

SISTEM PERSAMAAN LINEAR

DUA VARIABEL

Untuk SMA / MA / SMK kelas X



$$ax + by = c$$

Disusun oleh :
Nurlianawati

SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL (SPLDV)

KI – 3 Memahami, menerapkan, menganalisis, dan mengevaluasi tentang pengetahuan faktual, konseptual, operasional dasar, dan metakognitif sesuai dengan bidang dan lingkup kajian matematika pada tingkat teknis, spesifik, detil, dan kompleks, berkenaan dengan ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dalam konteks pengembangan potensi diri sebagai bagian dari keluarga, sekolah, dunia kerja, warga masyarakat nasional, regional, dan internasional.

KI – 4 Melaksanakan tugas spesifik dengan menggunakan alat, informasi, dan prosedur kerja yang lazim dilakukan serta memecahkan masalah sesuai dengan bidang kajian matematika

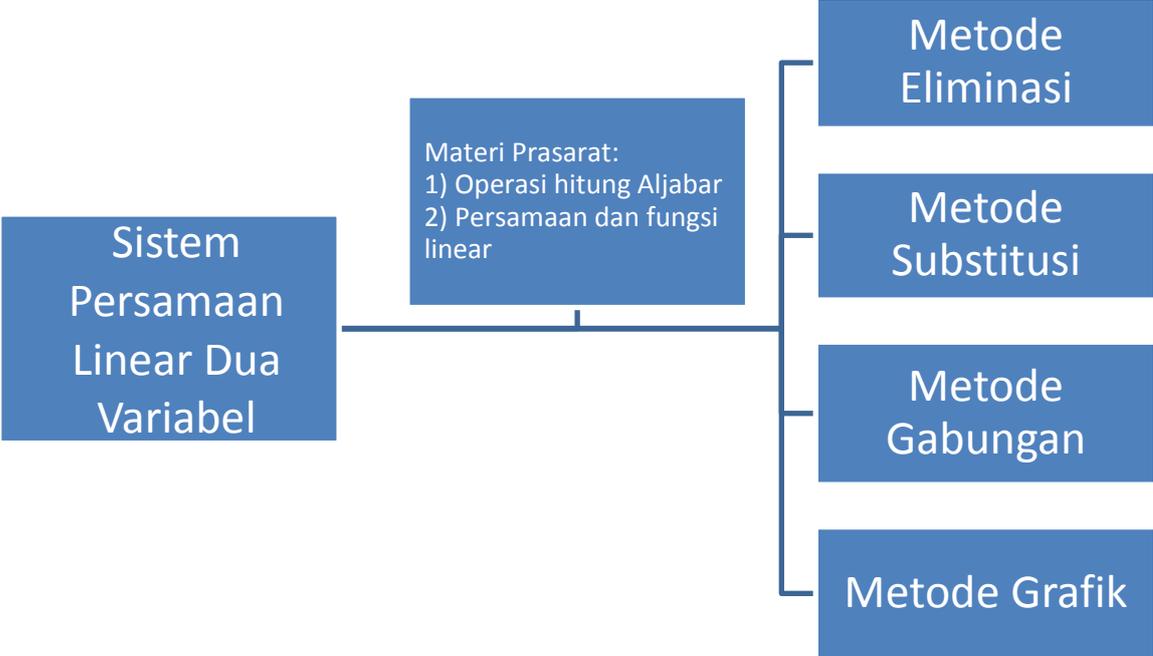
Menampilkan kinerja di bawah bimbingan dengan mutu dan kuantitas yang terukur sesuai dengan standar kompetensi kerja.

Menunjukkan keterampilan menalar, mengolah, dan menyaji secara efektif, kreatif, produktif, kritis, mandiri, kolaboratif, komunikatif, dan solutif dalam ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung.

Menunjukkan keterampilan mempersepsi, kesiapan, meniru, membiasakan, gerak mahir, menjadikan gerak alami dalam ranah konkret terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung.

