



NILAI MAKSIMUM DAN  
MINIMUM PERMASALAHAN  
KONTEKSTUAL

---

# **PERTIDAKSAMAAN LINIER DUA VARIABEL**

---

EKA PRASETYANING ADI

# PEMANFAATAN PERTIDAKSAMAAN LINIER DUA VARIABEL

## KOMPETENSI DASAR

- 3.3 Menjelaskan dan menentukan penyelesaian sistem pertidaksamaan dua variabel (linear-linear).
- 4.3 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan system pertidaksamaan dua variabel (linear linear).

## INDIKATOR

- 3.3.1 Menentukan Nilai Maksimum dan Minimum pada pertidaksamaan Linier dua variable
- 3.3.2. Membuat Model Matematika dari permasalahan Kontekstual yang ada
- 3.3.3 Menentukan Nilai Maksimum dari permasalahan kontekstual pertidaksamaan Linier dua variable
  
- 4.3.1 menyimpulkan hasil analisis nilai maksimum pada pertidaksamaan linier 2 variabel secara tepat dan bertanggung jawab
- 4.3.2. menyajikan hasil analisis model matematika pada permasalahan pertidaksamaan linier 2 variabel
- 4.3.3 Menyimpulkan hasil analisis pemecahan masalah kontekstual nilai maksimum dan minimum pada pertidaksamaan linier 2 variabel

## TUJUAN PEMBELAJARAN

- 1 . Peserta didik Dapat Menentukan Nilai Maksimum dan Minimum pada pertidaksamaan Linier dua variable
2. Peserta didik Dapat Membuat Model Matematika dari permasalahan Kontekstual yang ada
3. Peserta didik Dapat Menentukan Nilai Maksimum dari permasalahan kontekstual pertidaksamaan Linier dua variable
4. Peserta didik Dapat Menyimpulkan hasil analisis nilai maksimum pada pertidaksamaan linier 2 variabel secara tepat dan bertanggung jawab
5. Peserta didik Dapat Menyajikan hasil analisis model matematika pada permasalahan pertidaksamaan linier 2 variabel
6. Peserta didik Dapat Menyimpulkan hasil analisis pemecahan masalah kontekstual nilai maksimum dan minimum pada pertidaksamaan linier 2 variabel

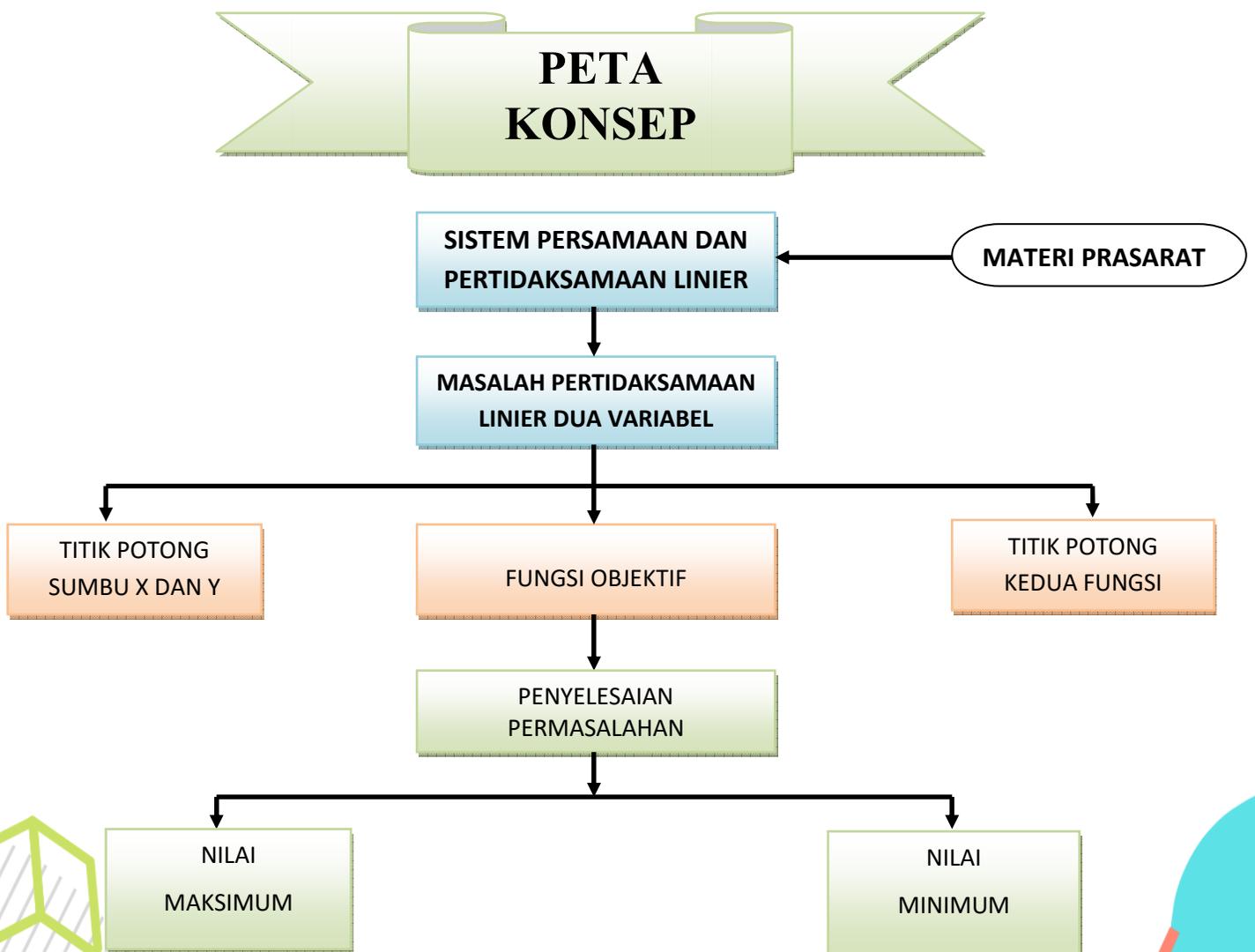
# MANFAAT PERTIDAKSAMAAN LINIER DUA VARIABEL



