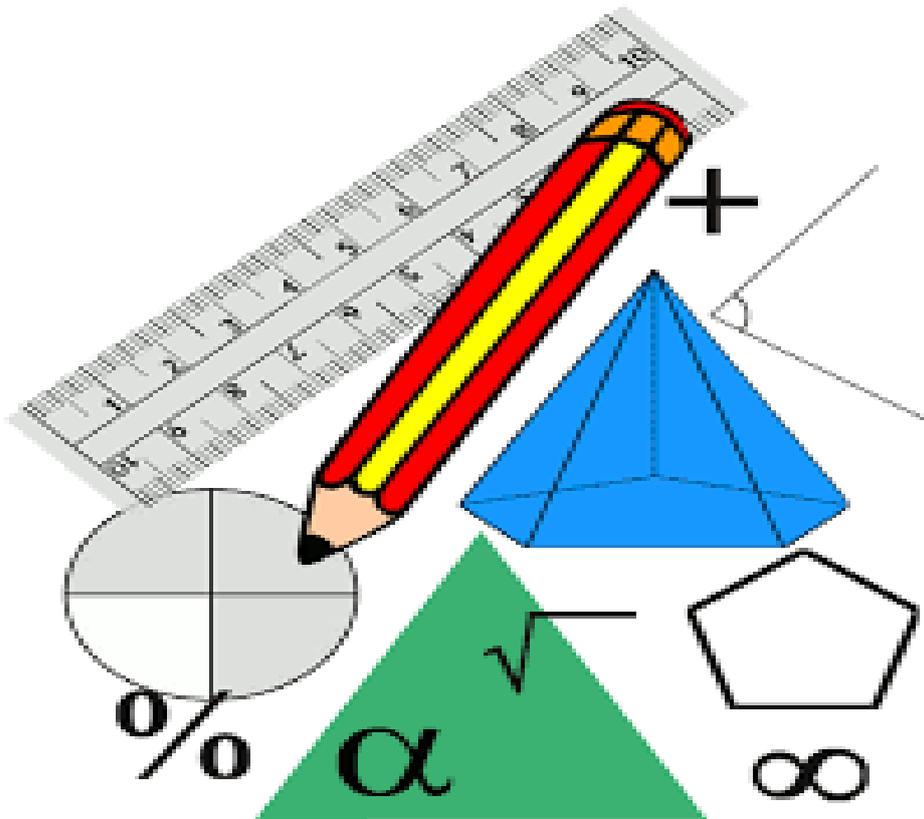


BAHAN AJAR 3

SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL METODE DETERMINAN



SEMESTER 1 KELAS X

Disusun oleh :

WAHYU WARDANINGSIH, S.Pd

SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL

A. PENDAHULUAN

1. KOMPETENSI INTI

- KI - 1 : Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
- KI - 2 : Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, santun, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), bertanggung jawab, responsif, dan pro-aktif, dalam berinteraksi secara efektif sesuai dengan perkembangan anak di lingkungan, keluarga, sekolah, masyarakat dan lingkungan alam sekitar, bangsa, negara, kawasan regional, dan kawasan internasional.
- KI - 3 : Memahami, menerapkan, menganalisis dan mengevaluasi pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif pada tingkat teknis, spesifik, detil, dan kompleks berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
- KI - 4 : Menunjukkan keterampilan menalar, mengolah, dan menyaji secara: efektif, kreatif, produktif, kritis, mandiri, kolaboratif, komunikatif, dan solutif dalam ranah konkret dan abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu menggunakan metoda sesuai dengan kaidah keilmuan.

2. KOMPETENSI DASAR

- 3.3 Menyusun sistem persamaan linear tiga variabel dari masalah kontekstual
- 4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel

3. INDIKATOR

- 3.3.1 Mengidentifikasi suatu masalah kontekstual yang diketahui kedalam variabel x , y , dan z .
- 3.3.2 Menyusun sistem persamaan linear tiga variabel (model matematika) dari masalah kontekstual.
- 4.3.5 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan metode gabungan (eliminasi + substitusi)
- 4.3.4 Menyusun himpunan penyelesaian dari masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel

4. MATERI POKOK

Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan metode determinan.

B.PETA KONSEP



Gambar 1 : Peta konsep Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

C. URAIAN MATERI

Pada kesempatan kali ini, kita akan membahas tentang cara menentukan himpunan penyelesaian (HP) sistem persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan metode determinan. Namun sebelum itu, tahukah kalian apa itu metode determinan? Jika belum tahu, silahkan kalian simak baik-baik penjelasan berikut ini.

Metode determinan sering juga disebut dengan **metode *cramer***. **Determinan adalah suatu bilangan yang berkaitan dengan matriks bujur sangkar (persegi)**. Determinan dapat pula digunakan untuk mencari penyelesaian sistem persamaan linear baik dua variabel (SPLDV) maupun tiga variabel (SPLTV).