Kompetensi Dasar	Indeks Pencapaian Kompetensi
3.3 Menentukan nilai variabel pada sistem persamaan dua variabel dalam masalah kontekstual.	3.3.1 Menjelaskan konsep sistem persamaan linear dua variabel
	3.3.2 Menentukan nilai variabel pada sistem persamaan linear dua variabel
4.3 Menyelesaikan masalah sistem persamaan linier dua variabel.	4.3.1 Menyusun model matematika yang sesuai dengan sistem persamaan linear dua variabel
	4.3.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan dua variabel

PETA KONSEP:



Aktifitas Belajar 1

TUJUAN PEMBELAJARAN:

- 1) Menjelaskan konsep sistem persamaan linear dua variabel
- 2) Menyusun model matematika yang sesuai dengan sistem persamaan linear dua variabel

PENGETAHUAN PRASYARAT:

- 1) Operasi hitung Aljabar
- 2) Persamaan dan fungsi linear

A. SISTEM PERSAMAAN LINEAR

Pada BAB sebelumnya, telah dijelaskan mengenai konsep persamaan linear. Dua atau lebih dari persamaan linear dapat digabung sehingga diperoleh suatu sistem persamaan linear. Pada BAB ini akan di bahas sistem persamaan linear dua variabel.

1. Sistem Persamaan linier dua variable (SPLDV)

SPLDV adalah beberapa persamaan linear yang masing-masing mempunyai dua variabel (misal x dan y) yang koefisiennya a dan b serta konstanta misalnya c.

Bentuk Umum : Sistem persamaan linear dua variable ditulis sebagai berikut :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c \\ a_2x + b_2y = c \end{cases}$$

dengan $a_{1,2}$, $b_{1,2}$, $c_{1,2} \in \mathbb{R}$

Contoh:

$2x + 3y = 4 \rightarrow$ variabelnya x dan y; koefisien variabel x adalah 2; koefisien variabel y adalah 3; dan konstantanya adalah 4

$8m - n = 10 \rightarrow$ variabelnya m dan n; koefisien variabel m adalah 8; koefisien variabel n adalah -1; dan konstantanya adalah 10

Dinamakan SPLDV karena melibatkan lebih dari satu persamaan linear yang saling berkaitan, sementara dua variabel menunjukkan banyaknya variabel yang akan ditentukan penyelesaiannya.



STUDI KASUS

Anda pasti pernah berbelanja bahan untuk membuat pakaian. Saat itu mungkin Anda membeli bahan berbeda corak kemudian pada waktu atau kesempatan lain Anda membeli kembali bahan tersebut, tetapi dengan jumlah item yang berbeda. Jika Anda tidak mengetahui harga satuan dari salah satu jenis bahan yang Anda beli, Anda bisa mengetahui harganya dengan menerapkan konsep sistem persamaan linear.

Sebagai contoh, misalnya Rani ingin membeli 2 meter batik cap dan 4 meter batik tulis seharga Rp 870.000, sedangkan untuk membeli 3 meter batik cap dan 2 meter batik tulis seharga Rp 605.000. Maka untuk membeli 8 meter batik cap dan 6 meter batik tulis berapakah uang yang harus dibayarkan. Hal yang harus dilakukan Rani adalah mengubah permasalahan tersebut ke dalam bentuk persamaan linear.

Misalkan batik cap adalah x dan batik tulis adalah y .

Sehingga diperoleh model matematikanya sebagai berikut

Diketahui:

Membeli 2 meter batik cap dan 4 meter batik tulis seharga Rp 870.000

$$\leftrightarrow 2x + 4y = 870.000 \dots\dots\dots \text{Persamaan (1)}$$

Membeli 3 meter batik cap dan 2 meter batik tulis seharga Rp 605.000

$$\leftrightarrow 3x + 2y = 605.000 \dots\dots\dots \text{Persamaan (2)}$$

Ditanyakan:

Untuk membeli 8 meter batik cap dan 6 meter batik tulis berapakah uang yang harus dibayarkan?

$$\leftrightarrow 8x + 6y = ?$$

Terdapat 2 persamaan linear yang kemudian disebut sistem persamaan linear dua variabel.

Permasalahan untuk diselesaikan siswa:

Jika ibu Ira membeli 6 canting beras dan 3 tembuk merica dengan harga Rp 30.000, sedangkan untuk membeli 10 canting beras dan 4 tembuk merica seharga Rp 45.000 maka buatlah model matematikanya dari permasalahan yang kalian dapatkan di atas!

Penyelesaian permasalahan tersebut akan dipelajari lebih lanjut yaitu cara menentukan nilai variabel sistem persamaan linear dua variabel dengan beberapa metode, di antaranya : metode eliminasi, metode substitusi, metode gabungan dan metode grafik

Aktifitas Belajar 2

TUJUAN PEMBELAJARAN:

- 1) Menentukan nilai variable pada sistem persamaan linear dua variabel menggunakan metode eliminasi dan substitusi
- 2) Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel

PENGETAHUAN PRASYARAT:

- 1) Operasi hitung Aljabar
- 2) Persamaan dan fungsi linear

B. Metode-metode untuk menyelesaikan SPLDV

a. Metode Eliminasi

Menyelesaikan SPLDV dengan cara eliminasi artinya mencari nilai variabel dengan menghilangkan variabel lainnya.

