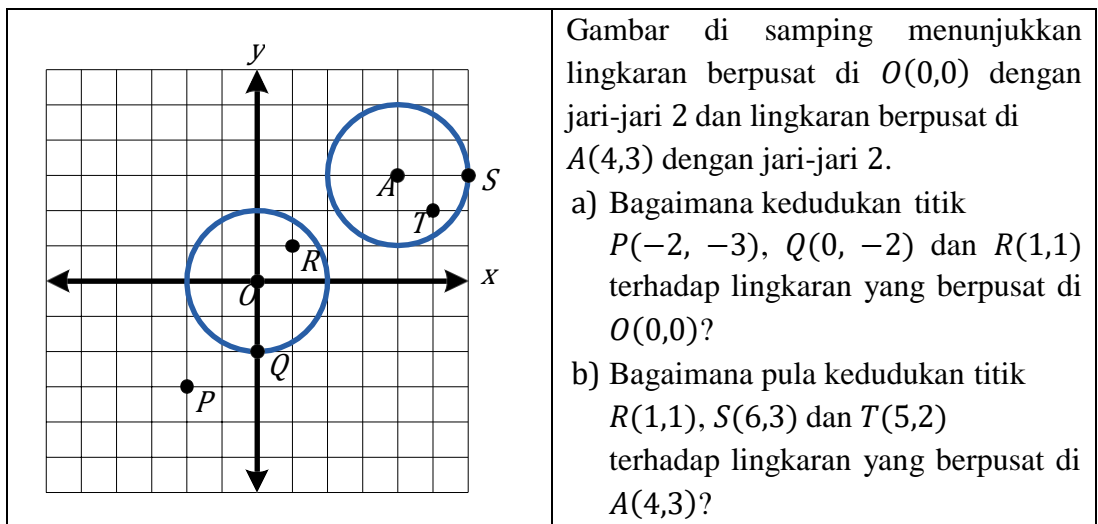
Terdapat tiga kemungkinan kedudukan suatu titik $P(x_1, y_1)$ terhadap lingkaran:

1. Titik $P(x_1, y_1)$ **terletak di dalam** lingkaran, jika titik tersebut disubstitusikan ke persamaan lingkaran diperoleh:
 - $x_1^2 + y_1^2 < r^2$
 - $(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2 < r^2$
 - $x_1^2 + y_1^2 + Ax_1 + By_1 + C < 0$
2. Titik $P(x_1, y_1)$ **terletak pada** lingkaran, jika titik tersebut disubstitusikan ke persamaan lingkaran diperoleh:
 - $x_1^2 + y_1^2 = r^2$
 - $(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2 = r^2$
 - $x_1^2 + y_1^2 + Ax_1 + By_1 + C = 0$
3. Titik $P(x_1, y_1)$ **terletak di luar** lingkaran, jika titik tersebut disubstitusikan ke persamaan lingkaran diperoleh:
 - $x_1^2 + y_1^2 > r^2$
 - $(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2 > r^2$
 - $x_1^2 + y_1^2 + Ax_1 + By_1 + C > 0$



Gambar 1 Kedudukan Titik terhadap Lingkaran
(sumber: <https://yan-fardian.blogspot.com/>)

Contoh 1:



Alternatif Penyelesaian:

a) Persamaan lingkaran: $x^2 + y^2 = 4$

Untuk titik $P(-2, -3)$, berlaku $(-2)^2 + (-3)^2 > 4$, jadi **titik P terletak di luar lingkaran.**

Untuk titik $Q(0, -2)$, berlaku $(0)^2 + (-2)^2 = 4$, jadi **titik Q terletak pada lingkaran.**

Untuk titik $R(1,1)$, berlaku $(1)^2 + (1)^2 < 4$, jadi **titik R terletak di dalam lingkaran.**

b) Persamaan lingkaran: $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 4$

Untuk titik $R(1,1)$, berlaku $(1 - 4)^2 + (1 - 3)^2 > 4$, jadi **titik R terletak di luar lingkaran.**

Untuk titik $S(6,3)$, berlaku $(6 - 4)^2 + (3 - 3)^2 = 4$, jadi **titik S terletak pada lingkaran.**

Untuk titik $T(5,2)$, berlaku $(5 - 4)^2 + (2 - 3)^2 < 4$, jadi **titik T terletak di dalam**

lingkaran.

