

Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel



MATEMATIKA

**SMA/MA
KELAS X
SEMESTER I**

Disusun oleh Dian Septiani, S,Pd
SMA Negeri 2 Pekalongan



Kompetensi Inti

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia
3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.



Kompetensi Dasar

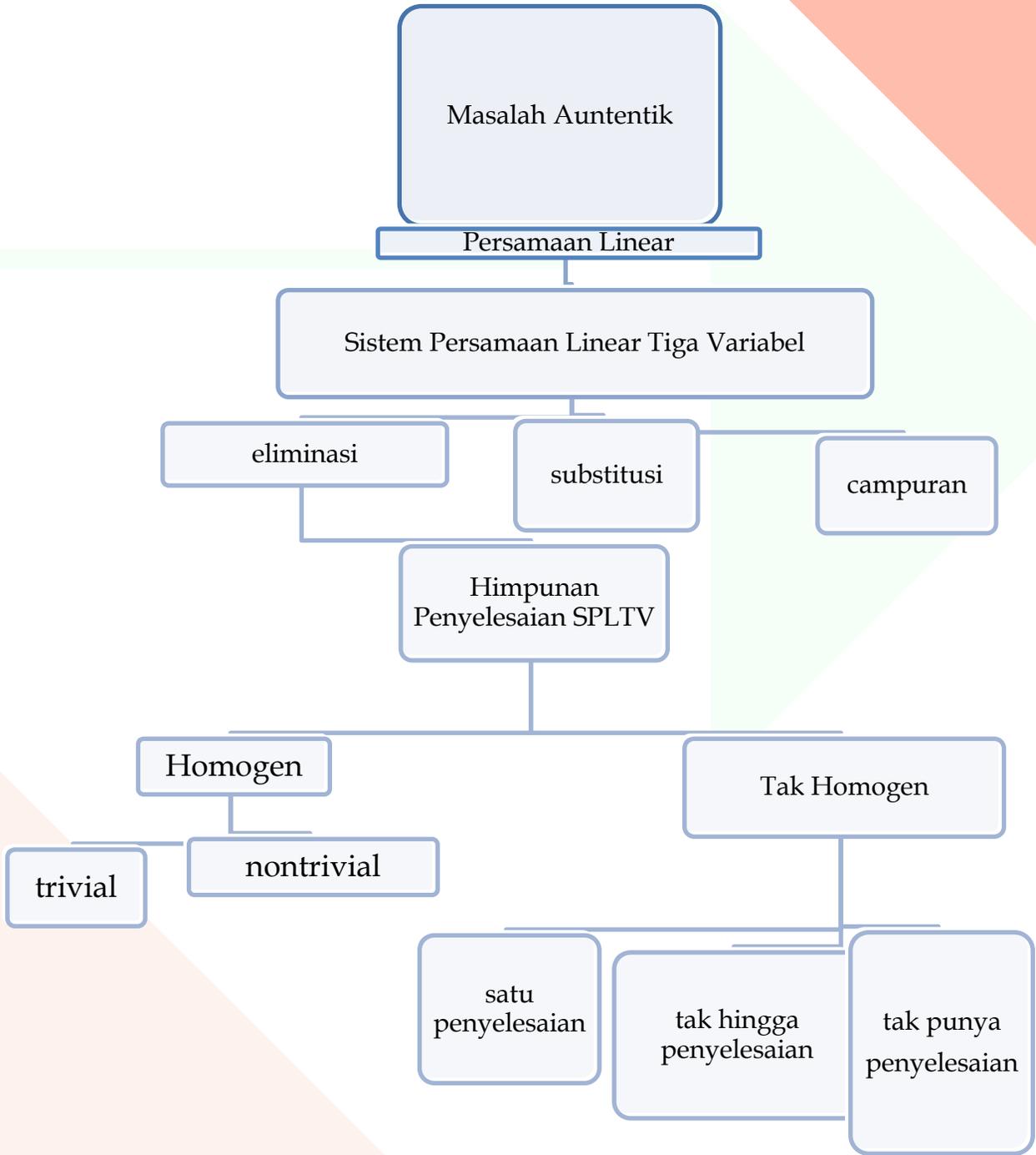
- 3.3 Menyusun sistem persamaan linear tiga variabel dari masalah kontekstual.
- 4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel.



