

Handout 1

PROGRAM LINIER

Eko Dimas Kartika Ajie, S.Pd



SMK BINA TEKNOLOGI PURWOKERTO



Hallo gaes....

Perkenalkan nama saya Mr. Pena

saya adalah asisten dari Bapak Eko Dimas Kartika Ajie, S.Pd
Di sini saya akan membantu kalian untuk mempelajari materi
tentang Program Linier.

Sebelum kita masuk ke materi...

Yuk kita baca dulu Kompetensi Dasar, Indikator Pencapaian Kompetensi, dan tujuan Pembelajaran

Kompetensi Dasar

- 3.2 Menjelaskan program linear dua variabel dan metode penyelesaiannya dengan menggunakan masalah kontekstual
- 4.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan program linear dua variabel

Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Mendeskripsikan konsep sistem persamaan dan pertidaksamaan linier dua variabel dan menerapkannya dalam pemecahan masalah program linear.
2. Menguji dan mengembangkan konsep sistem persamaan dan pertidaksamaan linier dua variabel dalam penerapannya ke pemecahan masalah program linear

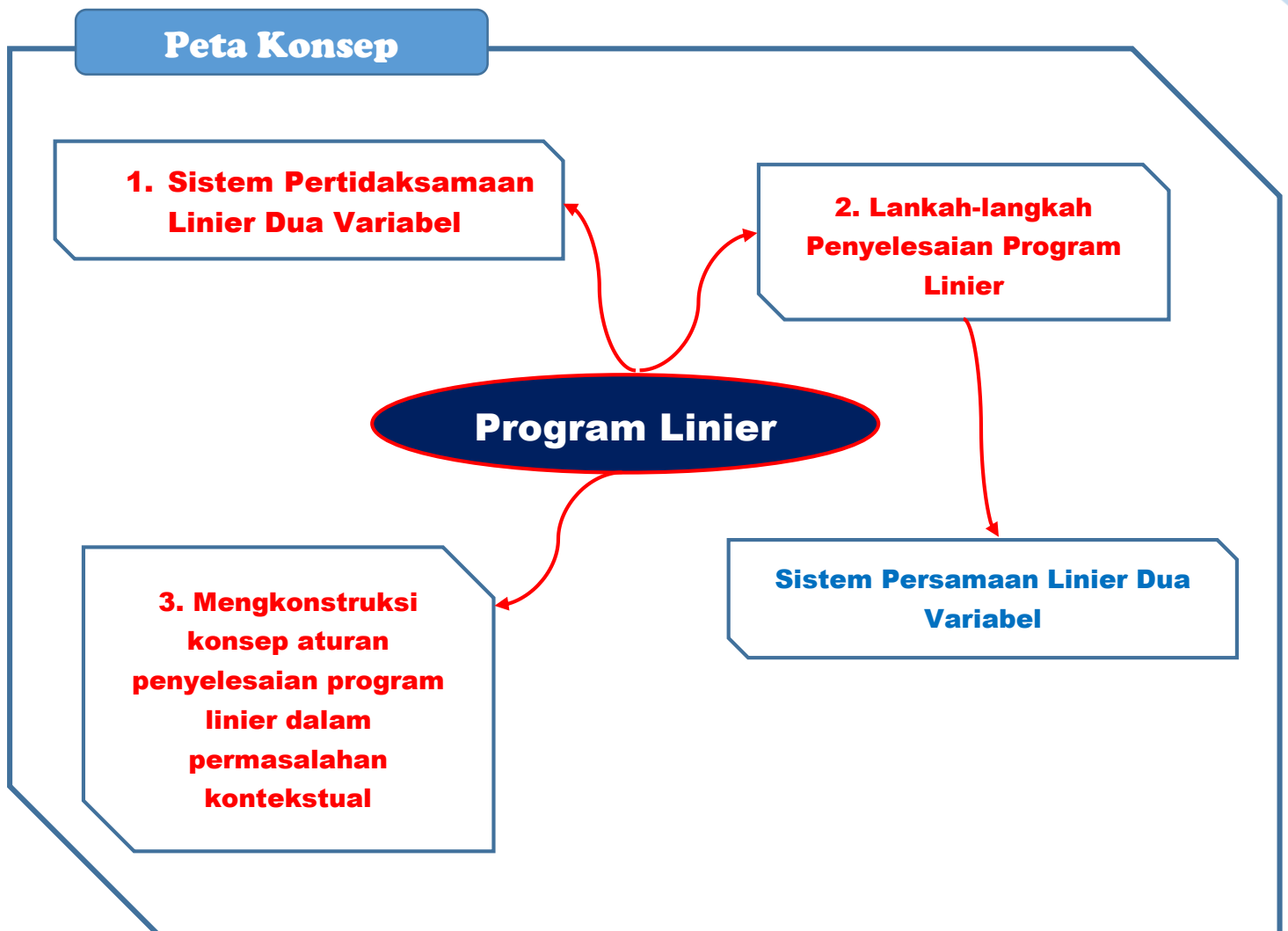
Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik mampu mendeskripsikan konsep sistem persamaan dan pertidaksamaan linier dua variabel dan menerapkannya dalam pemecahan masalah program linear.
2. Peserta didik mampu menguji dan mengembangkan konsep sistem persamaan dan pertidaksamaan linier dua variabel dalam penerapannya ke pemecahan masalah program linear

Petunjuk Penggunaan

Agar kalian berhasil mencapai kompetensi yang diharapkan pada handout ini maka perhatikan petunjuk-petunjuk berikut :

1. Pastikan dan fokuskan apa yang akan Anda pelajari dari handout ini.
2. Baca dengan cermat dan teliti materi pada handout.
3. Pelajari contoh-contoh penyelesaian dengan baik dan teliti sehingga mampu memahami materi yang ada
4. Kerjakan latihan yang ada pada handout agar tercapai kompetensi yang diharapkan
5. Pada saat mengerjakan Latihan, sebaiknya Anda jangan melihat kunci terlebih dahulu supaya dapat mengetahui sejauh mana pemahaman Anda terhadap materi yang disajikan pada handout
6. Jangan lupa untuk membaca Buku Paket MATEMATIKA dan browsing internet untuk mendapatkan pengetahuan yang lebih lengkap dan up to date.
7. Selalu diskusikan setiap persoalan yang ada dengan teman-teman dan atau guru.



Materi yang akan kita bahas disini adalah

1. Pertidaksamaan Linier Dua Variabel
2. Langkah-langkah penyelesaian Program Linier
3. Mengkonstruksi berbagai konsep dan aturan penyelesaian program linier dalam permasalahan



Dan materi dipertemuan kali ini saya akan membantu kalian untuk mempelajari Pertidaksamaan Linier Dua Variabel sebagai pengantar kalian untuk mempelajari lebih dalam tentang Program Linier

Manfaat Program Linier



<https://www.google.com/search?q=gambar+pasar+kartun&tbm>

Tentu kalian tahu Pasar terbesar di Kabupaten Banyumas, yups.. Pasar Wage Purwokerto. Dalam proses transaksi jual beli di Pasar Wage Purwokerto kita akan menemui berbagai macam hal. Misal kita sebagai penjual, dengan pembelian berbagai macam barang, kita menginginkan keuntungan maksimum. Begitu pula ketika kita sebagai pembeli, bagaimana kita dapat memanfaatkan anggaran yang kita miliki untuk membeli barang-barang yang kita inginkan.



<https://www.google.com/search?q=pasar+wage+purwokerto&tbm>

Dari beberapa hal di atas kita dapat menerapkan konsep Program Linier dalam pemecahannya

Permasalahan Utama

Problem Based Learning

Daerah himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan

$3x - 2y \leq -6$, $5x + 7y \geq 35$, $y \leq 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ adalah...

Permasalahan di atas diambil dari Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)

Untuk dapat menyelesaikan Permasalahan Utama di atas
Yuk kita pelajari lebih dalam konsep apa yang dapat kita terapkan...





Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel

Apa sih pengertian Sistem pertidaksamaan Linier Dua Variabel...??
Yuk kita bahas ...

Sistem pertidaksamaan linear dua variabel merupakan bagian dari penyelesaian masalah program linear. Sehingga sangat penting untuk memahami materi ini terlebih dahulu sebelum mempelajari program linear. Sistem pertidaksamaan linear dua variabel tentu sangat berbeda dengan sistem persamaan linear dua variabel. Selain, perbedaan tanda hubung yang dimiliki oleh keduanya. Bentuk penyelesaian dan metode penyelesaiannya juga tidak sama.

Pertanyaan

Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel berasal dari Pertidaksamaan Linier Dua Variabel yang memiliki lebih dari satu kalimat terbuka, dan Pertidaksamaan linear dua variabel adalah kalimat terbuka matematika yang memuat dua variabel, dengan masing-masing variabel berderajat satu dan dihubungkan dengan tanda ketidaksamaan

Pertanyaannya adalah apa itu tanda ketidaksamaan...?