PEMECAHAN MASALAH TERKAIT PERSAMAAN LINGKARAN

Contoh 2:



Seorang anak mengamati seorang bapak-bapak setengah baya berlari-lari pagi mengitari kolam air mancur yang berbentuk lingkaran dengan jarak lintasan bapak terhadap pusat kolam 5 meter, sedangkan jarak anak terhadap pusat kolam 10 meter. Jika diasumsikan posisi tempat anak melihat dinyatakan sebagai titik pangkal koordinat kartesius dalam meter dan pusat lingkaran terdapat pada sumbu-x, tentukan persamaan lintasan bapak tersebut?

Alternatif Penyelesaian:

Diketahui:

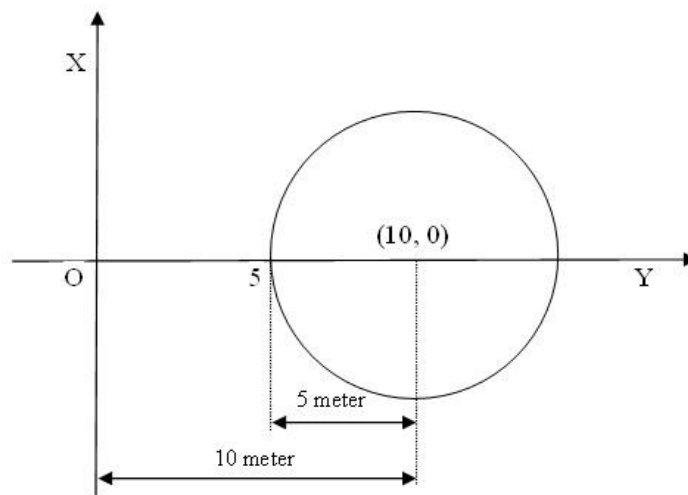
Jarak lintasan Bapak terhadap pusat air mancur: 5 meter

Jarak anak terhadap pusat air mancur : 10 meter

Ditanya:

Persamaan lintasan bapak = ... ?

Jawab :



Dari diagram kartesius di atas, dapat diambil kesimpulan bahwa:

- Jarak lintasan bapak terhadap pusat air mancur = jari-jari lingkaran = 5 meter
- Jarak anak terhadap pusat air mancur = Jarak pusat lingkaran terhadap titik pangkal koordinat = 10 meter. Yang akibatnya titik pusat lingkaran dalam koordinat kartesius adalah (10, 0).
- Lintasan lari bapak setengah baya merupakan persamaan lingkaran dengan pusat (10, 0) dan jari-jari 5.

Sehingga diperoleh persamaan lingkaran dengan pusat (10, 0) dan jari-jari 5 adalah:

$$\begin{aligned} (x - a)^2 + (y - b)^2 &= r^2 \\ \Leftrightarrow (x - 10)^2 + (y - 0)^2 &= 5^2 \\ \Leftrightarrow x^2 - 20x + 100 + y^2 &= 25 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 20x + 75 &= 0 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan lintasan bapak tersebut adalah $x^2 + y^2 - 20x + 75 = 0$.

SOAL LATIHAN MANDIRI 3

Jawablah Pertanyaan Berikut dengan Jelas dan Benar!

1. Tentukan kedudukan titik berikut terhadap lingkaran yang berpusat di O (0, 0) dan berjari-jari 8 lingkaran berikut:
 - a. (2,1)
 - b. (0, -8)
2. Tentukan kedudukan titik berikut terhadap lingkaran $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$!
 - a. (-3, 3)
 - b. (1, -2)
3. Tentukan kedudukan titik berikut terhadap lingkaran $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 5 = 0$!
 - a. (-2,9)
 - b. (1,2)
4. Suatu episentrum (titik pusat) dari suatu gempa terletak pada koordinat peta (3, 7), dan gempa tersebut memiliki radius 36 km.
 - a. Tulislah persamaan yang memodelkan jangkauan maksimum dari gempa tersebut.
 - b. Gunakan rumus jarak untuk menentukan apakah seseorang yang memiliki lokasi di (33, 25) merasakan gempa tersebut.
5. Suatu kapal pesiar yang ditempatkan pada koordinat (5, 12) memiliki radar dengan jangkauan 45 km ke segala arah.
 - a. Tulislah persamaan yang memodelkan jangkauan maksimum dari radar kapal tersebut.
 - b. Gunakan rumus jarak untuk menentukan apakah radar tersebut dapat mendeteksi kapal lain pada koordinat (50, 25).

~~ Selamat Mengerjakan, Semoga Sukses ~~