Dengan segala kerbatasan yang ada, seperti: lamanya mesin bekerja, jenis produk yang di peroleh, tenaga SDM yang terbatas, serta ruang yang terbatas, seorang pengusaha memperoleh keuntungan bahkan bisa mengalami kerugian

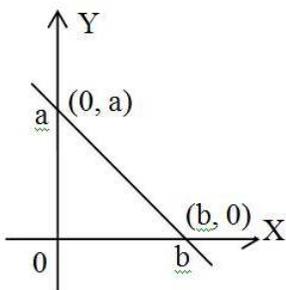


Dengan segala kerbatasan yang ada, seperti: banyaknya kendaraan, jenis kendaraan, luasnya kendaraan, luas lahan yang terbatas, daya tampung yang terbatas, seorang tukang parkir bisa memperoleh keuntungan maksimal



Sebelum masuk kedalam materi Pertidaksamaan Linier Dua Variabel, ayo ingat kembali mengenai materi berikut ini:

1. Persamaan Linier ( $ax + b = c$ )
2. Sistem Persamaan Linier Dua Variabel ( $ax + by = c$  dan  $px + qy = r$ )
  - Metode Eliminasi
  - Metode Substitusi
  - Metode Eliminasi dan substitusi
3. Memodelkan matematika permasalahan kontekstual
4. Persamaan Garis yang memotong sumbu X dan sumbu Y



Persamaan garis yang memotong sumbu X di  $(b, 0)$  dan memotong sumbu Y di  $(0, a)$  adalah:

$$ax + by = ab$$

## A. Pertidaksamaan Linier Dua Variabel

### 1. Pengertian Pertidaksamaan Linier Dua Variabel

#### Definisi 1

Pertidaksamaan linear adalah suatu kalimat matematika yang memuat satu atau lebih variabel dan sebuah tanda ketidaksamaan ( $>$ ,  $\geq$ ,  $<$ , atau  $\leq$ ).

Bila pertidaksamaan tersebut berbentuk linear (tidak mengandung fungsi polinomial, trigonometri, logaritma atau eksponen), maka pertidaksamaan tersebut dinamakan pertidaksamaan linear.

Pertidaksamaan linear merupakan pertidaksamaan yang mana peubah bebasnya berbentuk linear (pangkat satu). Kalian tentunya masih ingatkan beberapa kalimat matematika di bawah ini.

- $2x \geq 4$ ; pertidaksamaan linear satu peubah
- $3x + y < 0$ ; pertidaksamaan linear dua peubah
- $x - 2y \leq 3$ ; pertidaksamaan linear dua peubah
- $x + y - 2z > 0$ ; pertidaksamaan linear tiga peubah

## NOTASI DAN SIMBOL

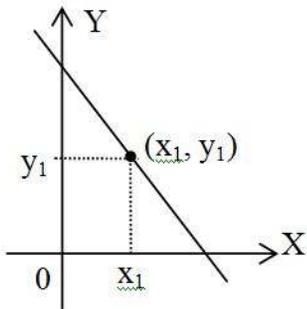
Simbol  $>$  artinya “ lebih dari ”

Simbol  $\geq$  artinya “ lebih dari atau sama dengan ”

Simbol  $<$  artinya “ kurang dari ”

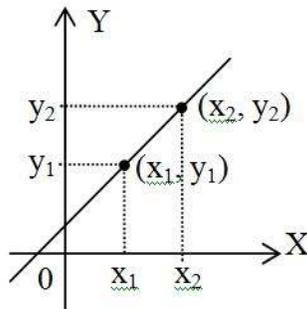
Simbol  $\leq$  artinya “ kurang dari atau sama dengan ”

Pertidaksamaan linear adalah pertidaksamaan pangkat satu.



