

BAHAN AJAR

BARISAN DAN DERET ARITMATIKA

(POLA BILANGAN, NOTASI SIGMA)

| | |
|------------------|---|
| Mata Pelajaran | : Matematika |
| Jumlah Pertemuan | : 4 x 30 menit |
| Pengajar | : Sari Sundari, S.Pd |
| Sasaran Belajar | : Melalui kegiatan pembelajaran menggunakan model <i>Discovery Learning</i> menggunakan metode <i>tanya jawab, diskusi, latihan, penugasan</i> dan pendekatan <i>saintifik-TPACK</i> , peserta didik dapat menganalisis barisan dan deret Aritmatika serta menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret Aritmatika dengan rasa ingin tahu, disiplin serta memiliki sikap responsif (berpikir positif) dan pro aktif (kreatif serta mampu berkomunikasi dan bekerjasama dengan baik). |
| Materi Prasyarat | : Fungsi, SPLDV |
| Kompetensi Dasar | : 3.5 Menganalisis barisan dan deret Aritmatika |
| Indikator (IPK) | : 3.5.1 Menentukan pola barisan bilangan 3.5.2 Menjelaskan deret Aritmatika melalui notasi sigma 3.5.3 Membedakan barisan dan deret Aritmatika |
| Isi Bahan Ajar | : 1. Konteks yang berhubungan dengan pola bilangan, 2. Soal-soal yang berhubungan dengan konsep pola bilangan, 3. Menyatakan suatu deret dalam notasi sigma, 4. Sifat-sifat notasi sigma dan penggunaannya dalam menyelesaikan soal-soal yang terkait dengan notasi sigma. |

Cara Memanfaatkan Bahan Ajar :

1. Bacalah baik-baik sasaran belajar, materi prasyarat, KD, IPK dan Isi Bahan Ajar
2. Cobalah untuk menyelesaikan terlebih dulu soal-soal yang sering menjadi permasalahan, setelah itu bandingkanlah jawaban Anda dengan alternatif penyelesaian yang ditawarkan
3. Selesaikan tes yang terdapat pada akhir pembelajaran ini sebagai tolok ukur pencapaian Anda dalam mempelajari bahan ajar ini. Bandingkan jawaban Anda dengan jawaban tes yang terdapat pada lampiran. Anda dinyatakan berhasil bila dapat menjawab dengan benar minimal 75% .
4. Jika Anda mendapat kesulitan dalam mengikuti pembahasan yang disajikan, Anda dapat mendiskusikannya dengan teman sejawat, atau Anda dapat menghubungi penulis dengan alamat email sarisund4ri.1212@gmail.com atau wa 085363539009

A. Pola Bilangan

Barisan dan deret aritmetika, demikian juga pola bilangan masing-masing sudah ananda pelajari di bangku SMP di kelas IX. Di kelas X tingkat SMK/MA ini kita akan mempelajari kembali, tentu saja dengan materi yang lebih tinggi dari sewaktu ananda duduk di bangku SMP. Coba ananda amati foto tentang pola yang ada di alam seperti gambar di abwah ini. Dapatkah kalian menemukan adanya pola di alam selain yang telah ditayangkan?”.



Gambar 1. Bunga matahari



Gambar 2. Daun Pakis



Gambar 3. Kaktus



Gambar 4. Rumah Lebah



Gambar 5. Pemandu Sorak

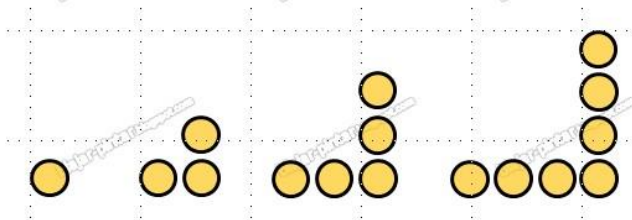
Nah dari gambar.5 disamping pastinya kalian dapat menemukan betuk pola lain yang ada dalam kehidupan sehari-hari.

Tugas I

Carilah minimal masing-masing satu konteks pola barisan

Pola bilangan ini sebagaimana telah disebutkan di atas, sudah dipelajari sewaktu ananda duduk di SMP.