Tujuan Pembelajaran

Melalui pembelajaran STEAM dengan menggunakan model *Problem Based Learning* secara daring, peserta didik diharapkan mampu belajar menangkap makna secara kontekstual terkait menyusun konsep dan menentukan bentuk umum SPLTV, serta membuat selesaian masalah kontekstual SPLTV dengan metode eliminasi dan substitusi dengan kreatif, kritis, kolaboratif dan komunikatif.

PETA KONSEP





Ayo Mengamati

Masalah Awal

Pak Fahri memiliki dua hektar sawah yang ditanami padi dan sudah saatnya diberi pupuk. Terdapat tiga jenis pupuk (urea, SS, TSP) yang harus digunakan agar hasil panen padi lebih maksimal. Harga per karung setiap jenis pupuk adalah Rp 75.000,00; Rp 120.000,00; dan Rp 150.000,00. Banyak pupuk yang dibutuhkan Pak Fahri sebanyak 40 karung. Pemakaian pupuk urea 2 kali banyaknya dari pupuk SS. Sementara dana yang dihabiskan Pak Fahri untuk membeli pupuk adalah Rp 4.020.000,00. Berapa karung untuk setiap jenis pupuk yang harus dibeli Pak Panjaitan. Tentukan model matematika dari permasalahan pak Fahri



Ayo Menanya



1. Bagaimana cara mengubah permasalahan pak Fahri menjadi model matematika?
2. Bagaimana cara menentukan banyaknya pupuk urea, SS, TSP (dalam karung)?



Ayo Mengumpulkan Informasi

1. Tuliskan informasi apa saja pada permasalahan pak Fahri yang berkaitan dengan pupuk.
2. Bagaimana kamu menggunakan variabel untuk menyatakan banyaknya pupuk yang digunakan untuk setiap jenisnya?

Permasalahan di atas merupakan salah satu penerapan materi sistem persamaan linear tiga variabel pada kehidupan sehari-hari. Sebelum menyelesaikan masalah di atas kita pelajari terlebih dahulu tentang sistem persamaan linear dua variabel.

Berdasarkan permasalahan di atas, model matematika yang terbentuk sebagai berikut.

Misalkan : x = banyaknya karung pupuk urea

y = banyaknya karung pupuk SS

z = banyaknya karung pupuk TSP

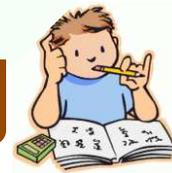
$$x + y + z = 40 \quad (1)$$

$$x = 2y \quad (2)$$

$$75.000x + 120.000y + 150.000z = 4.020.000$$

$$75x + 120y + 150z = 4.020 \quad (3)$$

Ayo Menalar



Amati sistem persamaan dari masalah 1

Ada berapa variabel yang ada pada sistem persamaan tersebut?

Sistem persamaan linear tersebut merupakan sistem persamaan linear tiga variabel. Jadi, sistem persamaan linear tiga variabel adalah suatu sistem persamaan linear dengan tiga variabel.

Bentuk umum dari sistem persamaan linear tiga variabel adalah

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

dengan $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2,$ dan d_3 bilangan real, a_1, b_1, c_1 tidak sekaligus ketiganya nol, a_2, b_2, c_2 tidak sekaligus ketiganya nol, dan a_3, b_3, c_3 tidak sekaligus ketiganya nol.