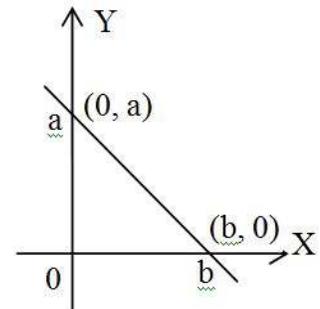
a. Persamaan garis yang bergradien  $m$  dan melalui titik  $(x_1, y_1)$  adalah:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$



b. Persamaan garis yang melalui dua titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$  adalah :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

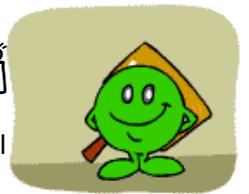


c. Persamaan garis yang memotong sumbu X di  $(b, 0)$  dan memotong sumbu Y di  $(0, a)$  adalah:

$$ax + by = ab$$

## Ayo Ingat Kembali

cara membuat Model Matematika dari Permasalahan Kontekstual



Andi ditugasi ibunya mengantar barang pesanan ke kantor. Ada dua jenis barang pesanan yaitu Kaos dan celana. Agar lebih mudah, Andi mengantarnya menggunakan motor. Namun Andi menemui masalah. Ia cuma bisa membawa barang-barang tersebut dalam jumlah terbatas! Bantu Andi mencari **jumlah maksimum** barang yang dapat dibawa agar motornya tidak kelebihan beban.

Motor Andi **hanya bisa membawa beban kurang dari 20 kg**. Satu karung Kaos mempunyai berat sebesar 2 kg dan satu karung celana mempunyai berat sebesar 1 kg. Berapa karung Kaos dan celana yang dapat ia bawa?

Dari persoalan ini bisa dibuat pertidaksamaan linear dua variabel. Mengapa pertidaksamaan? **Kata kunci pertidaksamaan di antaranya adalah kurang atau lebih dari**. Dua variabel berarti nilai yang tidak diketahui ada dua yaitu banyaknya karung Kaos dan celana.

Berat total kurang dari 24 kg. Padahal berat total itu berat Kaos ditambah berat celana. Sementara, berat Kaos dapat dihitung dari berat satu karung Kaos dikali jumlah karung Kaos. Begitu pula berat celana. Misalnya jumlah karung Kaos adalah  $x$  dan berat karung celana adalah  $y$  maka pertidaksamaannya jadi

$$2x + y < 20$$

# PERTIDAKSAMAAN LINIER DUA VARIABEL



## Definisi

Pertidaksamaan linear dua variabel adalah suatu pertidaksamaan yang di dalamnya memuat dua variabel dan masing-masing variabel itu berderajat satu.

Berikut adalah contoh dari sistem pertidaksamaan linear dua variabel :

$$3x + 8y \leq 24$$

$$x + y \leq 4$$

$$x \geq 0,$$

$$y \geq 0,$$

## Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel

### Definisi 1

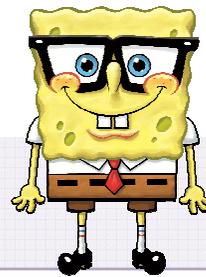
Sistem pertidaksamaan dua variabel adalah suatu sistem pertidaksamaan linear yang memuat dua variabel dengan koefisien bilangan real.

### Definisi 2

Penyelesaian sistem pertidaksamaan linear dua variabel adalah himpunan semua pasangan titik  $(x,y)$  yang memenuhi sistem pertidaksamaan linear tersebut.

### Definisi 3

Daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan linear adalah daerah tempat kedudukan titik – titik yang memenuhi sistem pertidaksamaan linear tersebut.



Penerapan Sistem Pertidaksamaan  
Linier Dua Variabel



Dengan segala kerbatasan yang ada, seperti: lamanya mesin bekerja, jenis produk yang di peroleh, tenaga SDM yang terbatas, serta ruang yang terbatas, seorang pengusaha memperoleh keuntungan bahkan bisa mengalami kerugian

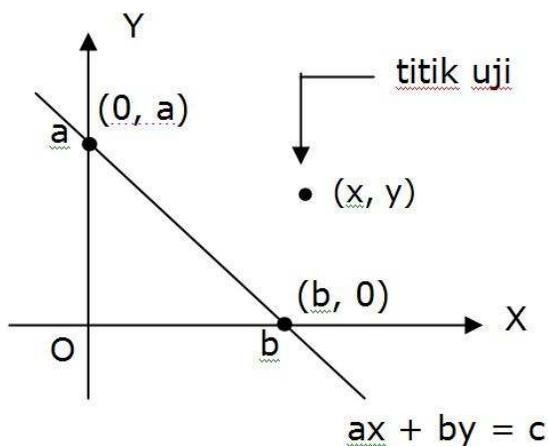


### a. Himpunan Penyelesaian dari Pertidaksamaan

Sistem pertidaksamaan linear dua variabel adalah suatu sistem yang terdiri atas dua atau lebih pertidaksamaan dan setiap pertidaksamaan tersebut mempunyai dua variabel.