Siapa yang masing ingat, pola bilangan apakah ini?



Benar sekali, ini adalah pola bilangan ganjil.

- Pola bilangan ganjil memiliki pola 1, 3, 5, 7, 9
- Barisan bilangan ganjil adalah 1, 3, 5, 7, 9, ...
- Deret bilangan ganjil adalah $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots$
- Rumus mencari suku ke- n adalah $U_n = 2n - 1$
- Rumus mencari jumlah n suku pertama adalah $S_n = n^2$

Contoh :

1, 3, 5, 7, ..., ke 10

Berapakah pola bilangan ganjil ke 10 ?

Jawab :

$$U_n = 2n - 1$$

$$U_n = 2(10) - 1$$

$$= 20 - 1$$

$$= 19$$

Baiklah ananda, silahkan ananda pelajari kembali, pola-pola bilangan yang ananda telah pelajari di kelas VIII. Untuk selanjutnya pada tingkat SMK/MA ini kita akan lebih fokuskan kepada pola bilangan Aritmatika dan Geometri.

Sehingga dapat kita simpulkan

Pola bilangan merupakan suatu bilangan dengan aturan tertentu yang akan membentuk suatu barisan bilangan yang teratur.

Contoh Soal 1

Carilah tiga suku pertama pada setiap barisan berikut ini, jika rumus suku ke $- n$ diketahui sebagai berikut :

a. $U_n = 4n + 3$

b. $U_n = n^2 - 1$

Jawab :

a. $U_n = 4n + 3$

$$U_1 = 4.1 + 3 = 4 + 3 = 7$$

$$U_2 = 4.2 + 3 = 8 + 3 = 11$$

$$U_3 = 4.3 + 3 = 12 + 3 = 16$$

Jadi, tiga suku pertamanya adalah 7, 11, 16

b. $U_n = n^2 - 1$

$$U_1 = 1^2 - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$U_2 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$U_3 = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$$

Jadi tiga suku pertamanya adalah : 0, 3, 8

LATHAN 1

1. Hitunglah nilai n jika ,
 - a. $U_n = 4n - 3 = 157$
 - b. $U_n = 1 - 2n = -41$
2. Diketahui barisan bilangan 4, 10, 16, tentukan :
 - a. Rumus suku ke $- n$ nya
 - b. Suku ke $- 100$ nya
 - c. Suku keberapa yang nilainya 100?
3. Diketahui suatu barisan bilangan 2, 5, 10, 13, . . . tentukan :
 - a. Rumus suku ke $- n$ nya
 - b. Suku ke $- 50$ nya
 - c. Suku keberapa yang nilainya 50?

B. Deret dalam Notasi Sigma

Wah selamat, ananda sudah menyelesaikan 1 tahapan dalam mempelajari bahan ajar ini, semoga ananda makin bersemangat untuk mengikuti bahan ajar selanjutnya. Kali ini coba ananda tuliskan penjumlahan 10 bilangan asli pertama!

Sangat mudah ya bukan? Ananda dapat menuliskan yaitu :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

Sangat mudah sekali ya ananda? Bagaimana jika, ananda diminta untuk menuliskan penjumlahan 100 bilangan asli pertama? Tentu banyak sekali bukan?



Dalam matematika komunikasi dapat dilakukan dengan menggunakan simbol, misalnya menuliskan jumlah seratus bilangan asli yang pertama, disingkat dengan $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 100$

Menuliskan penjumlahan bilangan beruntun secara singkat ialah dengan menggunakan tanda Σ (*dibaca sigma*).

