BAHAN AJAR
PROGRAM LINEAR

Disusun oleh
IGNATIA SETIO PANGESTUTI

LEMBAR PENGESAHAN

1. JUDUL : MODUL PEMBELAJARAN PROGRAM LINEAR
   MATA PELAJARAN : MATEMATIKA
   KELAS : X KIMIA INDUSTRI
   TAHUN PELAJARAN : 2020/2021
   SEMESTER : I

2. IDENTITAS GURU MATA PELAJARAN
   NAMA :
   NIP :
   PANGKAT/ GOLONGAN :

3. IDENTITAS SEKOLAH
   NAMA :

DISETUJUI dan DISAHKAN,
DI :
TANGGAL : JULI 2020

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maka Kuasa atas rahmat-Nya sehingga kami dapat menyelesaikan modul pembelajaran Program Linear ini.

Modul ini disusun sebagai salah satu bahan ajar dalam pelaksanaan kegiatan belajar mengajar di sekolah. Selain itu, modul ini dapat membantu siswa – siswi kelas X Kimia Industri untuk dapat belajar secara mandiri.

Dalam modul ini disajikan materi pembelajaran matematika secara sederhana, efektif dan mudah dimengerti yang disertai dengan contoh soal dan penyelesaiannya. Modul ini juga dilengkapi dengan soal – soal yang dapat digunakan sebagai bahan latihan.

Dalam penyusunan modul pembelajaran ini kami menyadari masih banyak kekurangan, sehingga kritik dan saran dari semua pihak sangat dibutuhkan demi perbaikan.

Semoga modul pembelajaran ini dapat berguna.

Yogyakarta,   Juli 2020

Penyusun

DAFTAR ISI

PROGRAM LINEAR

KOMPETENSI DASAR	
3.4	Menentukan nilai maksimum dan minimum permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan program linear dua variabel
4.4	Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan program linear dua variabel

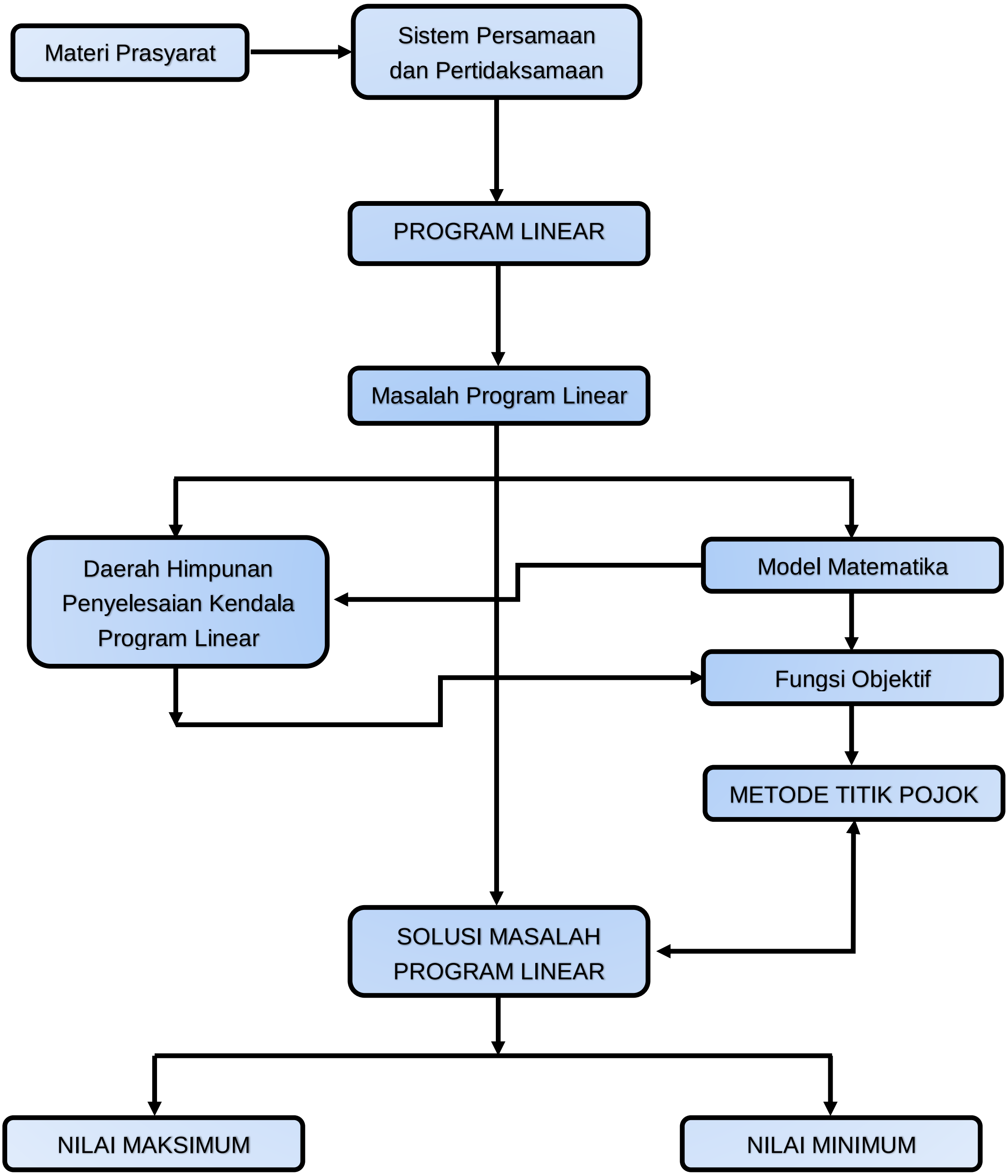
INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI	
3.4.1	Mengidentifikasi persamaan dan pertidaksamaan linear dua variabel serta fungsi tujuan dan kendala pada masalah program linear
3.4.2	Menyusun dan menyelesaikan model matematika dari masalah yang berkaitan dengan pertidaksamaan linear dua variabel
3.4.3	Menentukan nilai optimum suatu program linear dengan menggunakan metode titik pojok
4.4.1	Menaganalisis dan masalah nyata berupa masalah program linear serta menerapkan berbagai konsep dan aturan yang terdapat pada sistem pertidaksamaan linear
4.4.2	Menyimpulkan penyelesaian permasalahan penerapan program linear