Latihan

1. Perhatikan system persamaan dalam tabel, lalu lengkapi isian yang disediakan.

Bentuk Sistem Persamaan	Semua Variabel Linear	Terdapat Tiga Variabel dalam Sistem Persamaan	Kesimpulan
$2x - y + z = 8 \dots\dots\dots(1)$ $3x + 5y - 2z = 7\dots\dots(2)$ $-8x - 5y + 3z^2 = 8\dots(3)$	Tidak	Ya	Bukan SPLTV
$7x + 6y - z = 8 \dots\dots\dots(1)$ $2x + 9y + 10z = 7\dots\dots(2)$ $7y + 12z = -1\dots\dots\dots(3)$
$2xy - 5y + 5z = 11 \dots(1)$ $6x - y - 7z = 1\dots\dots\dots(2)$ $9x + 3y + 19z = 0\dots\dots(3)$

2. Seorang penjual beras mencampur tiga jenis beras. Campuran beras pertama terdiri atas 1kg jenis A, 2 kg jenis B, dan 3 kg jenis C dijual dengan harga Rp 19.500,00. Campuran beras kedua terdiri dari 2 kg jenis A dan 3 kg jenis B dijual dengan harga Rp.19.000,00. Campuran beras ketiga terdiri atas 1 kg jenis B dan 1 kg jenis C dijual dengan harga Rp 6.250,00. Buatlah model matematika dari permasalahan tersebut.



Menentukan Himpunan Selesaian dari SPLTV

Sebelumnya, di SMP telah dipelajari metode eliminasi untuk menyelesaikan SPLDV. Selanjutnya dengan prinsip yang sama akan digunakan untuk menyelesaikan SPLTV. Masalah Pak Panjaitan akan diselesaikan dengan metode eliminasi, sebagai berikut.

Metode Eliminasi dan Substitusi

Tulis ulang SPLTV yang terbentuk pada permasalahan pak Fahri

$$x + y + z = 40 \quad (1)$$

$$x = 2y \quad (2)$$

$$75x + 120y + 150z = 4.020 \quad (3)$$

Langkah 1

Substitusikan persamaan 2) ke dalam persamaan 1) sehingga diperoleh

$$2y + y + z = 40$$

Penguatan Nilai-Nilai Karakter

Menghargai Pendapat Orang Lain

Anda mengenal tiga acara untuk menyelesaikan SPLTV. Cara yang Anda pilih untuk menyelesaikan SPLTV mungkin berbeda dengan cara yang dipilih teman Anda. Bisa saja teman Anda memilih cara substitusi, sedangkan Anda memilih eliminasi. Teman Anda mungkin mempunyai alasan tertentu saat memilih cara penyelesaian tersebut. Bagaimana sikap Anda saat mengetahui teman Anda memilih cara yang berbeda dengan cara yang Anda pilih? Apakah cara Anda harus sama dengan cara teman Anda?

Langkah 2

Substitusikan persamaan 2) ke dalam persamaan 3), sehingga diperoleh

$$75(2y) + 120y + 150z = 4020$$

$$150y + 120y + 150z = 4020$$

$$270y + 150z = 4020$$

$$27y + 15z = 402$$

$$\therefore 27y + 15z = 402 \dots\dots\dots 5)$$

Langkah 3

Gunakan metode eliminasi pada persamaan 4) dan 5)

$$\begin{array}{r|l|l} 3y + z = 40 & \times 15 & 45y + 15z = 600 \\ 27y + 15z = 402 & \times 1 & 27y + 15z = 402 - \\ \hline & & 12y = 198 \\ & & y = 11 \end{array}$$

Jadi $y = 11$, sehingga $x = 2y = 2 \times 11 = 22$

$$x + y + z = 40 \Rightarrow 22 + 11 + z = 40 \Rightarrow z = 40 - 33 = 7$$

Jadi nilai $x = 11, y = 22, z = 7$.

Kembalikan hasil dari penyelesaian ke dalam permasalahan pak Fahri. Sehingga diperoleh kesimpulan bahwa banyaknya pupuk urea ada 22, banyaknya pupuk SS ada 11, dan banyaknya pupuk TSP ada 7.