Langkah-langkah:

- Untuk menghilangkan suatu variabel maka koefisien dari variabel tersebut pada kedua persamaan harus sama. Jika belum sama, masing-masing persamaan dikalikan dengan bilangan tertentu sehingga variabel tersebut memiliki koefisien yang sama
- Jika variabel yang akan dihilangkan bertanda sama, maka kedua persamaan tersebut dikurangi. Sedangkan jika memiliki tanda yang berbeda maka kedua persamaan tersebut ditambah.

Masalah 1

Tentukan himpunan penyelesaian dari
$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$

Penyelesaian:

Eliminasi (hilangkan) variabel x dengan cara menyamakan koefisien, yakni :

$$\begin{array}{rcl} x + 2y = 7 & \times 2 & 2x + 4y = 14 \\ 2x + 3y = 12 & \times 1 & 2x + 3y = 12 \quad - \\ \hline & & y = 2 \end{array}$$

Eliminasi (hilangkan) variabel y dengan cara menyamakan koefisien, yakni :

$$\begin{array}{rcl}
 x + 2y = 7 & \times 3 & 3x + 6y = 21 \\
 2x + 3y = 12 & \times 2 & 4x + 6y = 24 \quad - \\
 \hline
 -x & & = -3 \\
 & & x = 3
 \end{array}$$

Jadi HP = {(3 , 2)}

Penarikan Kesimpulan:

Eliminasi x maka akan menghasilkan nilai untuk variabel y. Sebaliknya, eliminasi y akan menghasilkan nilai untuk variabel x.

b. Metode Substitusi

Substitusi artinya mengganti atau menyatakan salah satu variabel dengan variabel lainnya.

Masalah 2:

Tentukan himpunan penyelesaian dari $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$

Penyelesaian :

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \dots\dots\dots 1) \\ 2x + 3y = 12 \dots\dots\dots 2) \end{cases}$$

Ambil salah satu persamaan yang paling sederhana:

1) $x + 2y = 7 \iff x = 7 - 2y$

Masukan (substitusikan) $x = 7 - 2y$ ke dalam persamaan 2) sehingga didapat :

$$\begin{aligned}
 2) \quad & 2x + 3y = 12 \\
 & 2(7 - 2y) + 3y = 12 \\
 & 14 - 4y + 3y = 12 \\
 & (-4 + 3)y + 14 = 12 \\
 & -y = 12 - 14 \\
 & -y = -2 \\
 & y = 2
 \end{aligned}$$

Bentuk $y = 2$ disubstitusikan pada $x = 7 - 2y$ sehingga didapat :

$$x = 7 - 2(2) \quad \Leftrightarrow \quad x = 7 - 4 \quad \Leftrightarrow \quad x = 3$$

Jadi Himpunan Penyelesaiannya , $HP = \{ 3, 2 \}$

Penarikan Kesimpulan:

Ubah salah satu persamaan menjadi bentuk $x = \dots$ atau $y = \dots$ sehingga kemudian dapat disubstitusikan pada persamaan yang lainnya.

Permasalahan untuk diselesaikan siswa:

1. Tentukan himpunan penyelesaian yang memenuhi sistem persamaan berikut

a. $3x - 2y = 11$

$$-4x + 3y = -2$$

b. $5x - 2y = 21$

$$-x + 2y = -9$$

2. Seorang penjahit akan menjahit gaun yang terbuat dari 2 jenis motif kain yang berbeda yaitu kain polos dan kain batik. Harga per meter untuk kain polos adalah Rp 8.500 dan kain batik adalah Rp 9.000. Jumlah kain yang diperlukan adalah 350 meter, dan penjahit hanya mempunyai uang sebesar Rp 3.075.000 untuk membeli kedua jenis kain tersebut. Berapa meter kah setiap jenis kain yang dapat dibeli penjahit?

Aktifitas Belajar 3

TUJUAN PEMBELAJARAN:

- 1) Menentukan nilai variable pada sistem persamaan linear dua variabel menggunakan metode gabungan dan grafik
- 2) Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel

PENGETAHUAN PRASYARAT:

- 1) Operasi hitung Aljabar
- 2) Persamaan dan fungsi linear

c. Metode Gabungan

Metode gabungan yaitu menggabungkan antara metode eliminasi dan metode substitusi.