ISTILAH PENTING

- Kendala/ syarat
- Daerah himpunan penyelesaian
- Metode titik pojok
- Optimum (maksimum atau minimum)

TUJUAN PEMBELAJARAN	
3.4.1.1	Dengan membaca buku non-teks, siswa menganalisis persamaan dan pertidaksamaan linear dua variabel dengan benar
3.4.1.2	Dengan memperhatikan contoh pada tayangan ppt, siswa mampu menentukan output persamaan dan pertidaksamaan linear dua variabel dengan tanggung jawab
3.4.1.3	Melalui aplikasi geogebra, siswa dapat menemukan perbedaan output antara persamaan dan pertidaksamaan linear dua variabel secara jelas
3.4.2.1	Setelah mengamati tayangan video di youtube, siswa mampu menemukan fungsi tujuan dari permasalahan program linear dengan tanggung jawab
3.4.2.1	Setelah mengamati tayangan video di youtube, siswa dapat merinci syarat atau kendala dari masalah permasalahan program linear dengan tanggung jawab
3.4.2.3	Setelah mengamati tayangan video di youtube, siswa mampu merumuskan model matematika dari permasalahan program linear dengan percaya diri
3.4.3.1	Dengan memperhatikan model matematika, siswa mampu memprediksi nilai optimum dengan menggunakan metode titik pojok dengan teliti
4.4.1.1	Dengan mengamati permasalahan melalui PPT yang diupload di Edmodo, siswa mampu menganalisis masalah nyata berupa masalah program linear dengan teliti
4.4.1.2	Dengan mengamati permasalahan melalui PPT yang diupload di Edmodo, siswa mampu merancang masalah nyata menjadi masalah program linear dengan tepat
4.4.2.1	Dengan menerapkan dasar dan prosedur penyelesaian program linear, siswa mampu merumuskan penyelesaian permasalahan penerapan program linear dengan tanggung jawab

PETA KONSEP


Materi Prasyarat
Sistem Persamaan dan Pertidaksamaan
PROGRAM LINEAR
Masalah Program Linear
Daerah Himpunan Penyelesaian Kendala Program Linear
Model Matematika
Fungsi Objektif
METODE TITIK POJOK
SOLUSI MASALAH PROGRAM LINEAR
NILAI MAKSIMUM
NILAI MINIMUM

PETUNJUK PENGGUNAAN BAHAN AJAR

Untuk memperoleh hasil belajar yang maksimal, maka perhatikan langkah-langkah dalam menggunakan bahan ajar berikut :

1. Cermati tujuan pembelajaran yang akan dicapai pada modul ini !
2. Bacalah setiap kegiatan belajar pada modul berikut. Jika ada materi yang belum jelas, siswa dapat bertanya pada guru.
3. Kerjakan setiap latihan soal dalam setiap kegiatan belajar !
4. Jika belum menguasai level materi yang diharapkan, ulangi lagi pada kegiatan belajar sebelumnya atau bertanya pada guru !

MATERI PRASYARAT

A. Mendeskripsikan Konsep Sistem Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

stimulation

Konsep persamaan dan pertidaksamaan linear dua variabel sudah pernah dipelajari. Dalam sistem persamaan linear dua variabel dipelajari tentang cara menggambar garis serta menentukan himpunan penyelesaian dengan berbagai metode penyelesaian. Dalam sistem pertidaksamaan linear dipelajari tentang menentukan daerah himpunan penyelesaian.
Banyak sekali kasus yang dapat kita temui untuk permasalahan sistem persamaan dan pertidaksamaan linear dalam kehidupan sehari-hari. Contoh yang paling sederhana, misalkan kalian jajan di kantin sekolah. Jika harga 1 buah roti Rp 2.000 dan harga 1 botol minuman Rp 2.500, maka jika kalian ingin membeli 2 buah roti dan 1 botol minuman, berapa harga yang harus dibayarkan ?
Semisal kalian hanya memiliki uang Rp 10.000 dan ingin membelanjakan 2 buku dan 3 bolpoin di koperasi sekolah. Kira-kira model belanjanya seperti apa ? Dan apakah kalian bisa membelanjakan senilai Rp 10.500 ?

1. Mendeskripsikan Konsep Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

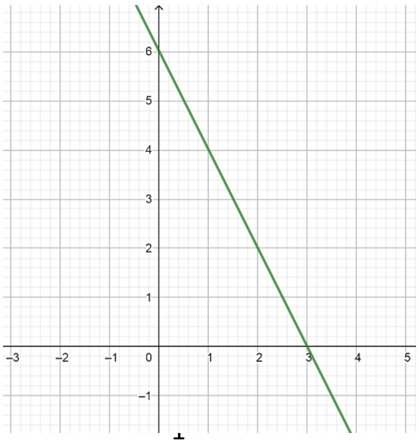
Persamaan linear dua variabel adalah persamaan yang memuat dua buah variabel dan setiap variabel tersebut berderajat satu. Bentuk umum persamaan linear dua variabel yaitu $ax + by = c$ dengan $a, b,$ dan c adalah bilangan real. Himpunan pasangan nilai (x, y) yang memenuhi persamaan linear dua variabel dapat digambarkan berupa garis lurus.