Merdeka Teknologi

Untuk menentukan penyelesaian SPLTV Anda membutuhkan langkah yang agak Panjang. Mungkin saja Anda melakukan kesalahan pada salah satu langkah tersebut. Akibatnya, nilai variable SPLTV yang Anda temukan bukanlah penyelesaian SPLTV. Oleh karena itu, sebaiknya Anda memeriksa kembali apakah nilai tersebut benar-benar penyelesaian SPLTV. Anda dapat menggunakan bantuan internet. Cobalah unutup mencari *website* yang menyediakan kalkulator penghitung penyelesaian SPLTV. Kemudian, cocokan jawaban Anda dengan kalkulator tersebut.

Latihan

1. Tiga tukang cat, Ganang, Anas, dan Hafid yang bias bekerja bersama-sama. Mereka dapat mengecat eksterior (bagian luar) sebuah rumah dalam waktu 10 jam kerja. Pengalaman Anas dan Hafid pernah bersama-sama mengecat rumah yang serupa dalam waktu 15 jam kerja. Suatu hari, ketiga tukang cat ini bekerja mengecat rumah selama 4 jam kerja, Setelah itu Hafid pergi karena ada suatu keperluan mendadak. Ganang dan Anas memerlukan tambahan waktu 8 jam kerja lagi untuk menyelesaikan pengecatan rumah. Tentukan waktu yang dibutuhkan masing-masing tukang cat, jika masing-masing bekerja sendirian

Untuk melihat video mengenai soal dan cara menyelesaikan SPLTV, kunjungilah video dengan memindai *QR code* di samping menggunakan *smartphone* Anda.



Metode Determinan Untuk Menyelesaikan SPLTV



Ayo Mengamati

Ayo mengamati kembali SPLTV dari permasalahan pak Fahri

$$x + y + z = 40 \quad (1)$$

$$x = 2y \quad (2)$$

$$75x + 120y + 150z = 4.020 \quad (3)$$

Berdasarkan persamaan tersebut diperoleh :

$$a_1 = 1 \quad a_2 = 1 \quad a_3 = 75$$

$$b_1 = 1 \quad b_2 = -2 \quad b_3 = 120$$

$$c_1 = 1 \quad c_2 = 0 \quad c_3 = 150$$

$$d_1 = 40 \quad d_2 = 0 \quad d_3 = 4020$$

Dengan menggunakan metode substitusi dan eliminasi diperoleh bahwa himpunan penyelesaian $(x, y, z) = \{11, 22, 7\}$.

Tentukan nilai z tanpa menggunakan metode substitusi atau eliminasi.



Ayo Menanya

1. Bagaimana cara menentukan nilai variabel z tanpa menggunakan metode substitusi atau eliminasi?
2. Bagaimana cara menentukan nilai variabel x atau y tanpa menggunakan metode substitusi atau eliminasi?

Ayo Mengumpulkan Informasi



Perhatikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan variabel x, y , dan z

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \dots\dots\dots (1) \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \dots\dots\dots (2) \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \dots\dots\dots (3) \end{cases}$$

Langkah 1

Eliminasi variabel x dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \times a_2 \\ \times a_1 \end{array} \quad \begin{array}{l} a_1a_2x + a_2b_1y + a_2c_1z = a_2d_1 \\ a_1a_2x + a_1b_2y + a_1c_2z = a_1d_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \underline{\hspace{1.5cm}} \\ \underline{\hspace{1.5cm}} \end{array}$$

$$(a_2b_1 - a_1b_2)y + (a_2c_1 - a_1c_2)z = a_2d_1 - a_1d_2$$

$$(a_2b_1 - a_1b_2)y + (a_2c_1 - a_1c_2)z = a_2d_1 - a_1d_2 \dots\dots\dots (4)$$

Langkah 2

Eliminasi variabel x dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \times a_3 \\ \times a_1 \end{array} \quad \begin{array}{l} a_1a_3x + a_3b_1y + a_3c_1z = a_3d_1 \\ a_1a_3x + a_1b_3y + a_1c_3z = a_1d_3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \underline{\hspace{1.5cm}} \\ \underline{\hspace{1.5cm}} \end{array}$$

$$(a_3b_1 - a_1b_3)y + (a_3c_1 - a_1c_3)z = a_3d_1 - a_1d_3$$

$$(a_3b_1 - a_1b_3)y + (a_3c_1 - a_1c_3)z = a_3d_1 - a_1d_3 \dots\dots\dots (5)$$