Perhatikan permasalahan berikut :

Hasan, Uni, dan Ilham merupakan pemuda masjid yang rajin. Hasan memiliki tinggi badan 115 cm, dan Uni memiliki tinggi badan 95 cm, sedangkan Ilham memiliki tinggi badan 115 cm



Hasan



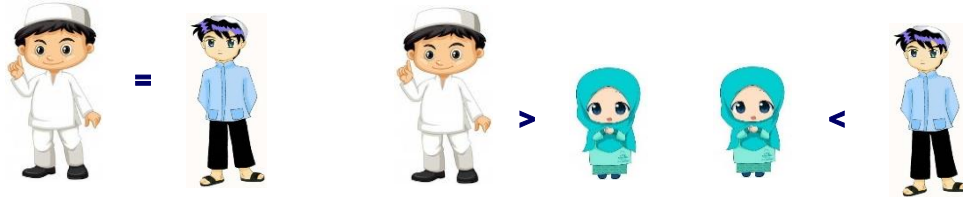
Uni



Ilham

Siapa yang memiliki tinggi badan sama..? dan siapa yang memiliki tinggi badan tidak sama..?

Yups... betul... Hasan dan Ilham memiliki tinggi badan sama, sedangkan Uni memiliki tinggi badan yang tidak sama dengan Hasan maupun dengan Ilham. Mengapa tidak sama..? karena Hasan lebih tinggi dari Uni begitu juga dengan Ilham yang lebih tinggi dari Uni



Tanda ketidaksamaan yang dimaksud adalah $>$, $<$, \leq , atau \geq



Dalam Materi ini kita akan mempelajari lebih detail tentang kalimat terbuka lainnya, yaitu kalimat terbuka yang memiliki dua buah variabel.

Bentuk pertidaksamaan linear dapat dituliskan sebagai berikut.

$ax + by > c$, dengan $a, b \text{ \& } c \in \mathbb{R}$

$ax + by < c$, dengan $a, b \text{ \& } c \in \mathbb{R}$

$ax + by \geq c$, dengan $a, b \text{ \& } c \in \mathbb{R}$

$ax + by \leq c$, dengan $a, b \text{ \& } c \in \mathbb{R}$

berikut adalah contohnya

$2x + 3y > 6$

$4x - y < 9$

Berbeda dengan penyelesaian dari persamaan linear dua variabel yang berupa himpunan pasangan titik-titik atau jika digambar grafiknya akan berupa garis lurus, penyelesaian pertidaksamaan linear dua variabel berupa daerah penyelesaian.

Dalam praktiknya penyelesaian pertidaksamaan linear dapat berupa daerah diarsir atau sebaliknya daerah penyelesaian pertidaksamaan linear dua variabel berupa daerah bersih.



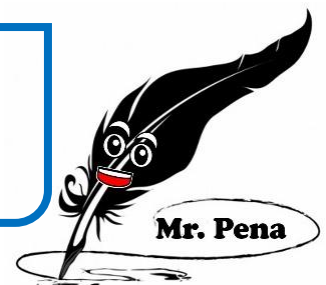
Kemudian bagaimana cara kita menentukan daerah penyelesaiannya..??

Untuk menentukan daerah penyelesaiannya, dapat dilakukan melalui langkah-langkah berikut.

1. Ubahlah tanda ketidaksamaan dari pertidaksamaan menjadi tanda sama dengan ($=$), sehingga diperoleh persamaan linear dua variabel
2. Lukis grafik/garis dari persamaan linear dua variabel tadi. Hal ini dapat dilakukan dengan menentukan titik potong sumbu x dan sumbu y dari persamaan atau menggunakan dua titik sembarang yang dilalui oleh garis. Garis akan membagi dua bidang kartesius
3. Lakukan uji titik yang tidak dilalui oleh garis (substitusi nilai x dan y titik ke pertidaksamaan). Jika menghasilkan pernyataan yang benar, artinya daerah tersebut merupakan penyelesaiannya, namun apabila menghasilkan pernyataan salah maka bagian lainnya lah yang merupakan penyelesaiannya.

Pak Dimas juga menyampaikan agar kalian berdiskusi dalam mempelajari langkah-langkah menentukan penyelesaian sistem pertidaksamaan linier dua variabel, dan bagaimana menerapkannya dalam permasalahan.

Di bawah ini beberapa contoh penerapannya...



Contoh 1

Tentukan daerah penyelesaian dari pertidaksamaan linear dua variabel berikut

a. $3x + y < 9$

b. $4x - 3y \geq 24$

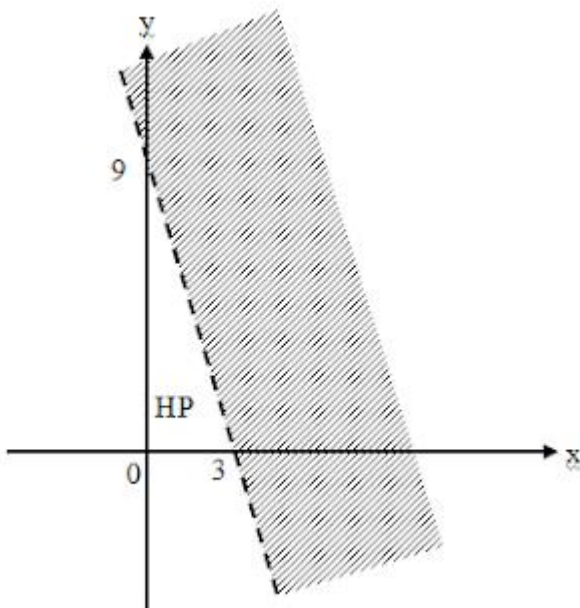
Penyelesaian

a. $3x + y < 9$

$3x + y = 9$

x	3	0
y	0	9
(x,y)	(3, 0)	(0, 9)

Grafik Penyelesaian



(Garis putus-putus digunakan menunjukkan tanda ketidaksamaan < atau > dengan kata lain tanda ketidaksamaan tanpa sama dengan)

Uji titik (0, 0)

$3(0) + 0 < 9$

$0 < 9$ (benar)

Karena pernyataannya menjadi benar, maka (0, 0) termasuk penyelesaiannya. Sehingga daerah yang memuat (0, 0) merupakan penyelesaiannya. Dalam hal ini yang daerah bersih merupakan penyelesaian dari pertidaksamaan.

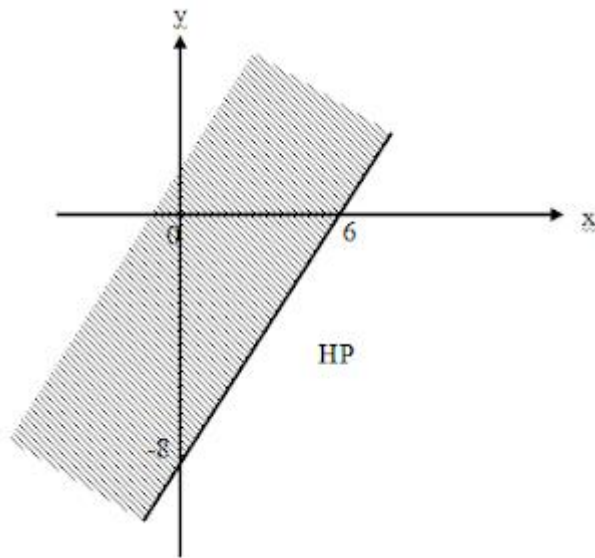
Program Linier

b. $4x - 3y \geq 24$

$4x - 3y = 24$

x	6	0
y	0	-8
(x,y)	(6, 0)	(0, -8)

Grafik Penyelesaian



Uji titik (0, 0)

$4(0) - 3(0) \geq 24$

$0 \geq 24$ (salah)

Karena pernyataannya menjadi salah, maka (0, 0) bukan termasuk penyelesaiannya. Sehingga daerah penyelesaiannya tidak memuat (0, 0) dan daerah bersihnya (daerah penyelesaian) berada di bawah garis.

Untuk melakukan uji titik, tidak harus selalu menggunakan titik (0, 0). Titik mana saja bisa digunakan asalkan titik tersebut tidak dilalui oleh garis persamaan. Pada dua contoh di atas, dasar pertimbangan menggunakan titik (0, 0) adalah selain tidak dilalui oleh garis serta mempermudah perhitungan.



Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Sistem pertidaksamaan linear dua variabel adalah sistem pertidaksamaan yang melibatkan dua atau lebih pertidaksamaan linear dua variabel. Daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linear dua variabel merupakan daerah yang memenuhi semua pertidaksamaan yang ada dalam sistem. Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh berikut

Contoh 2

Tentukan daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan dua variabel berikut!

$$x + y \leq 9$$

$$6x + 11y \leq 66$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Penyelesaian

$$x + y \leq 9$$

$$x + y = 9$$

x	9	0
y	0	9
(x,y)	(9, 0)	(0, 9)

$$6x + 11y \leq 66$$

$$6x + 11y = 66$$

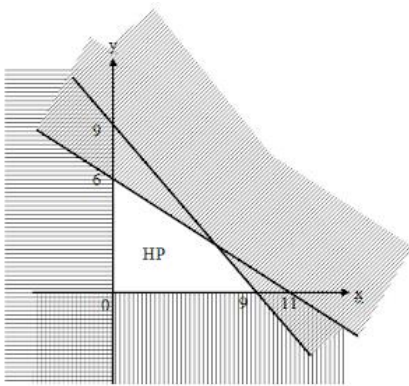
x	11	0
y	0	6
(x,y)	(11, 0)	(0, 6)

$x \geq 0$, gambar garisnya berimpit dengan sumbu y dengan daerah penyelesaian di kanan sumbu y

$y \geq 0$, gambar garisnya berimpit dengan sumbu x dengan daerah penyelesaian di atas sumbu x

Program Linier

Grafik Penyelesaian



Uji titik (0, 0)
 $0 + 0 \leq 9$
 $0 \leq 9$ (benar)

Contoh 3

Tentukan daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan dua variabel berikut!

$$x + y \leq 5$$

$$4x + 6y \leq 24$$

$$x \geq 1$$

$$y \geq 2$$

Penyelesaian

$$x + y \leq 5$$

$$x + y = 5$$

x	5	0
y	0	5
(x,y)	(5, 0)	(0, 5)

$$4x + 6y \leq 24$$

$$4x + 6y = 24$$

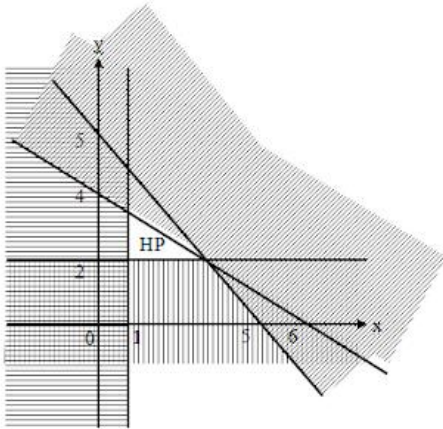
x	6	0
y	0	4
(x,y)	(6, 0)	(0, 4)

$x \geq 1$, gambar garisnya melalui $x = 1$ dan sejajar sumbu y dengan daerah penyelesaian di kanan garis

$y \geq 2$, gambar garisnya melalui $y = 2$ dan sejajar sumbu x dengan daerah penyelesaian di atas garis

Program Linier

Grafik Penyelesaian



Uji titik (0, 0)

$$0 + 0 \leq 9$$

$0 \leq 9$ (benar)

Uji titik (0, 0)

$$6(0) + 11(0) \leq 66$$

$0 \leq 66$ (benar)

<https://www.seputarpengetahuan.co.id/2020/05/sistem-pertidaksamaan-linear-dua-variabel.html>

Ayo menyimpulkan

Menurut kalian, apa yang dapat kalian simpulkan dari materi yang telah kalian pelajari kali ini..??

Tulis di kolom kesimpulan ya gaes... kemudian foto hasil kesimpulan kalian dan kirimkan ke nomor Pak Dimas (085866510804)

Kolom Kesimpulan

Ayo Refleksi

Menurut kalian, hal-hal apa saja yang bisa kalian dapatkan dari materi ini ?
Pengalaman apa saja yang kalian alami ? dan apa yang menjadi kesulitan kalian ?
Dan strategi apa yang akan kalian lakukan agar dapat memahami materi ?

Tulis di kolom kesimpulan ya gaes... kemudian foto hasil kesimpulan kalian dan kirimkan ke nomor Pak Dimas (085866510804)

Kolom Refleksi

Handout 2

PROGRAM LINIER

Eko Dimas Kartika Ajie, S.Pd



SMK BINA TEKNOLOGI PURWOKERTO



Hallo gaes....

Perkenalkan nama saya Mr. Pena

saya adalah asisten dari Bapak Eko Dimas Kartika Ajie, S.Pd

Di sini saya akan membantu kalian untuk mempelajari materi tentang Program Linier.

Sebelum kita masuk ke materi...

Yuk kita baca dulu Kompetensi Dasar, Indikator Pencapaian Kompetensi, dan tujuan Pembelajaran

Kompetensi Dasar

3.2 Menjelaskan program linear dua variabel dan metode penyelesaiannya dengan menggunakan masalah kontekstual

4.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan program linear dua variabel

Indikator Pencapaian Kompetensi

Menerapkan prosedur yang sesuai untuk menyelesaikan masalah program linear dan menganalisis atau menilai kebenaran langkah-langkahnya

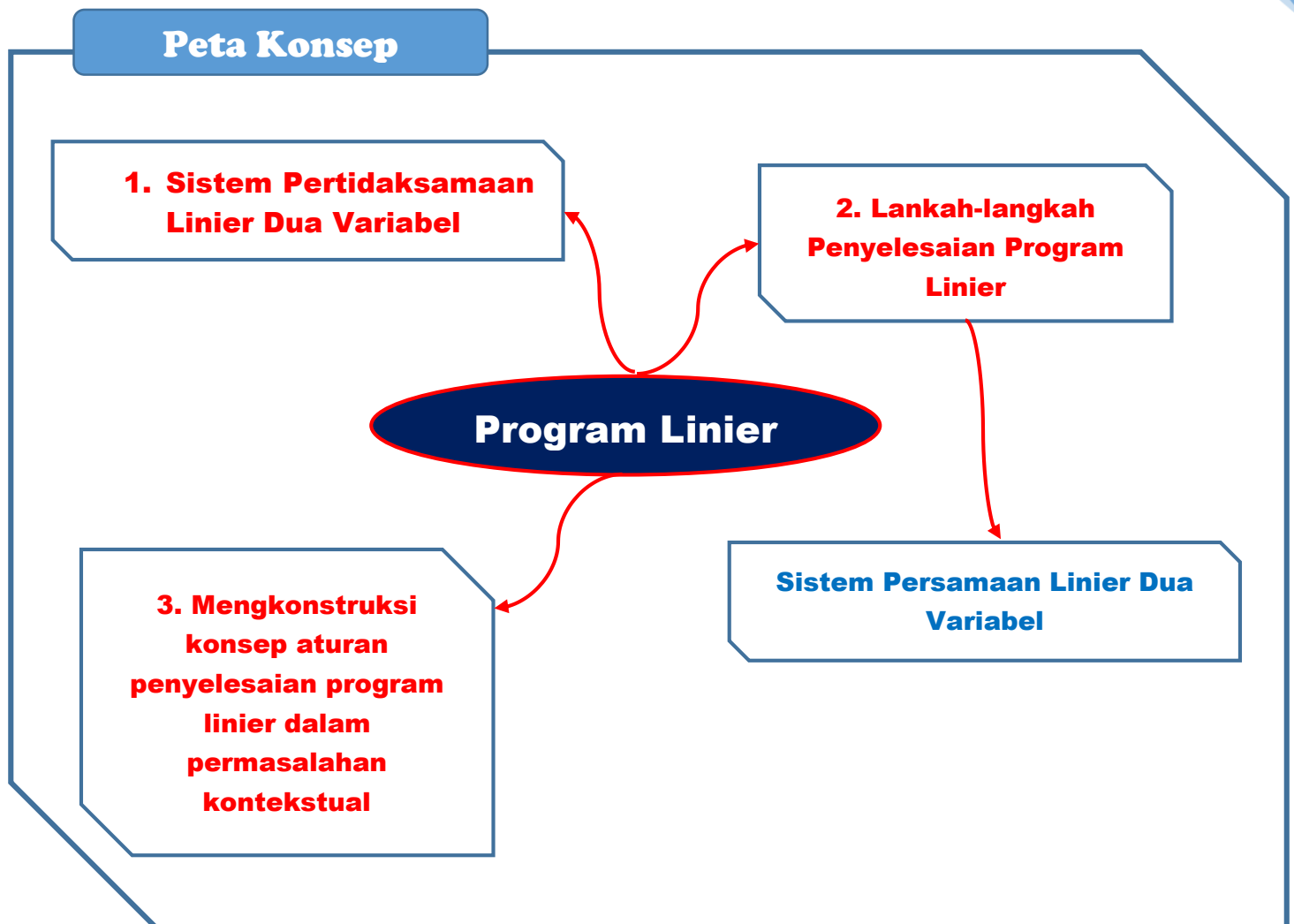
Tujuan Pembelajaran

Peserta didik menerapkan prosedur yang sesuai untuk menyelesaikan masalah program linear dan menganalisis atau menilai kebenaran langkah-langkahnya

Petunjuk Penggunaan

Agar kalian berhasil mencapai kompetensi yang diharapkan pada handout ini maka perhatikan petunjuk-petunjuk berikut :

1. Pastikan dan fokuskan apa yang akan Anda pelajari dari handout ini.
2. Baca dengan cermat dan teliti materi pada handout.
3. Pelajari contoh-contoh penyelesaian dengan baik dan teliti sehingga mampu memahami materi yang ada
4. Kerjakan latihan yang ada pada handout agar tercapai kompetensi yang diharapkan
5. Pada saat mengerjakan Latihan, sebaiknya Anda jangan melihat kunci terlebih dahulu supaya dapat mengetahui sejauh mana pemahaman Anda terhadap materi yang disajikan pada handout
6. Jangan lupa untuk membaca Buku Paket MATEMATIKA dan browsing internet untuk mendapatkan pengetahuan yang lebih lengkap dan up to date.
7. Selalu diskusikan setiap persoalan yang ada dengan teman-teman dan atau guru.