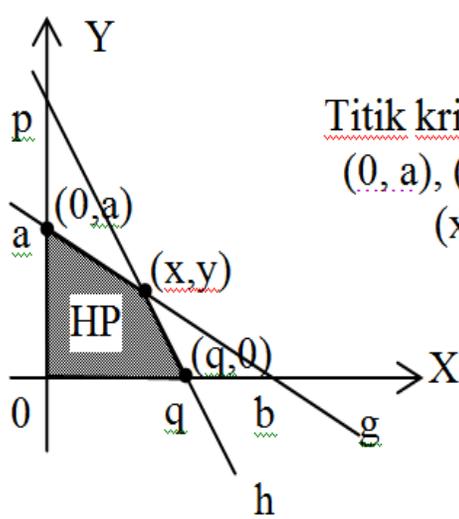
Langkah - langkah menentukan daerah penyelesaian dari system pertidaksamaan linear dua variabel sebagai berikut.

- 1) Gambarkan setiap garis dari setiap pertidaksamaan linear dua variabel yang diberikan dalam sistem pertidaksamaan linear dua variabel.
- 2) Gunakanlah satu titik uji untuk menentukan daerah yang memenuhi setiap pertidaksamaan linear dua variabel. Gunakan arsiran yang berbeda untuk setiap daerah yang memenuhi pertidaksamaan yang berbeda.
- 3) Tentukan daerah yang memenuhi sistem pertidaksamaan linear, yaitu daerah yang merupakan irisan dari daerah yang memenuhi pertidaksamaan linear dua variabel pada langkah b.

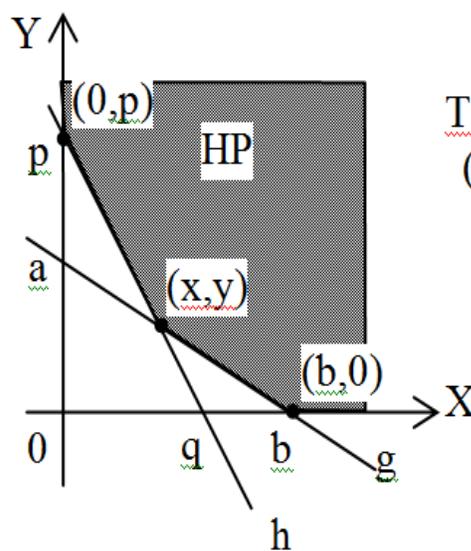


### b. Fungsi Tujuan Nilai Maksimum atau Minimum

- 1) Fungsi tujuan adalah nilai  $f$  untuk  $x$  dan  $y$  tertentu dari suatu program linear, dan dinyatakan  $f(x, y)$
- 2) Nilai fungsi sasaran yang dikehendaki adalah kondisi  $x$  dan  $y$  yang menyebabkan maksimum atau minimum
- 3) Pada program linear, titik-titik sudut merupakan titik-titik kritis, dimana nilai minimum atau maksimum berada. Apabila sistem pertidaksamaannya terdiri dari dua pertidaksamaan, maka titik-titik kritisnya bisa ditentukan tanpa harus digambar grafiknya



Titik kritis ada 3:  
 $(0, a)$ ,  $(q, 0)$  dan  
 $(x, y)$



Titik kritis ada 3:  
 $(0, p)$ ,  $(b, 0)$  dan  
 $(x, y)$

## c. Menentukan Penyelesaian Pertidaksamaan Linier Dua Variabel dalam masalah kontekstual

Sistem pertidaksamaan linear dua variabel adalah gabungan dua atau lebih pertidaksamaan linear dua variabel.

### MASALAH 1



Pedagang buah memiliki modal Rp. 1.000.000,00 untuk membeli apel dan pisang untuk dijual kembali. Harga beli tiap kg apel Rp 4000,00 dan pisang Rp 1.600,00. Tempatnya hanya bisa menampung 400 kg buah. Tentukan jumlah apel dan pisang agar kapasitas maksimum !

#### Penyelesaian:

a. Membuat Model Matematika

Misalkan Apel =  $x$  , dan Pisang =  $y$

| Jenis | Apel     | Pisang     | Batas Maksimal |
|-------|----------|------------|----------------|
| Harga | 4000     | 1600       | 1000000        |
| berat | $x$ Apel | $y$ pisang | 400            |

Maka akan diperoleh pertidaksamaan sebagai berikut ini

- Kapasitas tempat:  $x + y \leq 400$
- Modal:  $4.000x + 1.600y \leq 1.000.000$   $5x + 2y \leq 1.250$
- $x \geq 0$
- $y \geq 0$

b. Menentukan Titik – titik Pojok

Misalkan  $x + y = 400$

|        |          |          |
|--------|----------|----------|
| $x$    | 0        | 400      |
| $y$    | 400      | 0        |
| $x, y$ | (0, 400) | (400, 0) |