Langkah 3

Eliminasi variabel y dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{l} (a_2b_1 - a_1b_2)y + (a_2c_1 - a_1c_2)z = a_2d_1 - a_1d_2 \\ (a_3b_1 - a_1b_3)y + (a_3c_1 - a_1c_3)z = a_3d_1 - a_1d_3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \times (a_3b_1 - a_1b_3) \\ \times (a_2b_1 - a_1b_2) \end{array} \quad \begin{array}{l} \left| \right. \\ \left| \right. \end{array}$$

.....

.....

Dari hasil perkalian koefisien variabel y pada (2.20) terhadap (2.21) dan hasil perkalian koefisien variabel z pada (2.21) terhadap (2.20), maka diperoleh

$$z = \frac{((a_2b_1 - a_1b_2)(a_3b_1 - a_1b_3) - (a_3d_1 - a_1d_3)(a_2b_1 - a_1b_2))}{((a_2c_1 - a_1c_2)(a_3b_1 - a_1b_3) - (a_3c_1 - a_1c_3)(a_2b_1 - a_1b_2))}$$

$$z = \frac{((a_1b_3d_2 + a_3b_2d_1 + a_2b_1d_3) - (a_2b_3d_1 + a_3b_1d_2 + a_1b_2d_3))}{((a_3b_2c_1 + a_2b_1c_3 + a_1b_3c_2) - (a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 + a_1b_2c_3))} \text{ (kalikan dengan } \left(\frac{-1}{-1}\right)\text{)}$$

$$z = \frac{((a_2b_3d_1 + a_3b_1d_2 + a_1b_2d_3) - (a_1b_3d_2 + a_3b_2d_1 + a_2b_1d_3))}{((a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 + a_1b_2c_3) - (a_3b_2c_1 + a_2b_1c_3 + a_1b_3c_2))}$$

$$z = \frac{\begin{array}{|ccc|ccc|} \hline a_1 & b_1 & d_1 & a_1 & b_1 & \\ \hline a_2 & b_2 & d_2 & a_2 & b_2 & \\ \hline a_3 & b_3 & d_3 & a_3 & b_3 & \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|ccc|ccc|} \hline a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 & \\ \hline a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 & \\ \hline a_3 & b_3 & c_3 & a_3 & b_3 & \\ \hline \end{array}}$$

Petunjuk

Jumlahkan hasil perkalian bilangan-bilangan pada garis putus-putus dan hasilnya dikurangi dengan penjumlahan hasil perkalian bilangan-bilangan pada garis penuh.

Hasil dari penjumlahan perkalian bilangan-bilangan pada garis putus-putus dan hasilnya dikurangi dengan penjumlahan hasil perkalian bilangan-bilangan pada garis penuh dapat dijabarkan sebagai berikut

$$z = \frac{((a_1b_2d_3 + b_1d_2a_3 + d_1a_2b_3) - (a_3b_2d_1 + b_3b_2a_1 + d_3a_2b_1))}{((a_1b_2c_3 + b_1c_2a_3 + c_1a_2b_3) - (a_3b_2c_1 + b_3c_2a_1 + c_3a_2b_1))} \dots\dots\dots (7)$$



Ayo Menalar

Amati nilai z pada (7) dengan (6), apakah hasilnya sama?

Informasi

Nilai pembilang pada pecahan kita sebut dengan D_z (Determinan z) dan penyebut pada pecahan kita sebut dengan D .

Nilai variabel z di atas dapat dinyatakan sebagai hasil perkalian koefisien-koefisien variabel x , y , dan konstanta pada sistem persamaan linear yang diketahui.

Pada permasalahan masalah pak Fahri dapat ditentukan nilai variabel x , y , dan z .