Materi yang akan kita bahas disini adalah

- 4. Pertidaksamaan Linier Dua Variabel
- 5. Langkah-langkah penyelesaian Program Linier
- 6. Mengkonstruksi berbagai konsep dan aturan penyelesaian program linier dalam permasalahan



Dan materi dipertemuan kali ini saya akan membantu kalian untuk mempelajari Langkah-langkah penyelesaian Program Linier sebagai pengantar kalian untuk mempelajari lebih dalam penyelesaian kontekstual

Manfaat Program Linier



<https://www.google.com/search?q=gambar+pasar+kartun&tbn>

Tentu kalian tahu Pasar terbesar di Kabupaten Banyumas, yups.. Pasar Wage Purwokerto. Dalam proses transaksi jual beli di Pasar Wage Purwokerto kita akan menemui berbagai macam hal. Misal kita sebagai penjual, dengan pembelian berbagai macam barang, kita menginginkan keuntungan maksimum. Begitu pula ketika kita sebagai pembeli, bagaimana kita dapat memanfaatkan anggaran yang kita miliki untuk membeli barang-barang yang kita inginkan.

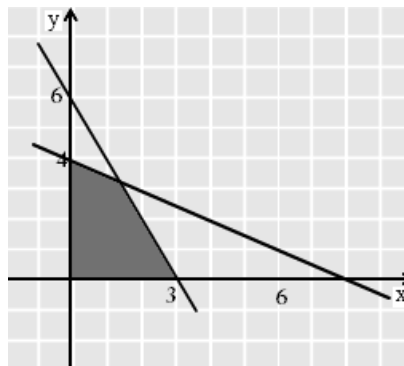


<https://www.google.com/search?q=pasar+wage+purwokerto&tbn>

Dari beberapa hal di atas kita dapat menerapkan konsep Program Linier dalam pemecahannya

Permasalahan Utama

Problem Based Learning



Dari gambar grafik di atas, berapakah nilai maksimum dari $f(x) = 4x + 3y$?

<https://www.edutafsi.com/2014/10/menentukan-nilai-maksimum-fungsi-objektif-pertidaksamaan-linear.html>

Permasalahan di atas diambil dari Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)

Program Linier

Untuk dapat menyelesaikan Permasalahan Utama di atas
Yuk kita pelajari lebih dalam konsep apa yang dapat kita terapkan...



Program Linier

Program linear banyak diterapkan dalam berbagai bidang. Dalam bidang matematika dan ekonomi, program linear dapat digunakan sebagai salah satu teknik optimasi produksi dalam suatu pabrik maupun suatu perusahaan. Dalam bidang farmasi, program linear juga dimanfaatkan untuk menentukan dan memodelkan pengoptimasian produksi obat.

Hampir semua bidang memanfaatkan program linear sebagai metode dalam melakukan optimasi.

Dengan menggunakan program linear kegiatan-kegiatan (misalnya produksi di pabrik, produksi obat, dan lain-lain) akan optimal, sehingga perusahaan memiliki keuntungan yang lebih besar jika dibandingkan dengan tidak memanfaatkan program linear.



Apa sih Program Linier..??

Yuk kita bahas ...

Pertanyaan

Menurut kalian bagaimana langkah-langkah yang dapat kalian lakukan untuk menentukan nilai optimal dalam menyelesaikan masalah kalimat terbuka ?

Yuk kita diskusikan dengan teman-teman kalian gaes...

Langkah-langkah Program Linier

Berikut merupakan langkah-langkah dalam melakukan optimasi menggunakan teknik program linear.

1. Tentukan variabel-variabel kendalanya.
2. Tentukan fungsi tujuan.
3. Susun model dari variabel-variabel kendala.
4. Gambarkan grafik dari model yang telah dibuat.
5. Tentukan titik-titik potong dari grafik.
Dengan menggunakan konsep sistem persamaan linier dua variabel
6. Tentukan daerah penyelesaian yang sesuai.
7. Hitung nilai optimum dari fungsi tujuan.



Untuk mendalami langkah-langkah dalam melakukan optimasi menggunakan teknik program linear, yuk kita pelajari terlebih dahulu konsep sistem persamaan linier dua variabel

Pertanyaan

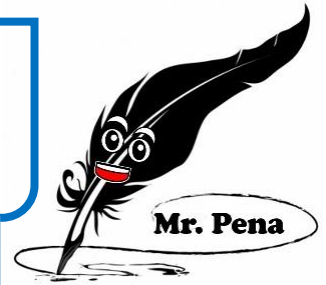
Masih ingatkah kalian apa saja metode dalam penyelesaian sistem persamaan linier dua variabel ...?

Metode penyelesaian sistem persamaan linier dua variabel diantaranya :

1. Metode Grafik
2. Metode Eliminasi
3. Metode Substitusi
4. Metode Gabungan

Pak Dimas juga menyampaikan agar kalian berdiskusi dalam mempelajari langkah-langkah Program Linier, dan bagaimana menerapkannya dalam permasalahan.

Di bawah ini penjelasan metode dan beberapa contoh penerapannya...



1. Metode Grafik

Metode grafik adalah menentukan titik potong antara dua persamaan garis sehingga di dapatkan himpunan penyelesaian dari persamaan linear dua variabel tersebut. Apabila diperoleh persamaan dua garis tersebut saling sejajar, maka himpunan penyelesaiannya adalah himpunan kosong. Sedangkan jika garisnya saling berhimpit maka jumlah himpunan penyelesaiannya tak berhingga. Langkah-langkah penyelesaian menggunakan metode grafik adalah sebagai berikut :

1. Gambarkan grafik garis $ax + by = p$ dan $cx + dy = q$ pada sebuah sistem koordinat Cartesius. Pada langkah ini, kita harus menentukan titik potong sumbu X dan titik potong sumbu Y nya yaitu titik potong sumbu X saat $y = 0$ dan titik potong sumbu Y saat $x = 0$. Lalu kemudian hubungan kedua titik potong tersebut sehingga diperoleh garis persamaan.
2. Tentukan koordinat titik potong kedua garis $ax + by = p$ dan $cx + dy = q$ (jika ada).
3. Tuliskan himpunan penyelesaiannya.

Program Linier

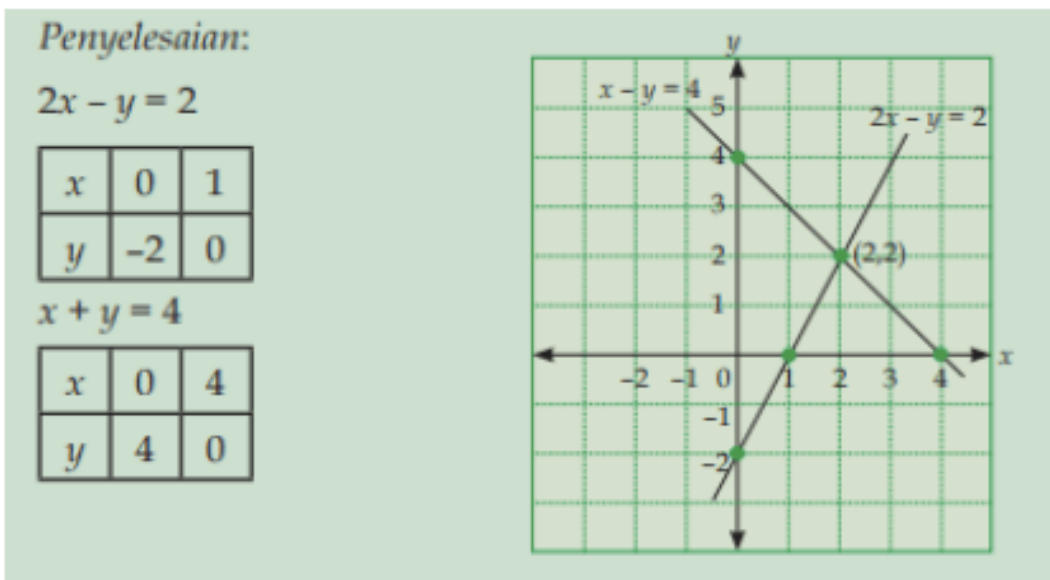
Contoh soal :

Tentukan himpunan penyelesaian dibawah ini menggunakan metode grafik.

$$2x - y = 2$$

$$x + y = 4$$

Pembahasan :



Titik potong kedua garis yang diperoleh adalah $(2,2)$. Jadi himpunan penyelesaiannya dari sistem persamaan tersebut adalah $(2,2)$.