Dengan menggunakan notasi sigma, maka penjumlahan beruntun sepuluh bilangan asli pertama dapat disingkat sebagai berikut :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = \sum_{k=1}^{10} k$$

Bilangan 1 disebut batas bawah

Bilangan 10 disebut batas atas

Untuk seratus bilangan asli yang pertama dapat ditulis

$$1 + 2 + 3 + \dots + 100 = \sum_{k=1}^{100} k$$

Ternyata Matematika membuat yang sulit terlihat mudah ya ananda? Untuk mengerjakan permasalahan mengenai notasi sigma, ada sifat yang harus digunakan,

Misalkan a_k dan b_k merupakan suku ke $- k$ dan C suatu konstanta

1. Jika $a_k = C$, maka $\sum_{k=1}^n C = nC$

2. $\sum_{k=1}^n C a_k = C \sum_{k=1}^n a_k$

3. $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$

4. $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k)^2 = \sum_{k=1}^n (a_k)^2 + 2 \cdot \sum_{k=1}^n a_k \cdot b_k + \sum_{k=1}^n (b_k)^2$

5. $\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^{n-1} a_k + a_n$

LATIHAN 2

1. Tulislah jumlah berikut ini dengan satu notasi sigma

a. $\sum_{k=1}^4 k + \sum_{k=1}^4 k^2$

b. $\sum_{n=2}^{10} (a^3 + 1) + \sum_{a=2}^{10} (a^2 + 1)$

2. Tulislah jumlah-jumlah berikut ini sebagai jumlah monomial (suku satu)

b. $\sum_{k=1}^5 (3k^2 - 7k)$

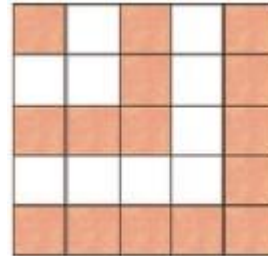
c. $\sum_{k=1}^3 (k^2 + 2k + 4)$

PERMASALAHAN HOTS

Kerjakanlah soal non rutin berikut!

- Sebuah barisan bilangan dituliskan sebagai berikut:
1234567891011121314151617181920212223242526... sehingga suku ke-10 = 1, suku ke-11 = 0, suku ke-12 = 1 dan seterusnya. Dapatkah kamu temukan angka yang menempati suku ke-2004?

- Perhatikan susunan rantai dari beberapa buah persegi yang diarsir seperti pada gambar di samping ini. Susunan persegi tersebut membentuk suatu pola tertentu. Berapakah banyak persegi yang diarsir pada pola ke-7?



- Diketahui pola barisan bilangan $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{42}, \dots, \frac{1}{9900}$. Tentukan banyak suku pada barisan tersebut!
- Suatu barisan pola deret $S_n = 2n^3 - 3n^2$. Tentukanlah pola barisan tersebut, dan tentukanlah suku ke -10!
- Perhatikan barisan huruf berikut: *A B B C C C D D D D A B B C C C D D D D A B B C C C D D D D ...* Berdasarkan pola barisan tersebut, tentukanlah huruf pada urutan ke 864

PETUNJUK Pengerjaan Permasalahan HOTS

1. Kalian cermati kembali Pola bilangan
2. Pendapat Kalian dapat saja berbeda-beda. Kalian dapat menerima atau menolak pendapat tersebut dengan sejumlah argumentasi. Untuk memudahkan Kalian mengemukakan pendapat, terlebih dahulu kaji kembali kapan suatu masalah itu timbul pada seseorang.
3. Sebelum diskusi, ada baiknya Kalian mencermati Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan Sekolah Dasar terutama yang berkaitan dengan kompetensi yang harus dikuasai siswa Sekolah Dasar.
4. Untuk menjawab soal ini, Kalian harus memahami terlebih dahulu pengertian soal rutin dan soal non rutin sehingga Kalian dapat menentukan karakteristik masing-masing jenis soal tersebut.
5. Berbekal pemahaman Kalian tentang karakteristik soal rutin dan soal non rutin yang dikaitkan dengan materi pelajaran matematika pada setiap jenjang kelas di Sekolah Dasar, Kalian akan dapat mengkategorikan soal pemecahan masalah pada masing-masing tingkatan tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

Kasmina.2020.*Erlangga X-Press UN SMK/MAK 2020*. Jakarta: Erlangga

https://www.academia.edu/36544643/RPP_POLA_BILANGAN_1

<https://www.slideshare.net/Amyarimbi/bahan-ajar-pola-bilangan-barisan-dan-deret>