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 40 & 1 & 1 & 40 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & -2 \\ 4020 & 120 & 150 & 4020 & 120 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 & -2 \\ 75 & 120 & 150 & 75 & 120 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 & -2 \\ 75 & 120 & 150 & 75 & 120 \end{vmatrix}} = \frac{(-8040 + 0 + 0) - (-12000 + 0 + 0)}{(-150 + 0 + 150) - (-300 + 0 + 120)}$$

$$= \frac{-8040 + 12000}{300 - 120} = \frac{3960}{180} = 22$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 40 & 1 & 1 & 40 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 75 & 4020 & 150 & 75 & 4020 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 & -2 \\ 75 & 120 & 150 & 75 & 120 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 & -2 \\ 75 & 120 & 150 & 75 & 120 \end{vmatrix}} = \frac{(-8040 + 0 + 0) - (-12000 + 0 + 0)}{(-150 + 0 + 150) - (-300 + 0 + 120)}$$

$$= \frac{6000 - 4020}{180} = \frac{1980}{180} = 11$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 40 & 1 & 40 \\ 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 75 & 120 & 4020 & 75 & 4020 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 & -2 \\ 75 & 120 & 150 & 75 & 120 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 & -2 \\ 75 & 120 & 150 & 75 & 120 \end{vmatrix}} = \frac{(-6000 + 0 + 4020) - (-8040 + 4800)}{(180)}$$

$$= \frac{-1980 + 3240}{180} = \frac{1260}{180} = 7$$

Kemungkinan Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

SPLTV dengan tepat satu solusi

Ayo mengamati dan tentukan himpunan penyelesaian SPLTV berikut ini :

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_3 = 1 \dots\dots\dots 1) \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 7 \dots\dots\dots 2) \\ 6x_1 + x_2 - x_3 = 0 \dots\dots\dots 3) \end{cases}$$

Langkah 1

$$6x_1 + x_2 - x_3 = 0$$

Substitusi persamaan 1) ke persamaan 2)

$$2x_1 + 2x_3 = 1$$

$$2x_1 = 1 - 2x_3$$

$$\begin{aligned} x_1 = \frac{1 - 2x_3}{2} \Rightarrow 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 7 &\Rightarrow 3\left(\frac{1 - 2x_3}{2}\right) - x_2 + 4x_3 = 7 \\ &\Rightarrow \frac{3}{2} - 3x_3 - x_2 + 4x_3 = 7 \\ &\Rightarrow x_3 - x_2 = 7 - \frac{3}{2} \\ &\Rightarrow x_3 - x_2 = \frac{11}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore x_3 - x_2 = \frac{11}{2} \dots\dots\dots 4)$$

Berdasarkan 4) dapat dibuat $x_2 - x_3 = -\frac{11}{2}$

Langkah 2

Substitusi persamaan 1) ke persamaan 3)

$$\begin{aligned} x_1 = \frac{1 - 2x_3}{2} \Rightarrow 6\left(\frac{1 - 2x_3}{2}\right) + x_2 - x_3 &= 0 \\ \Rightarrow 6\left(\frac{1 - 2x_3}{2}\right) - \frac{11}{2} &= 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{2} - \frac{2x_3}{2} - \frac{11}{2} = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{2} - \frac{2x_3}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x_3 = -\frac{5}{2}$$

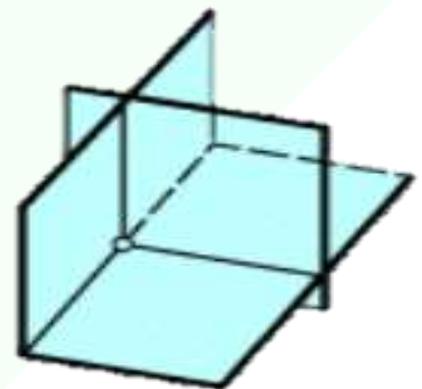
$$x_3 - x_2 = \frac{11}{2}, \text{ maka } \Leftrightarrow -\frac{5}{2} - x_2 = \frac{11}{2}$$

$$\Leftrightarrow x_2 = -\frac{11}{2} - \frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow x_2 = -\frac{6}{2} = -3$$

$$x_1 = \frac{1-2x_3}{2} = \frac{1-2\left(-\frac{5}{2}\right)}{2} = \frac{1+5}{2} = 3$$

SPLTV yang memiliki penyelesaian disebut SPLTV yang konsisten. SPLTV di atas memiliki tepat satu solusi penyelesaian. Berikut ini merupakan gambaran geometris dari sistem persamaan linear tiga variabel dengan tepat satu solusi.