Program Linier

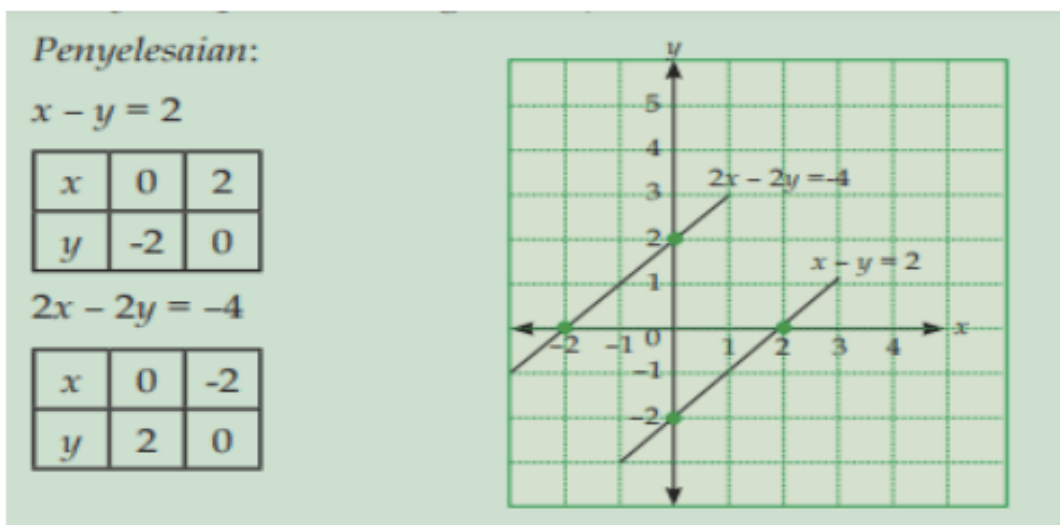
Contoh soal :

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem di bawah ini menggunakan metode grafik :

$$x - y = 2$$

$$2x - 2y = -4$$

Pembahasan :



Kedua garis yang dihasilkan ternyata saling sejajar, oleh sebab itu tidak ada titik potong yang di hasilkan. Jadi himpunan penyelesaiannya adalah himpunan kosong $\{ \}$

2. Metode Eliminasi

Pada metode eliminasi digunakan guna menentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel.

Caranya yakni dengan cara menghilangkan atau mengeliminasi salah satu variabel dari sistem persamaan tersebut.

Jika variabel dinyatakan dengan x dan y , untuk menentukan variabel x maka kita harus mengeliminasi variabel y terlebih dahulu, begitu juga sebaliknya.

Coba perhatikan bahwa jika suatu koefisien dari salah satu variabel sama maka kita bisa mengeliminasi atau menghilangkan salah satu variabel tersebut.

Contoh:

Dengan metode eliminasi, tentukanlah himpunan penyelesaian sistem persamaan $2x + 3y = 6$ dan $x - y = 3$!

Penyelesaian:

$$2x + 3y = 6 \text{ dan } x - y = 3$$

Langkah pertama yang harus kita lakukan adalah eliminasi variabel y .

Untuk mengeliminasi variabel y , maka koefisien y harus sama, sehingga persamaannya yakni: $2x + 3y = 6$ dikalikan 1 dan persamaan

$$x - y = 3 \text{ dikalikan dengan } 3.$$

$$2x + 3y = 6 \times 1 \quad 2x + 3y = 6$$

$$x - y = 3 \times 3 \quad 3x - 3y = 9$$

$$5x = 15$$

$$x = 15/5$$

$$x = 3$$

Program Linier

Langkah kedua yang harus kita lakukan adalah eliminasi variabel x .

Sama halnya pada langkah pertama, untuk mengeliminasi variabel x , maka koefisien pada x harus sama, sehingga persamaan yang kita dapat adalah $2x + 3y = 6$ dikalikan 1 dan

$$x - y = 3 \text{ dikalikan } 2.$$

$$2x + 3y = 6 \times 1 \quad 2x + 3y = 6$$

$$x - y = 3 \times 2 \quad 2x - 2y = 6$$

$$5y = 0$$

$$y = 0/5$$

$$y = 0$$

Sehingga, himpunan penyelesaiannya yaitu $\{(3,0)\}$.

3. Metode Substitusi

Metode Substitusi merupakan sebuah metode untuk menyelesaikan suatu sistem persamaan linear dua variabel dengan metode substitusi.

Yang mana kita akan menggunakan cara menyebutkan terlebih dahulu variabel yang satu ke dalam variabel yang lain dari suatu persamaan.

Kemudian mensubstitusikan (menggantikan) variabel tersebut ke dalam persamaan yang lainnya.

Contoh:

Dengan metode substitusi, tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan berikut $2x + 3y = 6$ dan $x - y = 3$.

Program Linier

Penyelesaiannya:

Persamaan $x - y = 3$ merupakan ekuivalen dengan $x = y + 3$.

Dengan mensubstitusikan persamaan $x = y + 3$ ke persamaan $2x + 3y = 6$ maka bisa kita dapatkan data sebagai berikut:

$$\begin{aligned}2x + 3y &= 6 \\2(y + 3) + 3y &= 6 \\2y + 6 + 3y &= 6 \\5y + 6 &= 6 \\5y + 6 - 6 &= 6 - 6 \\5y &= 0 \\y &= 0\end{aligned}$$

Lalu untuk mendapatkan nilai x , maka substitusikan nilai y ke persamaan $x = y + 3$, sehingga akan kita peroleh:

$$\begin{aligned}x &= y + 3 \\x &= 0 + 3 \\x &= 3\end{aligned}$$

Sehingga, himpunan penyelesaiannya yaitu $\{(3,0)\}$

4. Metode Substitusi

Metode gabungan merupakan sebuah cara untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan metode gabungan. Di mana kita akan menggabungkan metode eliminasi dan substitusi.

Contoh:

Dengan menggunakan metode gabungan di atas, tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan $2x - 5y = 2$ dan $x + 5y = 6$!

Program Linier

Penyelesaiannya:

Langkah pertama yang harus kita lakukan adalah dengan menerapkan metode eliminasi, sehingga akan kita peroleh:

$$\begin{aligned}2x - 5y &= 2 \times 1 & 2x - 5y &= 2 \\x + 5y &= 6 \times 2 & 2x + 10y &= 12 \\-15y &= -10 \\y &= (-10)/(-15) \\y &= 2/3\end{aligned}$$

Kemudian, disubstitusikan nilai y ke persamaan $x + 5y = 6$ sehingga akan kita peroleh:

$$\begin{aligned}x + 5y &= 6 \\x + 5(2/3) &= 6 \\x + 10/3 &= 6 \\x &= 6 - 10/3 \\x &= 22/3\end{aligned}$$

Sehingga, himpunan penyelesaiannya yaitu $\{(22/3, 2/3)\}$

<https://www.quipper.com/id/blog/mapel/matematika/persamaan-linear-dua-variabel-matematika-kelas-10/>

Di atas merupakan beberapa metode yang diterapkan untuk menentukan penyelesaian sistem persamaan linier dua variabel.

Selanjutnya kita lihat contoh soal tentang penerapan langkah-langkah konsep program linier



Contoh 1

Apabila x, y anggota bilangan real terletak pada himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan $x \geq 0; y \geq 0; 2x + y \leq 8;$ dan $x + 3y \leq 9$ maka tentukanlah nilai maximum fungsi sasaran $x + 2y$ pada himpunan penyelesaian tersebut.

Pembahasan :

Tentukan titik potong masing-masing hambatan terhadap sumbu x dan sumbu y sebagai berikut :

Untuk $2x + y = 8$

misal $x = 0, y = 8 \rightarrow (0,8)$

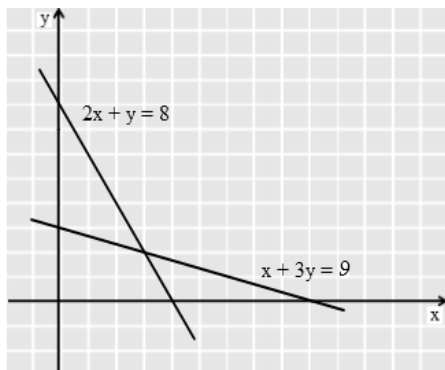
misal $y = 0, x = 4 \rightarrow (4,0)$

Untuk $x + 3y = 9$

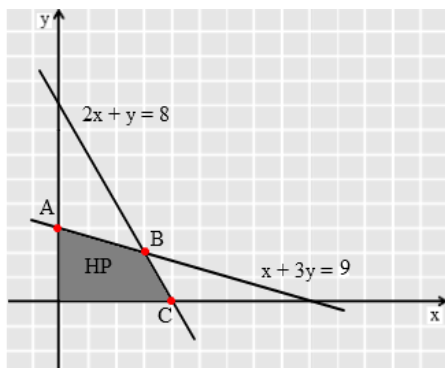
misal $x = 0, y = 3 \rightarrow (0,3)$

misal $y = 0, x = 9 \rightarrow (9,0)$

Selanjutnya, gambarkan garis tersebut ke dalam grafik menyerupai berikut :



Setelah itu tentukan kawasan himpunan penyelesaiannya. Karena pertidaksamaan bertanda lebih kecil dari sama dengan (\leq), maka kawasan himpunan penyelesaiannya yaitu kawasan di bawah/kiri garis.