Contoh Soal :
Gambarlah garis $2x + y = 6$!
Langkah – langkah :

a. Menentukan titik potong terhadap sumbu X (saat $y = 0$) dan sumbu Y (saat $x = 0$). Sehingga diperoleh titik potongnya yaitu $(0,6)$ dan $(3,0)$.

x	0	3
y	6	0
Koordinat	$(0,6)$	$(3,0)$

b. Menghubungkan titik $(0,6)$ dan $(3,0)$ sehingga terbentuk garis $2x + y = 6$.



Sistem persamaan linear dua variabel adalah gabungan dari dua atau lebih persamaan linear dua variabel. Bentuk umum sistem persamaan linear dua variabel dapat dituliskan seperti berikut

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel berupa pasangan bilangan (x, y) yang memenuhi kedua persamaan tersebut. Jika kedua persamaan tersebut digambarkan sebagai garis, penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel adalah titik (x, y) yang dilalui kedua garis tersebut, yakni titik potong kedua garis.

Contoh :

Tentukan penyelesaian sistem persamaan linear berikut!

$$\begin{cases} 2x + y = 12 \\ x + 3y = 21 \end{cases}$$

Penyelesaian :

$2x + y = 12$ dan $x + 3y = 21$ masing-masing merupakan persamaan linear dengan variabel x dan y. Gabungan dari kedua persamaan linear tersebut dinamakan sistem persamaan linear dua variabel. Penyelesaian sistem persamaan linear di atas adalah pasangan bilangan (x, y) yang memenuhi kedua persamaan. Penyelesaian sistem persamaan linear dapat dicari dengan cara **substitusi, eliminasi, atau gabungan keduanya**.

Berikut cara mencari penyelesaian sistem persamaan linear tersebut dengan cara gabungan eliminasi-substitusi.

Eliminasi x dari kedua persamaan

$2x + y = 12 \;\; |\times 3| \;\; 6x + 3y = 36$

$x + 3y = 21 \;\; |\times 1| \;\; x + 3y = 21$

$$\overline{} \; -$$

$$5x = 15 \Leftrightarrow x = 3$$

Substitusi nilai $x = 3$ ke persamaan yang pertama

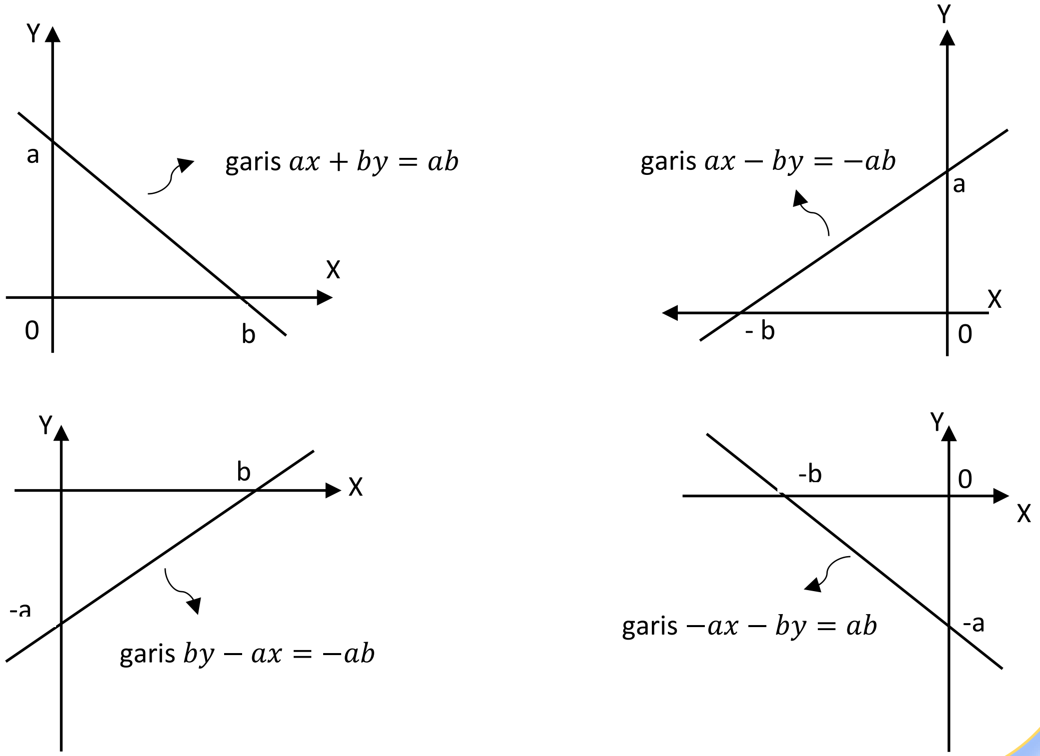
$2x + y = 12$

$\Leftrightarrow 2(3) + y = 12$

$\Leftrightarrow 6 + y = 12 \Leftrightarrow y = 6.$

Jadi, penyelesaian sistem persamaan linear tersebut adalah $(3{,}6)$.