Masalah 3 :

Tentukan himpunan penyelesaian dari
$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$

Penyelesaian :

Eliminasi (hilangkan) variabel x dengan cara menyamakan koefisien, yakni :

$$\begin{array}{rcl} x + 2y = 7 & \times 2 & 2x + 4y = 14 \\ 2x + 3y = 12 & \times 1 & 2x + 3y = 12 \quad - \\ \hline & & y = 2 \end{array}$$

Substitusikan $y = 2$ ke salah satu persamaan, misal :

$$x + 2y = 7$$

$$x + 2 \cdot 2 = 7 \quad \Leftrightarrow \quad x = 7 - 4 = 3$$

$$\text{Jadi HP.} = \{(3, 2)\}$$

d. Metode Grafik

Penyelesaian SPLDV dengan metode grafik adalah koordinat titik potong grafik kedua garis dari persamaan-persamaan linearnya. Jika diketahui dua persamaan yaitu $a_1x + b_1y = c_1$ dan $a_2x + b_2y = c_2$, maka langkah-langkah penyelesaiannya adalah:

- o Menentukan titik-titik potong pada sumbu x dan sumbu y dari kedua persamaan.
- o Buatlah grafik garis lurus dari titik-titik potong pada sumbu x dan sumbu y dari kedua persamaan.
- o Menentukan titik potong kedua persamaan tersebut (x,y).

Jika dua buah garis terletak pada bidang koordinat yang sama, maka ada tiga kemungkinan yang terjadi, yaitu:

- ❖ Dua garis tersebut akan berpotongan, maka himpunan penyelesaiannya tunggal.
- ❖ Dua garis tersebut akan saling berimpit, maka himpunan penyelesaiannya tak hingga.
- ❖ Dua garis tersebut akan sejajar, maka tidak memiliki penyelesaian (himpunan kosong).

Masalah 4:

Tentukan himpunan penyelesaian dari
$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$

Penyelesaian:

- a. Titik potong pada sumbu x didapat jika $y = 0$

$$\text{Untuk : } x + 2y = 7 \text{ maka } x + 2(0) = 7 \iff x = 7 \text{ didapat titik } (7, 0)$$

$$2x + 3y = 12 \text{ maka } 2x + 3(0) = 12 \iff 2x = 12$$

$$x = 6 \text{ didapat titik } (6, 0)$$

- b. Titik potong pada sumbu y syarat $x = 0$

$$\text{Untuk : } x + 2y = 7 \text{ maka } 0 + 2y = 7 \iff 2y = 7$$

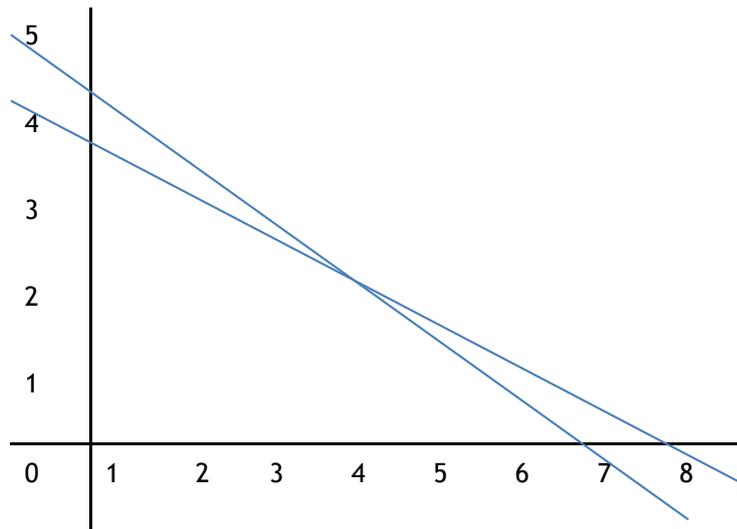
$$y = 7/2 \text{ didapat titik } (0, 7/2)$$

$$2x + 3y = 12 \text{ maka } 2(0) + 3y = 12 \iff 3y = 12$$

$$y = 4 \text{ didapat titik } (0, 4)$$

- c. Sketsa grafiknya adalah :