Program Linier

Dari gambar sanggup dilihat bahwa ada tiga titik pojok yaitu titik A, B, dan C. Titik A dan C sanggup dengan gampang ditentukan alasannya yaitu merupakan titik potong terhadap sumbu y dan sumbu x. Titik B merupakan perpotongan antara garis $2x + y = 8$ dan $x + 3y = 9$. Dari grafik sanggup dilihat bahwa kedua garis itu berpotongan sempurna di titik $(3,2)$.

Langkah terakhir, substitusi nilai x dan y dari masing-masing titik pojok ke fungsi tujuan $F(x,y) = x + 2y$ sebagai berikut :

$$A(0,3) \rightarrow F(0,3) = 0 + 2(3) = 6$$

$$B(3,2) \rightarrow F(3,2) = 3 + 2(2) = 7 \rightarrow \text{maksimum.}$$

$$C(4,0) \rightarrow F(4,0) = 4 + 2(0) = 4$$

Makara nilai maksimum fungsi tujuannya yaitu 7 yaitu pada titik B.

Contoh 2

Jika diketahui $A = x + y$ dan $B = 5x + y$, maka tentukanlah jumlah nilai maksimum dari A dan B pada sistem pertidaksamaan $x \geq 0$; $y \geq 0$; $x + 2y \leq 12$; $2x + y \leq 12$.

Pembahasan :

Tentukan titik potong masing-masing hambatan terhadap sumbu x dan sumbu y sebagai berikut :

Untuk $x + 2y = 12$

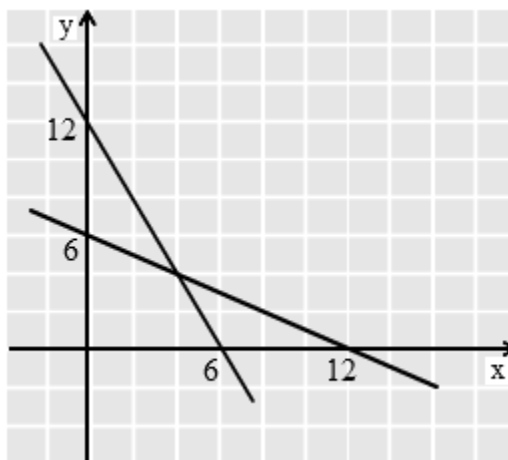
$$\text{misal } x = 0, y = 6 \rightarrow (0,6)$$

$$\text{misal } y = 0, x = 12 \rightarrow (12,0)$$

Untuk $2x + y = 12$

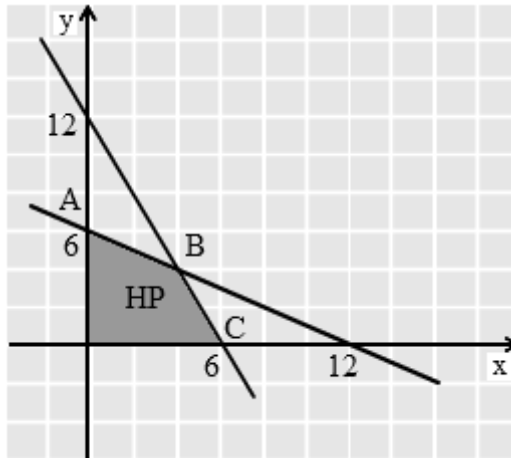
$$\text{misal } x = 0, y = 12 \rightarrow (0,12)$$

$$\text{misal } y = 0, x = 6 \rightarrow (6,0)$$



Program Linier

Selanjutnya, gambarkan garis tersebut ke dalam grafik menyerupai di atas dan tentukan kawasan himpunan penyelesaiannya.



Dari gambar sanggup dilihat bahwa ada tiga titik pojok yaitu titik A, B, dan C. Titik A dan C sanggup dengan gampang ditentukan alasannya yaitu merupakan titik potong terhadap sumbu y dan sumbu x. Titik B merupakan perpotongan antara garis $x + 2y = 12$ dan $2x + y = 12$. Dari grafik sanggup dilihat bahwa kedua garis itu berpotongan sempurna di titik (4,4) → pada gambar di atas, 1 kotak mewakili 2 satuan.

Langkah terakhir, substitusi nilai x dan y dari masing-masing titik pojok ke fungsi tujuan

$A(x,y) = x + y$ dan $B(x,y) = 5x + y$ sebagai berikut :

$$A(0,6) \rightarrow A(0,6) = 0 + 6 = 6$$

$$B(4,4) \rightarrow A(4,4) = 4 + 4 = 8 \rightarrow \text{maksimum.}$$

$$C(6,0) \rightarrow A(6,0) = 6 + 0 = 6$$

$$A(0,6) \rightarrow B(0,6) = 5(0) + 6 = 6$$

$$B(4,4) \rightarrow B(4,4) = 5(4) + 4 = 24$$

$$C(6,0) \rightarrow B(6,0) = 5(6) + 0 = 30 \rightarrow \text{maksimum.}$$

Makara jumlah nilai maksimum fungsi tujuan $A + B = 8 + 30 = 38$

<https://jasa-bimbingan-skripsi-sastra-inggris.blogspot.com/2019/10/menentukan-nilai-maksimum-fungsi.html>

Ayo menyimpulkan

Menurut kalian, apa yang dapat kalian simpulkan dari materi yang telah kalian pelajari kali ini..??

Tulis di kolom kesimpulan ya gaes... kemudian foto hasil kesimpulan kalian dan kirimkan ke nomor Pak Dimas (085866510804)

Kolom Kesimpulan

Ayo Refleksi

Menurut kalian, hal-hal apa saja yang bisa kalian dapatkan dari materi ini ?
Pengalaman apa saja yang kalian alami ? dan apa yang menjadi kesulitan kalian ?
Dan strategi apa yang akan kalian lakukan agar dapat memahami materi ?

Tulis di kolom kesimpulan ya gaes... kemudian foto hasil kesimpulan kalian dan kirimkan ke nomor Pak Dimas (085866510804)

Kolom Refleksi

Handout 3

PROGRAM LINIER

Eko Dimas Kartika Ajie, S.Pd



SMK BINA TEKNOLOGI PURWOKERTO





Hallo gaes....

Perkenalkan nama saya Mr. Pena

saya adalah asisten dari Bapak Eko Dimas Kartika Ajie, S.Pd
Di sini saya akan membantu kalian untuk mempelajari materi
tentang Program Linier.

Sebelum kita masuk ke materi...

Yuk kita baca dulu Kompetensi Dasar, Indikator Pencapaian Kompetensi,
dan tujuan Pembelajaran

Kompetensi Dasar

- 3.2 Menjelaskan program linear dua variabel dan metode penyelesaiannya dengan menggunakan masalah kontekstual
- 4.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan program linear dua variabel

Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Mendeskripsikan dan menerapkan konsep sistem persamaan dan pertidaksamaan linier dua variabel
2. Mengembangkan dan mengkonstruksi berbagai konsep dan aturan penyelesaian program linier dalam permasalahan kontekstual