Menentukan Persamaan Garis Berdasarkan Grafik



2. Mendeskripsikan Konsep Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

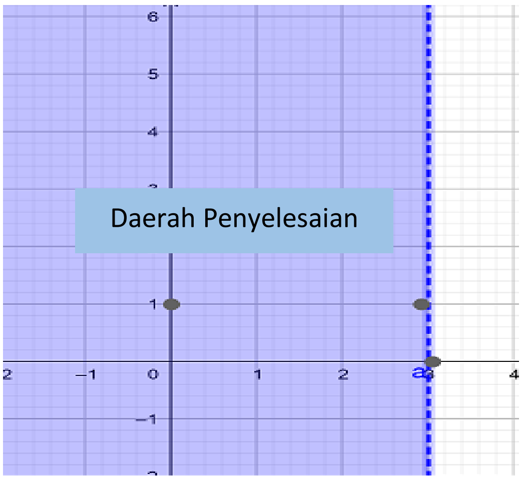
Pertidaksamaan merupakan kalimat matematika terbuka yang memuat salah satu di antara tanda-tanda $<, >, \leq, \geq$. Pertidaksamaan linear dua variabel adalah pertidaksamaan yang memuat dua buah variabel dan setiap variabel tersebut berderajat satu. Bentuk umum pertidaksamaan linear dua variabel adalah $ax + by \leq c$ atau $ax + by \geq c$, dengan $a, b,$ dan c anggota bilangan real.

Himpunan pasangan nilai (x, y) yang memenuhi pertidaksamaan linear dua variabel dapat digambarkan berupa garis lurus $ax + by = c$ beserta setengah daerah terbuka yang dibatasi garis lurus tersebut.

Sistem pertidaksamaan linear dua variabel adalah gabungan dari dua atau lebih pertidaksamaan linear dua variabel. Pasangan nilai (x, y) yang memenuhi sistem pertidaksamaan linear dua variabel berupa daerah pada bidang koordinat yang memenuhi semua pertidaksamaan linear penyusunnya. Daerah pada bidang koordinat tersebut dinamakan **daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan linear.** Daerah penyelesaian pertidaksamaan ditandai dengan arsiran.

Contoh :

1. Tentukan daerah penyelesaian dari pertidaksamaan $x < 3$!
   Langkah – langkah :
   a. Pertidaksamaan $x < 3$ mengandung tanda "<", artinya yang memenuhi daerah penyelesaian adalah $x < 3$ atau $x \neq 3$. Karena $x \neq 3$ tidak termasuk maka garis $x = 3$ berupa garis putus – putus.
   b. Memilih sembarang titik pada sumbu X untuk diuji. Misalkan titik $(1,0)$.
   c. Titik $(1,0)$ disubstitusikan ke pertidaksamaan $x < 3$ untuk menyelidiki apakah memenuhi pertidaksamaan $x = 1 \implies 1 < 3$ bernilai benar.
   d. Mengarsir daerah titik uji tersebut karena titik uji tersebut memenuhi pertidaksamaan $x < 3$. Daerah penyelesaian dari $x < 3$ ditunjukkan pada gambar di bawah ini.

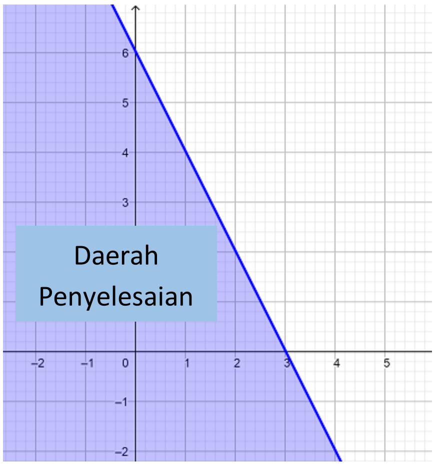


2. Tentukan daerah penyelesaian dari pertidaksamaan $2x + y \leq 6$!
   Langkah – langkah :
   a. Menggambar garis $2x + y = 6$ dengan menentukan titik potongnya terhadap sumbu X dan sumbu Y sehingga akan diperoleh titik $(0,6)$ dan $(3,0)$.

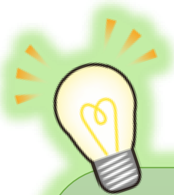
x	0	3
y	6	0
Koordinat	$(0,6)$	$(3,0)$

b. Menghubungkan titik $(0,6)$ dan $(3,0)$ sehingga terbentuk garis batas dengan persamaan $2x + y = 6$. Garis batasnya berbentuk solid (tidak putus – putus) karena pertidaksamaannya memuat tanda $\leq$.

c. Memilih sembarang titik untuk diuji guna menentukan daerah penyelesaiannya.
$(3,0)$ memenuhi $2x + y \leq 6$ karena $2(3) + 0 \leq 6$ bernilai benar.
$(2,0)$ memenuhi $2x + y \leq 6$ karena $2(2) + 0 \leq 6$ bernilai benar.
$(4,0)$ tidak memenuhi $2x + y \leq 6$ karena $2(4) + 0 \leq 6$ bernilai salah.
(x, y) yang memenuhi pertidaksamaan linear $2x + y \leq 6$ berupa garis $2x + y = 6$ dan daerah di kiri garis $2x + y = 6$.
Perhatikan gambar berikut ini!



Daerah yang berwarna biru merupakan daerah penyelesaian dari pertidaksamaan $2x + y \leq 6$.