Misalkan  $5x + 2y = 1250$

|        |          |          |
|--------|----------|----------|
| $x$    | 0        | 250      |
| $y$    | 625      | 0        |
| $x, y$ | (0, 625) | (250, 0) |

c. Menentukan Nilai Titik Potong dari  $x + y = 400$  dan  $5x + 2y = 1250$  dengan

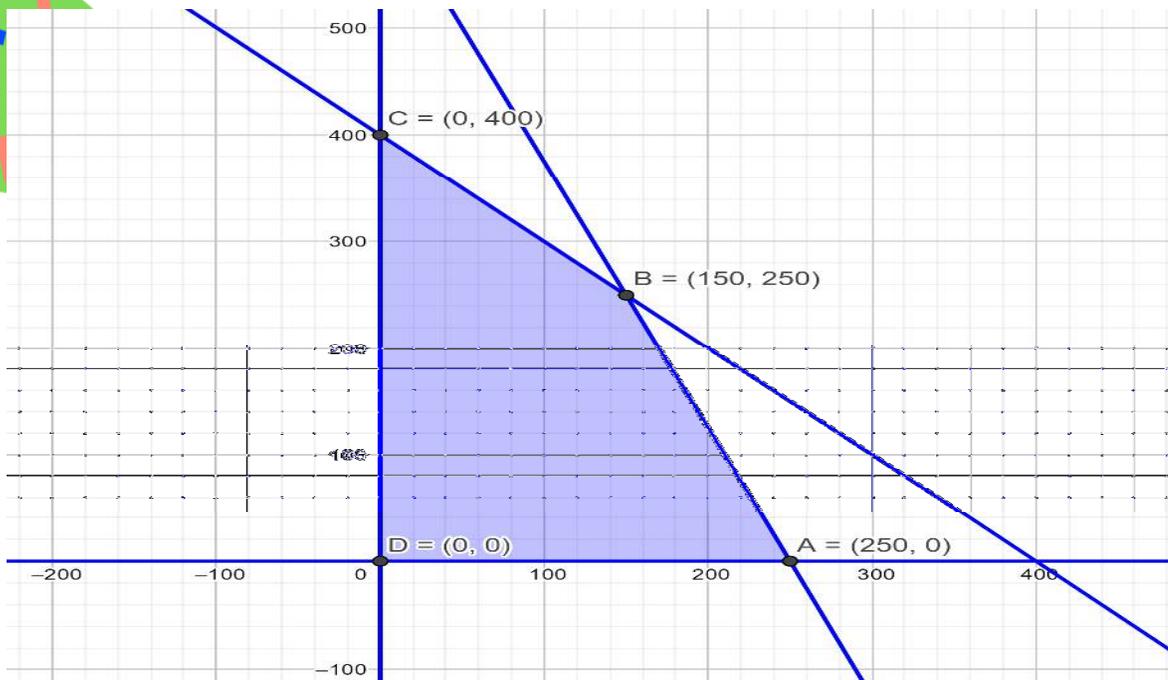
$$\begin{array}{r} x + y = 400 \quad | \times 5 | 5x + 5y = 2000 \\ 5x + 2y = 1250 \quad | \times 1 | 5x + 2y = 1250 \quad - \\ \hline 3y = 750 \\ y = 250 \end{array}$$

Menentukan nilai  $x$   
Substitusikan kedalam salah satu persamaan misalkan  $x + y = 400$   
 $x + y = 400$   
 $x + 250 = 400$   
 $x = 150$

Maka diperoleh Titik Potong (150, 250)

Keseluruhan titik  $(x,y)$  adalah (0, 400), (400, 0), (0, 625), (250, 0) dan (150, 250)

Langkah selanjutnya Menggambar daerah penyelesaian dengan menggunakan titik yang telah di temukan.



Dari Gambar Diagram Tersebut terlihat bahwa daerah dengan arsiran warna biru merupakan daerah Hasil atau daerah penyelesaian.

Dengan dilakukan uji titik (0,0) pada pertidaksamaan yang ada

| Titik  | $x + y = 400$          | $5x + 2y \leq 1250$      | Keterangan |
|--------|------------------------|--------------------------|------------|
| 0, 0   | $0 \leq 400$ (Benar)   | $0 \leq 1250$ (Benar)    | Benar      |
| 300, 0 | $300 \leq 400$ (Benar) | $1500 \leq 1250$ (Salah) | Salah      |
| 0,500  | $500 \leq 400$ (Salah) | $1000 \leq 1250$ (benar) | Salah      |
| 0,400  | $400 \leq 400$ (Benar) | $800 \leq 1250$ (Salah)  | Benar      |
| 250,0  | $250 \leq 400$ (Benar) | $1250 \leq 1250$ (Benar) | Benar      |