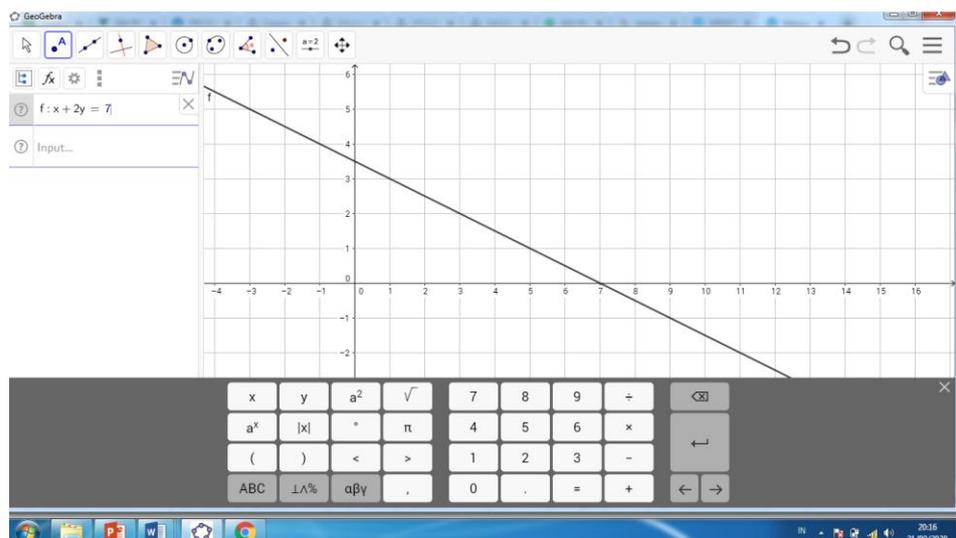
(Buatlah garis yang didapat dari penyelesaian a dan b untuk melengkapi grafik di samping)



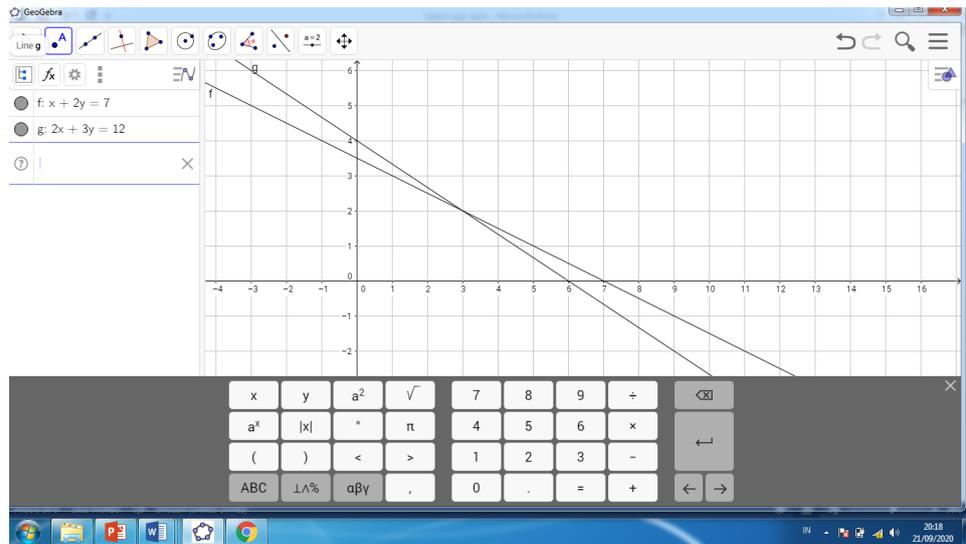
Selain cara grafik seperti di atas kita juga dapat menggunakan geogebra untuk menentukan himpunan penyelesaian SPLDV. Geogebra adalah aplikasi yang didesain khusus untuk pengajaran dan belajar geometri dan aljabar. Dengan menggunakan geogebra akan memudahkan bagi teman-teman untuk menyelesaikan suatu persoalan mengenai geometri dan aljabar.