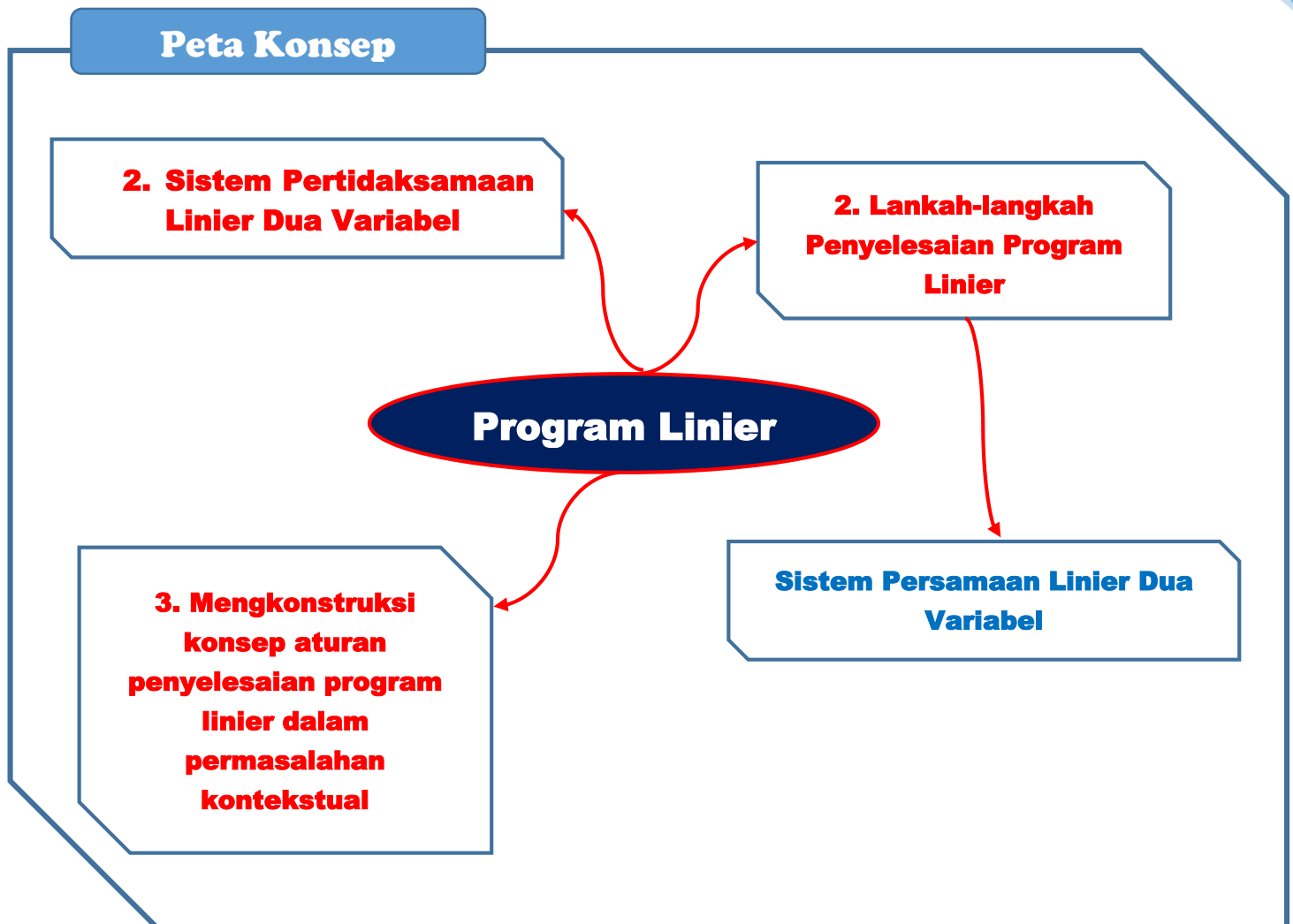
Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik mampu mendeskripsikan dan menerapkan konsep sistem persamaan dan pertidaksamaan linier dua variabel
2. Peserta didik mampu mengembangkan dan mengkonstruksi berbagai konsep dan aturan penyelesaian program linier dalam permasalahan kontekstual

Petunjuk Penggunaan

Agar kalian berhasil mencapai kompetensi yang diharapkan pada handout ini maka perhatikan petunjuk-petunjuk berikut :

1. Pastikan dan fokuskan apa yang akan Anda pelajari dari handout ini.
2. Baca dengan cermat dan teliti materi pada handout.
3. Pelajari contoh-contoh penyelesaian dengan baik dan teliti sehingga mampu memahami materi yang ada
4. Kerjakan latihan yang ada pada handout agar tercapai kompetensi yang diharapkan
5. Pada saat mengerjakan Latihan, sebaiknya Anda jangan melihat kunci terlebih dahulu supaya dapat mengetahui sejauh mana pemahaman Anda terhadap materi yang disajikan pada handout
6. Jangan lupa untuk membaca Buku Paket MATEMATIKA dan browsing internet untuk mendapatkan pengetahuan yang lebih lengkap dan up to date.
7. Selalu diskusikan setiap persoalan yang ada dengan teman-teman dan atau guru.



Materi yang akan kita bahas disini adalah

- 7. Pertidaksamaan Linier Dua Variabel
- 8. Langkah-langkah penyelesaian Program Linier
- 9. Mengkonstruksi berbagai konsep dan aturan penyelesaian program linier dalam permasalahan



Dan materi dipertemuan kali ini saya akan membantu kalian untuk mempelajari Langkah-langkah penyelesaian Program Linier sebagai pengantar kalian untuk mempelajari lebih dalam penyelesaian kontekstual

Manfaat Program Linier



<https://www.google.com/search?i=gambar+pasar+kartun&tbm>

Tentu kalian tahu Pasar terbesar di Kabupaten Banyumas, yups.. Pasar Wage Purwokerto. Dalam proses transaksi jual beli di Pasar Wage Purwokerto kita akan menemui berbagai macam hal. Misal kita sebagai penjual, dengan pembelian berbagai macam barang, kita menginginkan keuntungan maksimum. Begitu pula ketika kita sebagai pembeli, bagaimana kita dapat memanfaatkan anggaran yang kita miliki untuk membeli barang-barang yang kita inginkan.



<https://www.google.com/search?q=pasar+wage+purwokerto&tbm>

Dari beberapa hal di atas kita dapat menerapkan konsep Program Linier dalam pemecahannya

Permasalahan Utama

Problem Based Learning

Seorang penjahit pakaian Batik Banyumasan memiliki persediaan 16 m kain jenis motif Batik Sekarsurya, 11 m kain jenis motif Batik Cempaka Mulya dan 15 m kain jenis motif Batik Sidoluhung, yang akan dibuat kombinasi model pakaian Batik Banyumasan dengan ketentuan berikut :

Model A membutuhkan 2 m kain jenis motif Batik Sekarsurya, 1m kain jenis motif Batik Cempaka Mulya dan 1 m kain jenis motif Batik Sidoluhung.

Model B membutuhkan 1 m kain jenis motif Batik Sekarsurya, 2 m kain jenis motif Batik Cempaka Mulya dan 3 m kain jenis motif Batik Sidoluhung

Keuntungan pakaian Model A Rp 300.000,- per unit dan keuntungan pakaian Model B Rp 500.000,- per unit. Berapakah banyaknya masing-masing pakaian yang harus dibuat agar diperoleh keuntungan maksimum ?

Permasalahan di atas diambil dari Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)



Untuk dapat menyelesaikan Permasalahan Utama di atas
Yuk kita pelajari lebih dalam konsep apa yang dapat kita terapkan...

Program Linier

Program linear banyak diterapkan dalam berbagai bidang. Dalam bidang matematika dan ekonomi, program linear dapat digunakan sebagai salah satu teknik optimasi produksi dalam suatu pabrik maupun suatu perusahaan. Dalam bidang farmasi, program linear juga dimanfaatkan untuk menentukan dan memodelkan pengoptimasian produksi obat.

Hampir semua bidang memanfaatkan program linear sebagai metode dalam melakukan optimasi.

Dengan menggunakan program linear kegiatan-kegiatan (misalnya produksi di pabrik, produksi obat, dan lain-lain) akan optimal, sehingga perusahaan memiliki keuntungan yang lebih besar jika dibandingkan dengan tidak memanfaatkan program linear.



Masih ingatkah
kalian tentang
Program Linier
di handout
sebelumnya...?

Sedikit Mr. Pena
ulang ya gaes...

Review

Sebelum kita masuk lebih dalam ke penyelesaian masalah kontekstual dengan menerapkan dan mengkonstruksi konsep Program Linier

Mr. Pena ingin mengingatkan materi sebelumnya ya gaes...

Berikut merupakan langkah-langkah dalam melakukan optimasi menggunakan teknik program linear.

1. Tentukan variabel-variabel kendalanya.
2. Tentukan fungsi tujuan.
3. Susun model dari variabel-variabel kendala.
4. Gambarkan grafik dari model yang telah dibuat.
5. Tentukan titik-titik potong dari grafik.
Dengan menggunakan konsep sistem persamaan linier dua variabel
6. Tentukan daerah penyelesaian yang sesuai.
7. Hitung nilai optimum dari fungsi tujuan.



Metode penyelesaian Sistem Persamaan Linier Dua Varibel diantaranya :

1. Metode Grafik
2. Metode Eliminasi
3. Metode Substitusi
4. Metode Gabungan

Pertanyaan

Bagaimana kalian menyelesaikan masalah kontekstual dengan menerapkan konsep Program Linier...?

Kesekian kalinya Mr. Pena mengingatkan agar kalian membaca materi di buku paket atau kalian boleh browsing di internet berkaitan materi Program Linier.

Dan sesuai dengan apa yang disampaikan Pak Dimas, silahkan kalian berdiskusi untuk mendapatkan informasi dan bagaimana cara menerapkannya ke dalam permasalahan kontekstual.