Tanpa melakukan uji titik, daerah himpunan penyelesaian suatu pertidaksamaan linear dapat ditentukan dengan aturan berikut :

Pertidaksamaan	$b > 0$	$b < 0$
$ax + by \geq c$	Daerah himpunan penyelesaian berada di kanan/ di atas garis $ax + by = c$	Daerah himpunan penyelesaian berada di kiri/ di bawah garis $ax + by = c$
$ax + by \leq c$	Daerah himpunan penyelesaian berada di kiri/ di bawah garis $ax + by = c$	Daerah himpunan penyelesaian berada di kanan/ di atas garis $ax + by = c$

PERTANYAAN KRITIS !!!

1. **Apakah semua pertidaksamaan linear mempunyai daerah himpunan penyelesaian ??**
2. **Jika diketahui daerah himpunan penyelesaian, bagaimana cara menentukan pertidaksamaan linearnya ??**

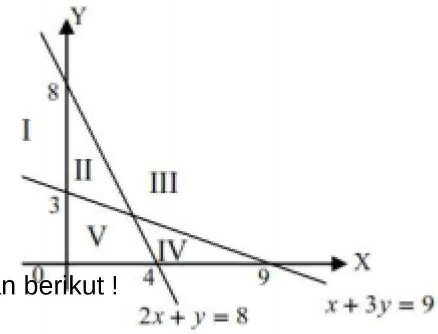
LATIHAN SOAL 1

1. Diketahui sistem persamaan linear berikut :

$$\begin{cases} 3x + y = 9 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

   a. Gambarlah grafik dari persamaan-persamaan pada sistem persamaan linear tersebut !
   b. Tentukan koordinat titik potong kedua garis !
   c. Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linearnya !

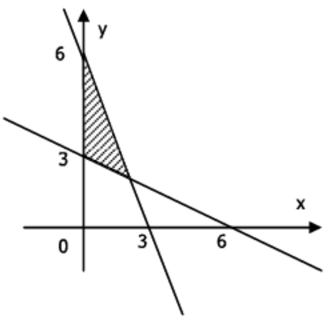
2. Benar atau salah daerah yang memenuhi pertidaksamaan linear $x + 3y \leq 9; 2x + y \geq 8; x \geq 0; y \geq 0$ adalah IV ?



3. Tentukan daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan berikut !

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ 3x + 6y \leq 18 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

4. Pertidaksamaan yang sesuai untuk daerah terarsir pada gambar adalah . . .



B. Memodelkan Masalah Program Linear

stimulation

Perhatikan tayangan video dengan link berikut ini !

https://www.youtube.com/watch?v=InX3FYjnZe0

Setelah kalian mengamati tayangan video tersebut kira-kira apa yang pertama kali terpikir oleh kalian? Menurut kalian apa tujuan dari usaha pembuatan sirup jahe tersebut? Langkah atau cara seperti apa yang dilakukan agar usaha tersebut menghasilkan keuntungan yang maksimal?

Program Linear adalah suatu metode atau program untuk memecahkan masalah optimasi yang mengandung kendala-kendala atau batasan-batasan yang dapat diterjemahkan dalam bentuk system pertidaksamaan linear. Penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linear dapat disajikan sebagai daerah penyelesaian. Di antara beberapa penyelesaian yang terdapat dalam daerah penyelesaian, terdapat satu penyelesaian terbaik yang disebut **penyelesaian optimum**.

Tujuan dari program linear adalah mencari penyelesaian optimum yang dapat berupa nilai maksimum atau nilai minimum dari suatu fungsi. Fungsi tersebut dinamakan **fungsi sasaran.** Fungsi sasaran disebut juga dengan **fungsi tujuan/ fungsi objektif**. Hal pertama yang harus dilakukan dalam menyelesaikan masalah program linear adalah memodelkan masalah tersebut. Memodelkan masalah program linear berarti menerjemahkan persoalan (kendala-kendala atau batasan-batasan yang terdapat dalam masalah program linear) ke dalam bahasa matematika yang disebut dengan **model matematika**.

Bentuk umum model matematika dengan variabel x_1 dan x_2

fungsi tujuan = memaksimumkan/ meminimumkan $z = f(x_1, x_2) = c_1x_1 + c_2x_2$
dengan syarat/ kendala

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2\ (\leq\,;=\,;\geq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2\ (\leq\,;=\,;\geq) b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2\ (\leq\,;=\,;\geq) b_m \\ x_1 \geq 0\,;\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Agar lebih memahami materi di atas perhatikan langkah pengerjaan pada contoh berikut.

Contoh Soal:

Seorang petani ikan memberikan dua jenis produk makanan suplemen untuk kolam ikannya. Produk makanan suplemen kemasan satu botol mengandung 5 gram zat A dan 2 gram zat B, sedangkan suplemen kemasan satu kantong plastik mengandung 3 gram zat A dan 4 gram zat B. Pada setiap musim tebar ikan, petani tersebut membutuhkan paling sedikit 30 gram zat A dan 24 gram zat B untuk kesuksesan ikannya. Jika harga makanan suplemen satu kemasan botol Rp 50.000 dan untuk satu kemasan kantong plastik Rp 40.000, tentukan model matematika agar petani bisa panen ikan dengan biaya pemeliharaan ikan yang seminimal mungkin !

Penyelesaian :

Misalkan:

x = banyaknya suplemen kemasan botol
y = banyaknya suplemen kemasan kantong plastik

1. Ada **paling sedikit** 30 gram kebutuhan zat A.

Dari produk satu kemasan botol sebanyak 5 gram sehingga pembelian x buah produk kemasan botol diperoleh zat A sebanyak $5x$ gram.

Dari produk satu kemasan kantong plastik sebanyak 3 gram sehingga pembelian y buah produk kemasan kantong plastik diperoleh zat A sebanyak $3y$ gram.

Diperoleh hubungan $\mathbf{5x + 3y \geq 30}$.