Maka untuk menentukan nilai maksimum dan nilai minimum, kita gunakan setiap titik pojok pada daerah Hasil tersebut

| Titik    | $x + y$ | keterangan |
|----------|---------|------------|
| 0,400    | 400     | Maksimum   |
| 250,0    | 250     | Minimum    |
| 150, 250 | 400     | Maksimum   |

**A Y O**

**MENYIMPULKAN**

Dari penyelesaian diatas dapat dilihat bahwa nilai maksimumnya ada di titik (x,y ) yaitu (0, 400) dan (150, 250)

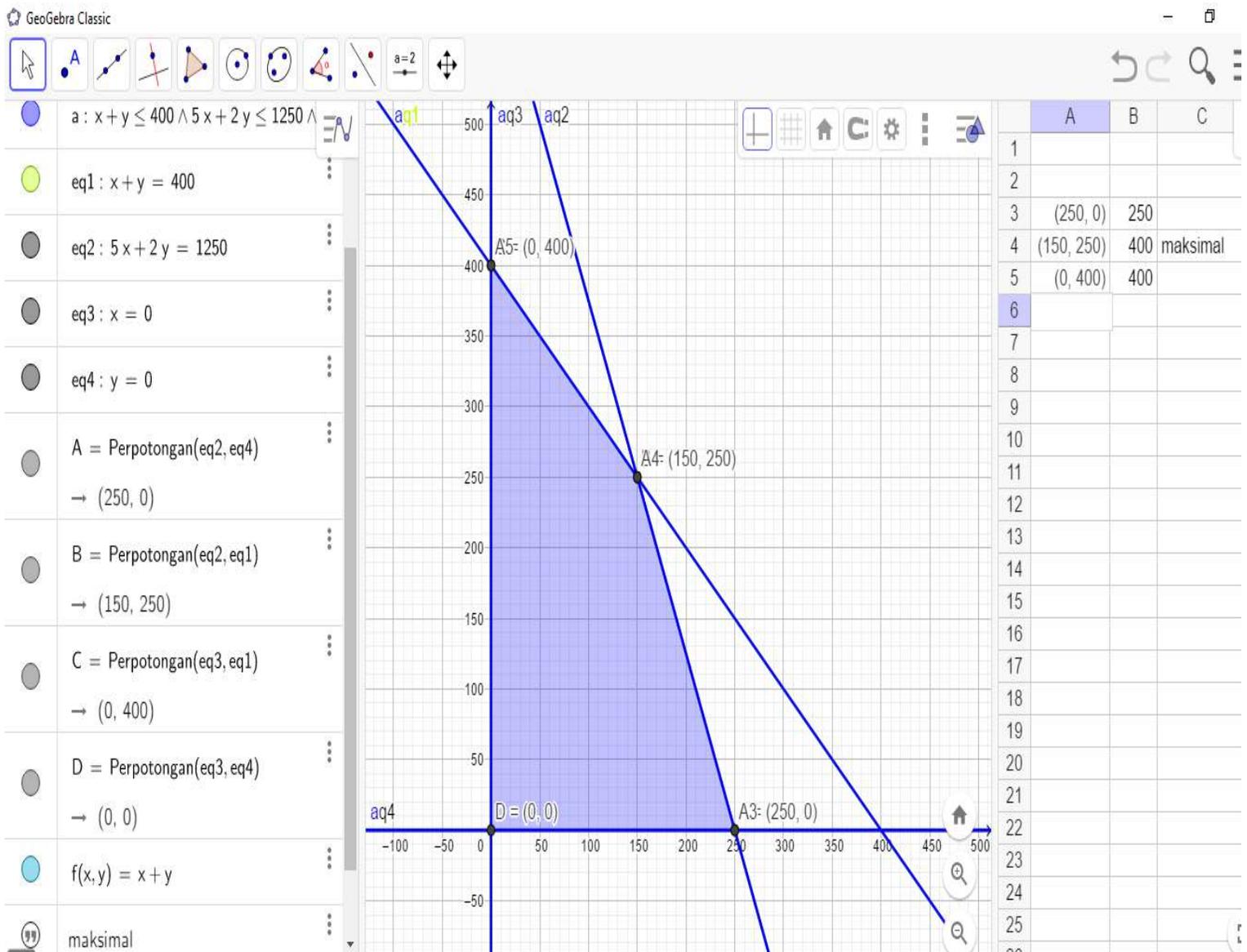
Jadi kesimpulannya adalah:

Karena tadi memisalkan x adalah Apel dan y adalah Pisang,

Maka jumlah apel dan pisang maksimal adalah 150 Apel dan 250 Pisang

## AYO MENAMATI PENYELESAIAN DENGAN GEOGEBRA

**Penyelesaian permasalahan diselesaikan menggunakan aplikasi Geogebra**



**LINK VIDEO PENYELESAIAN DENGAN GEOGEBRA**

<http://gg.gg/videopertidaksamaan2>

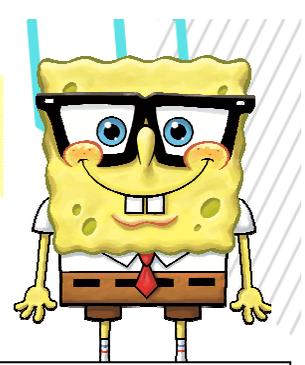
### *Ayo Kita Diskusikan*

Tanah seluas 10.000 m<sup>2</sup> akan dibangun toko 2 tipe. Untuk toko tipe A diperlukan tanah seluas 100 m<sup>2</sup> dan tipe B diperlukan 75 m<sup>2</sup>. Jumlah toko yang dibangun paling banyak 125 unit.