Langkah-langkah menentukan himpunan penyelesaian dari SPLDV $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$ menggunakan geogebra adalah sebagai berikut:

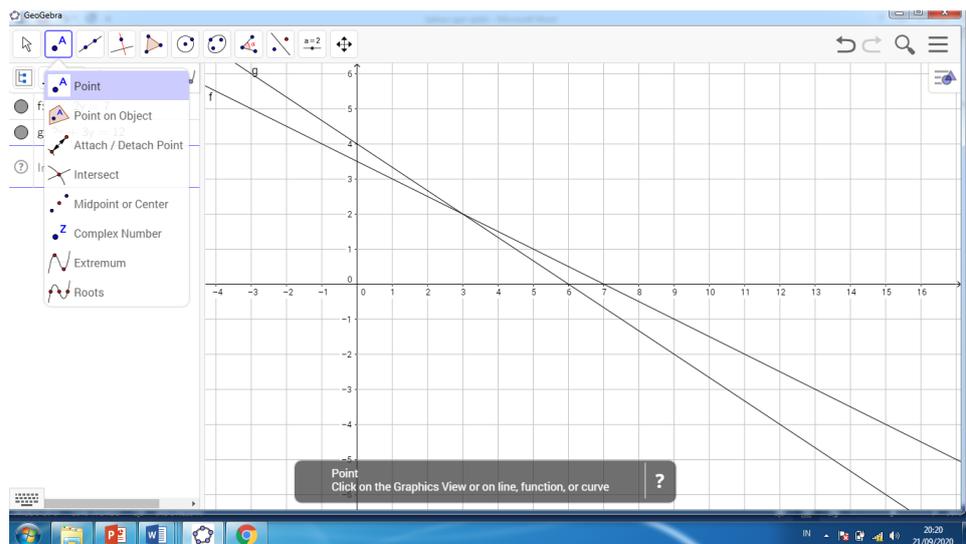
- Ketik persamaan $x + 2y = 7$ pada kolom input, kemudian enter. Tampilannya akan tampak seperti gambar di bawah ini



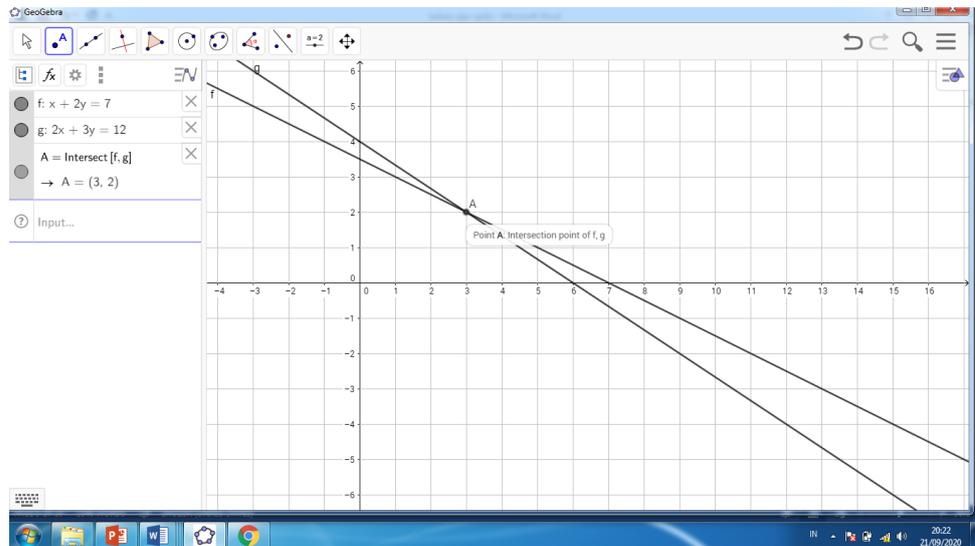
- Ketik persamaan kedua $2x + 3y = 13$ pada kolom input, kemudian enter. Tampilannya akan tampak seperti gambar di bawah ini



- Setelah kedua persamaan tersebut dimasukkan, langkah selanjutnya adalah pilih toolbar point lalu klik point



- Kemudian klik pada titik potong kedua garis tersebut sehingga muncul titik perpotongan seperti gambar di bawah ini



Maka diperoleh titik potongnya yaitu (3, 2)

Permasalahan untuk diselesaikan siswa:

1. Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan berikut

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 12 \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 7 \end{cases}$$

PETUNJUK : misalkan $\frac{1}{x} = a$ dan $\frac{1}{y} = b$

2. Hubungan suatu temperatur Fahrenheit dan Celcius dinyatakan dengan $F = mC + n$, dengan m dan n merupakan suatu konstanta. Diketahui bahwa pada tekanan satu atmosfer, titik didih air adalah 212°F atau 100°C dan titik beku air adalah 32°F atau 0°C .

Tentukan:

- a. Nilai m dan n yang memenuhi
- b. Temperatur Fahrenheit yang bersesuaian dengan 50°C