Satu solusi
(perpotongannya merupakan sebuah titik)

SPLTV dengan tak hingga banyak solusi

Ayo mengamati dan tentukan himpunan penyelesaian SPLTV berikut ini :

$$\begin{cases} 3x - 3y + 6z = 6 \\ 2x - 2y + 4z = 4 \\ x - y + 2z = 2 \end{cases}$$

Apakah ada hal yang menarik dari SPLTV tersebut? Jika ada, apakah itu?

.....
.....

Persamaan 1 dan 2 merupakan perkalian dari persamaan yang ketiga maka, secara geometris terdapat tiga bidang yang berimpit dan setiap nilai x, y, z yang memenuhi persamaan $x - y + 2z = 2$

Secara otomatis memenuhi persamaan 2 dan 3. Kita dapat menentukan nilai x dalam bentuk y dan z , kemudian digunakan r dan s (parameter) untuk variabel y dan z .

$$x = 2 + r - 2s, y = r, z = s.$$

Jika nilai $r = 1, s = 0$, maka himpunan penyelesaiannya $(3,1,0)$

Jika nilai $r = 2, s = 1$, maka himpunan penyelesaiannya $(2,2,1)$

Jika nilai $r = 0, s = -1$, maka himpunan penyelesaiannya $4, 0, -1)$

Dst.

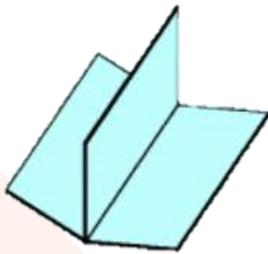
Apakah SPLTV tersebut memiliki solusi? Jelas, SPLTV tersebut memiliki solusi

Jika iya, maka SPLTV tersebut merupakan SPLTV yang konsisten

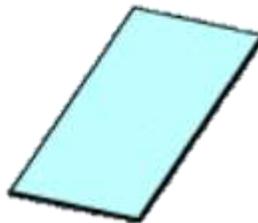
Berapa banyak himpunan penyelesaian dari SPLTV tersebut? Tak hingga

SPLTV tersebut merupakan **SPLTV dengan tak hingga banyak solusi penyelesaian.**

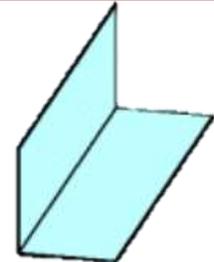
SPLTV yang memiliki penyelesaian disebut SPLTV yang konsisten. SPLTV di atas memiliki tak hingga banyak penyelesaian. Berikut ini merupakan gambaran geometris dari sistem persamaan linear tiga variabel dengan tak hingga solusi



Tak hingga banyak solusi
(perpotongannya merupakan sebuah garis)



Tak hingga banyak solusi
(semua bidang berimpit, perpotongannya merupakan sebuah bidang)



Tak hingga banyak solusi
(dua bidang yang berimpit, perpotongannya sebuah garis)

SPLTV tak memiliki satu penyelesaian

Ayo mengamati dan tentukan himpunan penyelesaian SPLTV berikut ini :

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \dots\dots\dots 1) \\ 4x - 2y + 2z = 5 \dots\dots\dots 2) \\ 6x - 3y + 3z = 7 \dots\dots\dots 3) \end{cases}$$

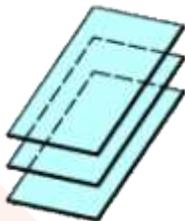
Apakah ada hal yang menarik dari SPLTV tersebut? Jika ada, apakah itu?