2. Ada **paling sedikit** 24 gram kebutuhan zat B.

   Dari produk satu kemasan botol sebanyak 2 gram sehingga pembelian x buah produk kemasan botol diperoleh zat B sebanyak $2x$ gram.

   Dari produk satu kemasan kantong plastik sebanyak 4 gram sehingga pembelian y buah produk kemasan kantong plastik diperoleh zat B sebanyak $4y$ gram.

   Diperoleh hubungan $\mathbf{2x + 4y \geq 24}$.
3. Tulis juga dua kendala lainnya, yaitu tiap jenis makanan suplemen **tidak mungkin negatif**. Diperoleh hubungan $x \geq 0$ dan $y \geq 0$.
4. Satu produk makanan suplemen kemasan botol mempunyai harga Rp 50.000. jika dibeli x buah dengan $x \geq 0$, pengeluaran dari membeli produk kemasan botol adalah $50.000x$.

   Adapun satu produk makanan suplemen kemasan kantong plastik mempuntai harga Rp 40.000. Jika dibeli y buah dengan $y \geq 0$, pengeluaran dari membeli produk kemasan kantong plastik adalah $40.000y$.

   Petani ikan ingin biaya pemeliharaan **minimum**.

   Fungsi tujuan :
   Meminimumkan $f(x, y) = 50.000x + 40.000y$

   Model matematika yang diperoleh sebagai berikut :
   Fungsi tujuan :
   Meminimumkan $f(x, y) = z = 50.000x + 40.000y$
   Dengan kendala/ batasan :

$$5x + 3y \geq 30$$
$$2x + 4y \geq 24$$
$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$

LATIHAN SOAL 2

1. Suatu daerah parkir luasnya $1.800\ m^2$, disediakan untuk sedan dan bus. Setiap sedan membutuhkan daerah parkir seluas $6\ m^2$ dan bus $24\ m^2$. Daerah parkir itu disediakan untuk tidak lebih dari 150 kendaraan. Jika biaya parkir untuk sedan Rp 200 dan untuk bus Rp 500. Tentukan fungsi tujuan untuk permasalahan tersebut !
2. Toko sepatu menyediakan dua jenis sepatu, yaitu sepatu anak dan sepatu dewasa. Tempat yang tersedia hanya memuat tidak lebih dari 200 pasang sepatu. Harga sepasang sepatu anak adalah Rp 50.000 dan harga sepasang sepatu dewasa Rp 125.000 sedangkan took sepatu mempunyai modal sebesar Rp 16.000.000. Jika banyaknya sepatu anak x pasang dan sepatu dewasa y pasang, tentukan model matematika dari permasalahan tersebut!

C. Menyelesaikan Masalah Program Linear

stimulation

Perhatikan tayangan video dengan link berikut ini !

https://www.youtube.com/watch?v=InX3FYjnZe0

Setelah kalian mengamati tayangan video tersebut, usaha pembuatan sirup jahe mempunyai tujuan, yaitu mencari keuntungan maksimal dengan syarat/ kendala tertentu. Bagaimana cara mencari keuntungan maksimumnya ??

Tujuan yang hendak dicapai dari persoalan program linear adalah menentukan nilai optimum suatu fungsi objektif. Langkah-langkah menyelesaikan persoalan program linear sebagai berikut.

1. Menerjemahkan atau merumuskan permasalahan ke dalam model matematika.
2. Menyelesaikan sistem pertidaksamaan yang merupakan kendala atau pembatas.
3. Mencari penyelesaian optimum (maksimum atau minimum).
4. Menjawab permasalahan.

Untuk menyelesaikan masalah program linear biasa dengan metode grafik yang terdiri dari dua macam cara, yaitu metode garis selidik dan metode uji titik sudut/ pojok. Akan tetapi untuk pembahasan ini, kita hanya memakai cara metode uji titik sudut/pojok.

1. Metode Garis Selidik
   a. Menggambar daerah himpunan penyelesaian dari kendala dalam suatu masalah program linear.
   b. Menggambar garis selidik $ax + by = k$ dan selidiki nilainya pada masing-masing titik sudut.
   c. Menentukan nilai optimum dicari dengan membandingkan nilai-nilai pada langkah b.
2. Metode Uji Titik Sudut/ Pojok
   a. Menggambar daerah penyelesaian dari kendala dalam suatu masalah program linear.
   b. Menentukan koordinat titik sudut daerah penyelesaian.
   c. Menghitung nilai fungsi tujuan $f(x, y) = ax + by$ untuk masing-masing titik sudut/ pojok.
   d. Nilai optimum dicari dengan membandingkan nilai-nilai pada langkah c.

Agar ada gambaran terkait penyelesaian permasalahan program linear yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari, perhatikan contoh soal berikut !

Contoh Soal:

Seorang petani ikan memberikan dua jenis produk makanan suplemen untuk kolam ikannya. Produk makanan suplemen kemasan satu botol mengandung 5 gram zat A dan 2 gram zat B, sedangkan suplemen kemasan satu kantong plastik mengandung 3 gram zat A dan 4 gram zat B. Pada setiap musim tebar ikan, petani tersebut membutuhkan paling sedikit 30 gram zat A dan 24 gram zat B untuk kesuksesan ikannya. Jika harga makanan suplemen satu kemasan botol Rp 50.000 dan untuk satu kemasan kantong plastik Rp 40.000, tentukan model matematika agar petani bisa panen ikan dengan biaya pemeliharaan ikan yang seminimal mungkin !