Begitu ya gaes... tetap semangat...!!!

Untuk dapat menyelesaikan Masalah Utama di atas

Mr. Pena akan memberikan beberapa contoh bagaimana kalian dapat menerapkan konsep Program Linier dalam permasalahan kontekstual lainnya...

Perhatikan dan pahami dengan baik ya gaes...



Contoh 1

Punto merupakan seorang pedagang memiliki modal Rp. 1.000.000 untuk membeli anggur dan ketan beras. Harga beli tiap kg anggur adalah Rp. 4000 dan ketan besar adalah Rp. 1600. Gudang Punto hanya bisa menampung 400 kg. Tentukan jumlah anggur dan ketan beras maksimum.

Pembahasan

Seperti soal-soal sebelumnya, kita dapat melakukan pemisalan pada soal tersebut di mana anggur sebagai fungsi x dan ketan besar sebagai fungsi y . Maka, kita bisa menulis bentuk pertidaksamaannya sebagai berikut.

Fungsi kapasitas: $x + y \leq 400$

Fungsi modal: $4000x + 1600y \leq 1.000.000$ disederhanakan menjadi $5x + 2y \leq 1250$

$x \geq 0$; $y \geq 0$

Dari persamaan tersebut, kita dapat membentuk sebuah diagram sesuai dengan nilai maksimum pada tiap persamaan. Kita bisa memasukkan nilai 0 dan 400 dalam tiap persamaan sehingga bisa diketahui titik ekstremnya.

- Titik 1 (0,400) merupakan titik ekstrem namun tidak terdapat fungsi anggur
- Titik 3 (400,0) merupakan titik ekstrem namun tidak terdapat fungsi beras ketan
- Titik 2 (x_b, y_b) menggunakan eliminasi kedua fungsi di atas.

$$\begin{array}{r} 5x + 2y = 1250 \quad | \times 1 \quad 5x + 2y = 1250 \\ x + y = 400 \quad \quad | \times 2 \quad 2x + 2y = 800 \quad - \\ \hline \quad \quad \quad 3x = 450 \\ \quad \quad \quad x = 150 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = 150 \rightarrow x + y = 400 \\ 150 + y = 400 \\ y = 400 - 150 \\ y = 150 \end{array}$$

Sehingga nilai x adalah 150 dan nilai y adalah 250. Artinya jumlah anggur dan ketan beras agar maksimum masing-masing adalah 150 dan 250.

Contoh 2

Pada ilustrasi berikut terdapat permasalahan terkait penumpang pesawat, berat bagasi, dan harga tiket.

Dalam suatu pesawat terdapat 48 tempat duduk penumpang. Setiap penumpang kelas utama maksimum membawa 60 kg bagasi, sedangkan penumpang kelas ekonomi hanya diperbolehkan membawa bagasi maksimal 20 kg. Pesawat tersebut hanya mampu menampung total bagasi penumpang maksimum 1440 kg. Jika harga tiket penumpang kelas utama adalah Rp1.500.000,00 dan penumpang kelas ekonomi adalah Rp1.000.000,00, tentukan banyaknya tempat duduk kelas utama dan kelas ekonomi agar pendapatan dari penjualan tiket tersebut maksimum.

Pembahasan

Misalkan variabel-variabel kendala dimisalkan sebagai berikut.

- x : banyaknya penumpang kelas utama
- y : banyaknya penumpang kelas ekonomi

Menentukan fungsi tujuan:

Fungsi tujuan dari permasalahan tersebut yaitu menentukan pendapatan maksimum:

$$z = 1.500.000 x + 1.000.000 y$$

Menyusun model dari variabel-variabel kendala:

Banyak tempat duduk maksimum adalah 48.

Banyak bagasi maksimum 60 kg (kelas utama) dan 20 kg (kelas ekonomi) dengan total bagasi maksimum 1.440 kg.

Sehingga

$$x + y \leq 48$$

$$60 x + 20 y \leq 1.440$$

Grafik dari fungsi tersebut:

$$x + y \leq 48$$

x	48	0
y	0	48

Titik yang dilalui garis yaitu (48, 0) dan (0, 48)

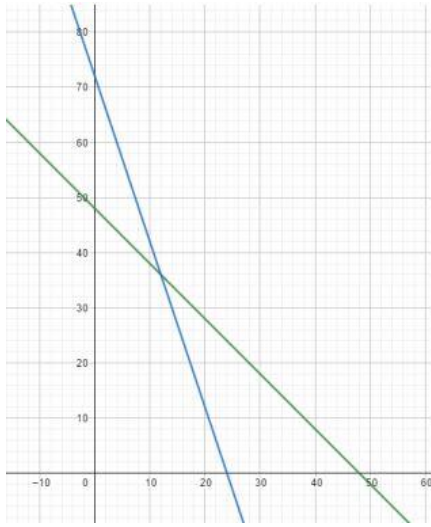
$$60 x + 20 y \leq 1440$$

x	24	0
y	0	72

Titik-titik yang dilalui garis yaitu (24, 0) dan (0, 72)

Program Linier

Gambar grafik fungsi kendala yaitu sebagai berikut.



Menentukan titik potong kedua grafik.

Dengan menggunakan konsep SPLDV diperoleh

$$x + y = 48 \rightarrow y = 48 - x$$

$$60x + 20y = 1.440$$

Sehingga

$$60x + 20(48 - x) = 1.440$$

$$60x + 960 - 20x = 1.440$$

$$40x = 1.440 - 960$$

$$40x = 480$$

$$x = 480/40 = 12$$

$$x + y = 48$$

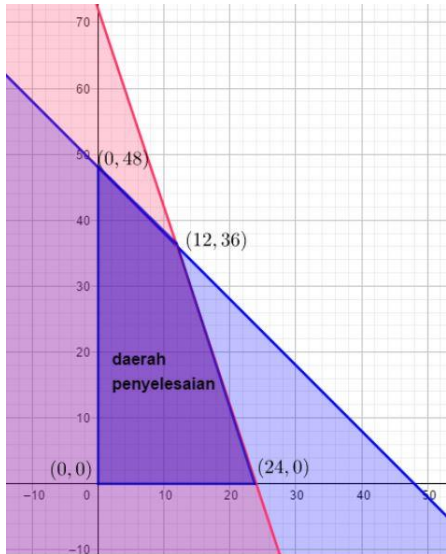
$$x = 12 \rightarrow y = 48 - 12 = 36$$

Titik potong kedua garis pada (12, 36)

Program Linier

Menentukan daerah penyelesaian.

Perhatikan daerah penyelesaian berikut.



Pada gambar tersebut terdapat daerah penyelesaian yang berwarna ungu. Langkah selanjutnya yaitu menghitung nilai optimum dari fungsi tujuan.

Titik optimumnya yaitu $(0, 0)$, $(24, 0)$, $(12, 36)$, dan $(0, 48)$.

Fungsi tujuan: $z = 1.500.000x + 1.000.000y$

$$(0, 0) = 1.500.000(0) + 1.000.000(0) = 0$$

$$(24, 0) = 1.500.000(24) + 1.000.000(0) = 36.000.000$$

$$(12, 36) = 1.500.000(12) + 1.000.000(36) = 18.000.000 + 36.000.000 = 54.000.000$$

$$(0, 48) \rightarrow z = 1.500.000(0) + 1.000.000(48) = 48.000.000$$

Maksimum penjualan tiket yaitu 54.000.000

Jadi, agar penjualan tiket maksimum maka banyaknya penumpang kelas utama adalah 12 penumpang dan banyaknya penumpang kelas ekonomi adalah 36 penumpang.

Kesimpulan

- Program linear merupakan salah satu teknik optimasi yang digunakan dalam berbagai bidang untuk menentukan optimalisasi suatu kegiatan (misalnya produksi, penjualan, dan lain-lain).
- Langkah-langkah penghitungan dengan menggunakan program linear yaitu menentukan variabel kendala, menyusun fungsi tujuan, menyusun model, menggambar grafik model, menentukan titik potong grafik, menentukan daerah penyelesaian, dan menentukan nilai optimum dari fungsi tujuan.

<https://rumuspintar.com/program-linear/>



Ayo menyimpulkan

Menurut kalian, apa yang dapat kalian simpulkan dari materi yang telah kalian pelajari kali ini..??

Tulis di kolom kesimpulan ya gaes... kemudian foto hasil kesimpulan kalian dan kirimkan ke nomor Pak Dimas (085866510804)

Kolom Kesimpulan

Ayo Refleksi

Menurut kalian, hal-hal apa saja yang bisa kalian dapatkan dari materi ini ?
Pengalaman apa saja yang kalian alami ? dan apa yang menjadi kesulitan kalian ?
Dan strategi apa yang akan kalian lakukan agar dapat memahami materi ?

Tulis di kolom kesimpulan ya gaes... kemudian foto hasil kesimpulan kalian dan kirimkan ke nomor Pak Dimas (085866510804)

Kolom Refleksi