Jika kita mengeliminasi variabel x dari persamaan 1) dan 2), maka diperoleh

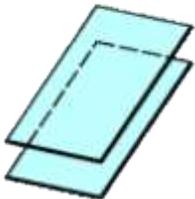
$$\begin{cases} 0 = -1 \\ 6x - 3y + 3z = 7 \end{cases}$$

$0 = -1$ merupakan pernyataan yang salah, sehingga persamaan tersebut tidak konsisten. Akibatnya SPLTV Tersebut tidak memiliki solusi penyelesaian.

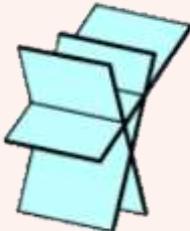
SPLTV yang tidak memiliki penyelesaian disebut SPLTV yang tidak konsisten. Berikut ini merupakan gambaran geometris dari sistem persamaan linear tiga variabel dengan tak hingga solusi penyelesaian.



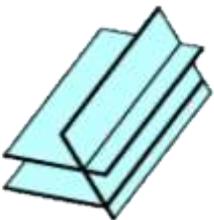
Tak memiliki solusi
(tiga bidang yang sejajar; tidak memiliki titik persekutuan)



Tak memiliki solusi
(Dua bidang yang berimpit sejajar dengan bidang yang ketiga; tidak memiliki titik persekutuan)



Tak memiliki solusi
(tidak memiliki titik persekutuan)



Tak memiliki solusi
(dua bidang yang sejajar, tidak memiliki titik persekutuan)



SPLTV HOMOGEN



Ayo Mengamati

Amati dan tentukan himpunan penyelesaian

SPLTV Berikut.

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 0 \\ 4x + 6y + 10z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 5y + z = 0 \\ 2x + 7y + z = 0 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

Apakah ada hal yang menarik dari SPLTV tersebut? Apakah itu?

Sistem persamaan linear tiga variabel tersebut merupakan SPLTV homogen.

Jadi, SPLTV homogen adalah

.....
.....

Tentukan himpunan penyelesaian dari SPLTV berikut

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 0 \dots\dots\dots (1) \\ 4x + 6y + 10z = 0 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Ayo Menanya

Amati persamaan (1) dan (2), dengan mengamati perbandingan koefisien antara (1) dan (2).



Dapatkah kalian menemukan hal yang menarik?

Bagaimana perbandingan koefisien antara (1) dan (2)?

Sistem persamaan linear ini memiliki lebih dari satu penyelesaian misalnya (3,-2,0),(-3,2,0), dan termasuk (0,0,0).

Carilah himpunan penyelesaian yang lain dari SPLTV tersebut.



Ayo Menyimpulkan

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 0 \\ 4x + 6y + 10z = 0 \end{cases}$$

SPLTV tersebut merupakan SPLTV homogen yang memiliki banyak penyelesaian. Sehingga SPLTV tersebut memiliki penyelesaian yang tidak trivial.

Tentukan himpunan penyelesaian dari SPLTV berikut

$$\begin{cases} 3x + 5y + z = 0 \\ 2x + 7y + z = 0 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

Dapatkan kalian mencari himpunan penyelesaian $(x, y, z) = (0, 0, 0)$



Ayo Menyimpulkan

Apabila suatu SPLTV memiliki himpunan penyelesaian $(x, y, z) = (0, 0, 0)$, maka SPLTV tersebut memiliki penyelesaian trivial. Sistem persamaan linear ini memiliki suku konstan nol dan mempunyaipenyelesaian tunggal, yaitu untuk $x = y = z = 0$. Apabila suatu SPLTV memiliki himpunan penyelesaian $(x, y, z) = (0, 0, 0)$, maka SPLTV tersebutmemiliki penyelesaian trivial ($x = y = z = 0$).



Daftar Pustaka

Sukino. 2014. *Matematika untuk SMA/MA Kelas X Kelompok Wajib Semester 1*, Jakarta: Penerbit Erlangga.

Ngapiningsih, Tyas Ika Utami, dan Suparno. 2020. *Matematika untuk SMA/MA Mata Pelajaran Wajib Kelas X Semester 1*. Yogyakarta: Intan Pariwara.