Keuntungan tiap tipe A sebesar Rp7.000.000,00 dan tiap tipe B sebesar Rp4.000.000,00.

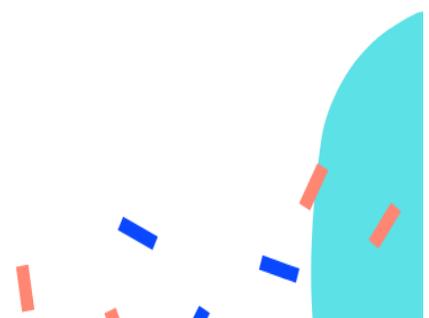
Keuntungan maksimum yang diperoleh dari penjualan toko tersebut adalah ...

Selain contoh permasalahan 1 dan permasalahan pada Diskusi. Kalian bisa mencoba latihan soal berikut ini, untuk mengukur kemampuan pemahaman kalian



## LATIHAN SOAL

1. Seorang anak diharuskan minum dua jenis tablet setiap hari. Tablet jenis I mengandung 5 unit vitamin A dan 3 unit vitamin B. Tablet jenis II mengandung 10 unit vitamin A dan 1 unit vitamin B. Dalam 1 hari anak tersebut memerlukan 25 unit vitamin A dan 5 unit vitamin B. Jika harga tablet I Rp4.000,00 per biji dan tablet II Rp8.000,00 per biji, pengeluaran minimum untuk pembelian tablet per hari adalah ...
2. Suatu pesawat udara mempunyai 60 tempat duduk. Setiap penumpang kelas utama boleh membawa barang hingga 50 kg, sedangkan untuk setiap penumpang kelas ekonomi diperkenankan paling banyak membawa 20 kg barang. Bagasi pesawat itu hanya mampu menampung 1.500 kg barang. Jika harga tiket kelas utama Rp 500.000,00, dan untuk kelas ekonomi Rp 300.000,00, pendapatan maksimum untuk sekali penerbangan adalah ...



# RANGKUMAN

1. Pertidaksamaan linear dua variabel adalah suatu pertidaksamaan yang di dalamnya memuat dua variabel dan masing-masing variabel itu berderajat satu
2. Sistem pertidaksamaan dua variabel adalah suatu sistem pertidaksamaan linear yang memuat dua variabel dengan koefisien bilangan real.
3. Daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan linear adalah daerah tempat kedudukan titik – titik yang memenuhi sistem pertidaksamaan linear tersebut.
4. Fungsi tujuan adalah nilai  $f$  untuk  $x$  dan  $y$  tertentu dari suatu program linear, dan dinyatakan  $f(x, y)$
5. Nilai fungsi sasaran yang dikehendaki adalah kondisi  $x$  dan  $y$  yang menyebabkan maksimum atau minimum
6. Pada program linear, titik-titik sudut merupakan titik-titik kritis, dimana nilai minimum atau maksimum berada. Apabila sistem pertidaksamaannya terdiri dari dua pertidaksamaan, maka titik-titik kritisnya bisa ditentukan tanpa harus digambar grafiknya

Langkah - langkah menentukan daerah penyelesaian dari system pertidaksamaan linear dua variabel sebagai berikut.

- a. Membuat model matematika dari persoalan yang ada
- b. Gambarkan setiap garis dari setiap pertidaksamaan linear dua variabel yang diberikan dalam sistem pertidaksamaan linear dua variabel.
- c. Gunakanlah satu titik uji untuk menentukan daerah yang memenuhi setiap pertidaksamaan linear dua variabel, misalkan pada titik  $(0,0)$  atau titik terluar dari kedua garis pada pertidaksamaan. Gunakan arsiran yang berbeda untuk setiap daerah yang memenuhi pertidaksamaan yang berbeda.
- d. Tentukan daerah yang memenuhi sistem pertidaksamaan linear, yaitu daerah yang merupakan irisan dari daerah yang memenuhi pertidaksamaan linear dua variabel pada langkah b.
- e. Pilih titik – titik pojok pada daerah penyelesaian
- f. Mensubstitusikan titik – titik pojok kedalam fungsi sasaran yang ada
- g. Menganalisis nilai maksimum dan minimum