Penyelesaian :

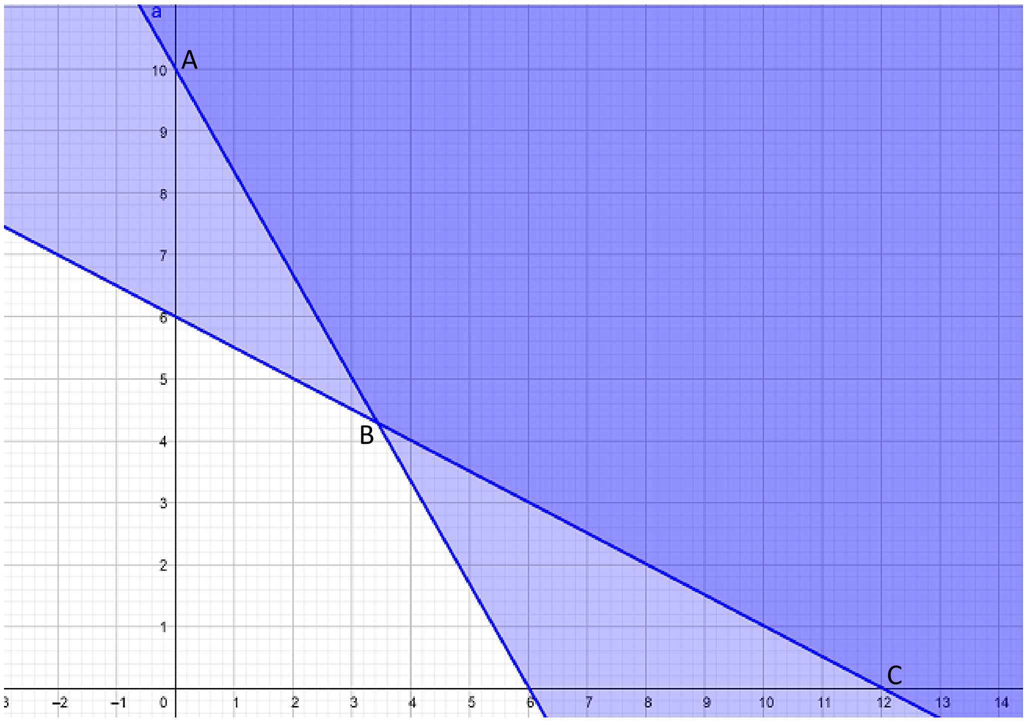
Dalam materi sebelumnya telah diperoleh model matematika untuk permasalahan di atas.

Fungsi tujuan :

Meminimumkan $f(x,y) = 50.000x + 40.000y$
Dengan kendala/ batasan :

$$5x + 3y \geq 30$$
$$2x + 4y \geq 24$$
$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$

Setelah diperoleh model matematikanya, langkah selanjutnya adalah menggambar garis dan menentukan daerah penyelesaian dari masing – masing kendala/ batasan. Daerah penyelesaian pertidaksamaan $\begin{cases} 5x + 3y \geq 30 \\ 2x + 4y \geq 24 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$ ditunjukkan pada gambar di bawah ini.



Dari gambar di atas dapat diperoleh titik sudut/ pojok daerah peyelesaian, yaitu $A\ (0,10), B\ \left(\frac{24}{7}, \frac{30}{7}\right), C\ (12,0)$.

Untuk titik $A\ (0,10)$ maka $f(x,y) = 50.000\ (0) + 40.000\ (10) = 400.000$

Untuk titik $B\ \left(\frac{24}{7}, \frac{30}{7}\right)$ maka $f(x,y) = 50.000\ \left(\frac{24}{7}\right) + 40.000\ \left(\frac{30}{7}\right) = \frac{2.400.000}{7} \approx 342.857$

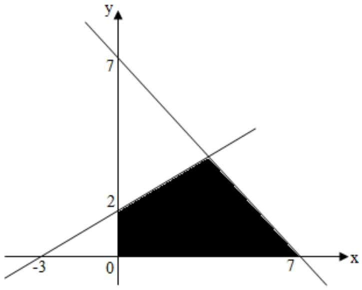
Untuk titik $C\ (12,0)$ maka $f(x,y) = 50.000\ (12) + 40.000\ (0) = 600.000$.

Daripengujian titik sudut/ pojok diperoleh titik $B\ \left(\frac{24}{7}, \frac{30}{7}\right)$ yang menghasilkan nilai minimum, yaitu ≈ 342.857.

Jadi, untuk meminimumkan biaya pemeliharaan ikan, petani membutuhkan $\frac{24}{7}$ suplemen kemasan botol dan $\frac{30}{7}$ suplemen kemasan kantong plastik.

LATIHAN SOAL 3

1. Sebuah toko bunga menjual 2 macam rangkaian bunga. Rangkaian bunga I memerlukan 10 tangkai bunga mawar dan 15 tangkai bunga anyelir. Rangkaian bunga II memerlukan 20 tangkai bunga mawar dan 5 tangkai bunga anyelir. Persediaan bunga mawar dan anyelir masing-masing 200 tangkai dan 100 tangkai. Jika rangkaian I dijual seharga Rp 200.000 per rangkaian dan rangkaian II dijual Rp 100.000 per rangkaian, maka berapa banyak masing-masing rangkaian bunga agar penghasilan maksimum diperoleh pemilik toko tersebut ?
2. Nilai minimum fungsi objektif $f(x, y) = 2x + 10y$ yang memenuhi $x + 2y \geq 10; 3x + y \geq 15; x, y \geq 0$ adalah . . .
3. Daerah yang diarsir adalah daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan. Nilai maksimum dari fungsi objektif $f(x, y) = 3x + 4y$ adalah . . .