# TES FORMATIF

1. Seorang penjahit membuat 2 model pakaian. Model pertama memerlukan 1 m kain polos dan 1,5 m kain corak. Model kedua memerlukan 2 m kain polos dan 0,5 m kain bercorak. Dia hanya mempunyai 20 m kain polos dan 10 m kain bercorak. Jumlah maksimum pakaian yang dapat dibuat adalah ...
  - a. 10 potong
  - b. 11 potong
  - c. 12 potong
  - d. 14 potong
  - e. 16 potong
2. Pada sebuah toko, seorang karyawan menyediakan jasa membungkus kado. Sebuah kado jenis A membutuhkan 2 lembar kertas pembungkus dan 2 meter pita, Sebuah kado jenis B membutuhkan 2 lembar kertas pembungkus dan 1 meter pita. Tersedia kertas pembungkus 40 lembar dan pita 30 meter. Jika upah untuk membungkus kado jenis A Rp2.500,00/buah dan kado jenis B Rp2.000,00/buah, maka upah maksimum yang dapat diterima karyawan tersebut adalah ...
  - a. Rp 40.000,00
  - b. Rp 45.000,00
  - c. Rp 50.000,00
  - d. Rp 55.000,00
  - e. Rp 60.000,00
3. Suatu perusahaan meubel memerlukan 18 unsur A dan 24 unsur B per hari. Untuk membuat barang jenis I dibutuhkan 1 unsur A dan 2 unsur B, sedangkan untuk membuat barang jenis II dibutuhkan 3 unsur A dan 2 unsur B. Jika barang jenis I dijual seharga Rp 250.000,00 per unit dan barang jenis II dijual seharga Rp 400.000,00 perunit, maka agar penjualannya mencapai maksimum, berapa banyak masing-masing barang harus di buat?
  - a. 6 jenis I
  - b. 12 jenis II
  - c. 6 jenis I dan jenis II
  - d. 3 jenis I dan 9 jenis II
  - e. 9 jenis I dan 3 jenis II
4. Luas daerah parkir 1.760m<sup>2</sup> luas rata-rata untuk mobil kecil 4m<sup>2</sup> dan mobil besar 20m<sup>2</sup>. Daya tampung maksimum hanya 200 kendaraan, biaya parkir mobil kecil Rp1.000,00/jam dan mobil besar Rp2.000,00/ jam. Jika dalam satu jam terisi penuh dan tidak ada kendaraan yang pergi dan datang, penghasilan maksimum tempat parkir adalah ...
  - a. Rp 176.000,00
  - b. Rp 200.000,00
  - c. Rp 260.000,00
  - d. Rp 300.000,00
  - e. Rp 340.000,00

1. C
2. B
3. E
4. C



## DAFTAR PUSTAKA

Abidin, Muhammad Zainal. *Modul Matematika Kelas XII IPA Semester 1*.

Bimata, Tim. *Modul Matematika (IPA) untuk SMA/MA Kelas XII*. CV Sukoharjo : William.

Sukino. *Matematika untuk SMA Kelas XII*. 2007. Jakarta : Erlangga.

Anwar, Cecep H. F. S. dan Pesta. *Matematika Aplikasi untuk SMA dan MA Kelas XII Program IPA*. 2008. Jakarta : Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional.

### Sumber Internet

<https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjU8vqJpPzrAhVUILcAHeW7A9sQFjAAegQIAxAB&url=https%3A%2F%2Fibnufajar75.files.wordpress.com%2F2012%2F11%2Fbab-16-program-linear.doc&usg=AOvVawlv97-HzDaDhXmB7sPKZq3U>

<http://pngimg.com/imgs/heroes/minions/>

<http://pngimg.com/download/62513>

<http://pngimg.com/download/49765>

<https://disk.mediaindonesia.com/thumbs/1200x-/news/2019/11/e46f29a02428f4de024d36316e095be6.jpg>

<https://riaupos.co/thumb/4362-IMG-20200302-WA0146.jpg>

<https://grapadinews.co.id/wp-content/uploads/2019/01/kon.jpg>

[https://www.kanal247.com/images/media/photo/2017/09/12/6582\\_4.jpg](https://www.kanal247.com/images/media/photo/2017/09/12/6582_4.jpg)

[https://www.nzherald.co.nz/resizer/t4SJLa2HKU5zyZFRGI5gJwUJ7vE=/620x349/smart/filters:quality\(70\)/arcanglerfish-syd-prod-nzme.s3.amazonaws.com/public/TO6OMMCEHNBJPCOVMMH4CO43O4.jpg](https://www.nzherald.co.nz/resizer/t4SJLa2HKU5zyZFRGI5gJwUJ7vE=/620x349/smart/filters:quality(70)/arcanglerfish-syd-prod-nzme.s3.amazonaws.com/public/TO6OMMCEHNBJPCOVMMH4CO43O4.jpg)

<http://ibnufajar75.blogspot.com>

<https://www.riauonline.co.id/foto/bank/images2/Ilustrasi-apel-dan-pisang.jpg>

<http://safetynet.asia/wp-content/uploads/2018/04/penyakit-akibat-kerja-di-pabrik-sepatu.jpg>