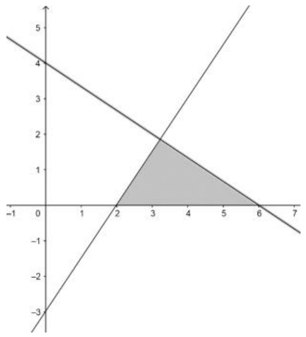
RANGKUMAN

Berikut hal-hal penting yang dapat dirangkum dari materi Program Linear.

1. Konsep program linear didasari oleh konsep persamaan dan pertidaksamaan linear dua variabel.
2. Program linear dua variabel adalah suatu cara atau metode untuk menyelesaikan masalah yang dinyatakan ke dalam bentuk model matematika dengan fungsi objektif/ fungsi tujuannya yaitu menentukan nilai optimum.
3. Model matematika merupakan cara untuk menyelesaikan masalah kontekstual, yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.
4. Fungsi objektif atau fungsi tujuan adalah fungsi yang akan dicari nilai optimumnya. Ada 2 macam nilai optimum dalam program linear, yaitu
   a. Maksimum (menggunakan sumber daya terbatas sebagai upaya untuk memperoleh keuntungan yang sebanyak-banyaknya)
   b. Minimum (memenuhi kebutuhan dengan menggunakan biaya yang semurah mungkin).
5. Metode uji titik sudut/ pojok merupakan salah satu cara menentukan nilai objektif.

LEMBAR EVALUASI

Pilihlah salah satu jawaban yang tepat dan tuliskan cara kerjanya pada kolom yang tersedia !

1. Daerah yang diarsir pada gambar berikut adalah himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan . . .  A. $2x + 3y \leq 12\ ;\ -3x + 2y \geq -6\ ;\ x \geq 0\ ;\ y \geq 0$ B. $2x + 3y \leq 12\ ;\ -3x + 2y \leq -6\ ;\ x \geq 0\ ;\ y \geq 0$ C. $2x + 3y \geq 12\ ;\ -3x + 2y \geq -6\ ;\ x \geq 0\ ;\ y \geq 0$ D. $2x + 3y \geq 12\ ;\ 3x - 2y \geq 6\ ;\ x \geq 0\ ;\ y \geq 0$ E. $-2x + 3y \leq 12\ ;\ 3x + 2y \leq -6\ ;\ x \geq 0\ ;\ y \geq 0$	
2. Nilai maksimum dari fungsi objektif $f(x, y) = 2x + y$ dengan syarat $2x + y \geq 4\ ;\ x + y \leq 10;\ 3y - 2x \leq 12;\ x \geq 0;\ y \geq 0$ adalah . . . A. 2 B. 4 C. $13{,}6$ D. 20 E. 30	
3. Pedagang tahu tempe keliling, belanja tahu yang harga belinya Rp 500 dijual dengan harga Rp 600 per buah. Sedangkan tempe yang harga belinya Rp 750 dijual dengan harga Rp 1.000. apabila pedagang tersebut memiliki modal Rp 150.000 dan gerobaknya dapat menampung paling banyak 250 tahu tempe, maka akan mendapatkan keuntungan maksimum jika ia belanja . . . A. 250 tahu saja B. 200 kg tempe saja C. 150 tahu dan 100 tempe D. 100 tahu dan 150 tempe E. 250 tahu dan 200 tempe	
4. Nilai minimum dari $f(x, y) = 14(x + y)$, dengan x dan y pada daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan $x + 3y \leq 18;\ 3x - 5y \geq 15;\ x \geq 0;\ y \geq 0$ adalah . . . A. 47 B. 70 C. 148 D. 174	

E. 252	
5. Seorang pedagang *notebook* berencana mengisi kiosnya dengan dua tipe *notebook*. Harga beli tipe A Rp 2.000.000 dan tipe B Rp 2.500.000. Sedangkan ia hanya memiliki modal sebesar Rp 90.000.000 dan tokonya hanya dapat menampung 40 jenis *notebook*. Jika notebook tipe A dinyatakan dalam x dan tipe B dalam y, model matematika yang sesuai dari permasalahan tersebut adalah . . . A. $4x + 5y \geq 180,\ x - y \leq 40, x \geq 0, y \geq 0$ B. $4x + 5y \geq 180,\ x + y \geq 40, x \geq 0, y \geq 0$ C. $4x + 5y \leq 180,\ x + y \leq 40, x \geq 0, y \geq 0$ D. $5x + 4y \leq 180,\ x + y \leq 40, x \geq 0, y \geq 0$ E. $5x + 4y \geq 180,\ x + y \geq 40, x \geq 0, y \geq 0$	

KUNCI JAWABAN LEMBAR EVALUASI

No. Soal	Jawaban
1	B
2	D
3	B
4	B
5	C

DAFTAR PUSTAKA

Cunayah, Cucun, dkk. 1700 Bank Soal Bimbingan Pemantapan MATEMATIKA untuk SMA/MA. Bandung : YRAMA WIDYA. 2017

Diyarko, dkk. *Matematika untuk SMK/MAK Kelas X*. Kudus : Erlangga.2018

Sharma, S.N., dkk. *Jelajah Matematika SMA Kelas XI Program Wajib*. Surabaya : Yudhistira. 2017

Kusnandar, dkk. *Pendalaman Buku Teks Matematika 2A SMA Kelas XI Program Wajib*. Surabaya : Yudhistira. 2017

https://www.youtube.com/watch?v=InX3FYjnZe0