Langkah-langkah untuk menentukan himpunan penyelesaian SPLTV dengan metode determinan adalah sebagai berikut:

■ **Langkah Pertama**, ubahlah sistem persamaan linear tiga variabel ke dalam bentuk matriks, yaitu sebagai berikut.

Misalkan terdapat sistem persamaan berikut.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

Persamaan di atas kita ubah menjadi bentuk berikut

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B} \dots\dots\dots \text{Pers. (1)}$$

Dengan:

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$X = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{vmatrix}$$

Sehingga persamaan 1 di atas menjadi bentuk matriks berikut.

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{vmatrix}$$

■ **Langkah Kedua**, tentukan nilai determinan matriks A (D), determinan x (D_x), determinan y (D_y), dan determinan z (D_z) dengan persamaan berikut.

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = (a_1b_2c_3 + b_1c_2a_3 + c_1a_2b_3) - (a_3b_2c_1 + b_3c_2a_1 + c_3a_2b_1)$$

D adalah determinan dari matriks A.

$$D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = (d_1b_2c_3 + b_1c_2d_3 + c_1d_2b_3) - (d_3b_2c_1 + b_3c_2d_1 + c_3d_2b_1)$$

D_x adalah determinan dari matriks A yang kolom pertama diganti dengan elemen-elemen matriks B.

$$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} = (a_1d_2c_3 + d_1c_2a_3 + c_1a_2d_3) - (a_3d_2c_1 + d_3c_2a_1 + c_3a_2d_1)$$

D_y adalah determinan dari matriks A yang kolom kedua diganti dengan elemen-elemen matriks B.

$$D_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 & a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 & a_3 & b_3 \end{vmatrix} = (a_1 b_2 d_3 + b_1 d_2 a_3 + d_1 a_2 b_3) - (a_3 b_2 d_1 + b_3 d_2 a_1 + d_3 a_2 b_1)$$

D_z adalah determinan dari matriks A yang kolom ketiga diganti dengan elemen-elemen matriks B.

■ **Langkah Ketiga**, tentukan nilai x dan y dengan persamaan berikut.

$$x = \frac{D_x}{D}$$

$$y = \frac{D_y}{D}$$

$$z = \frac{D_z}{D}$$

Supaya kalian tidak bingung dalam menerapkan rumus-rumus di atas, silahkan simak contoh soal dan pembahasannya berikut ini.

Contoh Soal:

Dengan menggunakan metode determinan, tentukanlah himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut ini.

$$2x + y + z = 12$$

$$x + 2y - z = 3$$

$$3x - y + z = 11$$

Jawab:

■ **Mengubah SPLTV ke bentuk matriks**

Pertama, kita ubah sistem persamaan yang ditanyakan dalam soal ke bentuk matriks berikut.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 12 \\ 3 \\ 11 \end{vmatrix}$$

Kedua, kita tentukan nilai D , D_x , D_y dan D_z dengan ketentuan seperti pada langkah-langkah di atas.

■ Menentukan nilai D

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$D = [(2)(2)(1) + (1)(-1)(3) + (1)(1)(-1)] - [(3)(2)(1) + (-1)(-1)(2) + (1)(1)(1)]$$

$$D = [4 - 3 - 1] - [6 + 2 + 1]$$

$$D = 0 - 9$$

$$D = -9$$

■ Menentukan nilai D_x

$$D_x = \begin{vmatrix} 12 & 1 & 1 & 12 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 3 & 2 \\ 11 & -1 & 1 & 11 & -1 \end{vmatrix}$$

$$D_x = [(12)(2)(1) + (1)(-1)(11) + (1)(3)(-1)] - [(11)(2)(1) + (-1)(-1)(12) + (1)(3)(1)]$$

$$D_x = [24 - 11 - 3] - [22 + 12 + 3]$$

$$D_x = 10 - 37$$

$$D_x = -27$$

■ Menentukan nilai D_y

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 12 & 1 & 2 & 12 \\ 1 & 3 & -1 & 1 & 3 \\ 3 & 11 & 1 & 3 & 11 \end{vmatrix}$$

$$D_y = [(2)(3)(1) + (12)(-1)(3) + (1)(1)(11)] - [(3)(3)(1) + (11)(-1)(2) + (1)(1)(12)]$$

$$D_y = [6 - 36 + 11] - [9 - 22 + 12]$$

$$D_y = -19 - (-1)$$

$$D_y = -18$$

■ Menentukan nilai D_z

$$D_z = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 12 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 11 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$D_z = [(2)(2)(11) + (1)(3)(3) + (12)(1)(-1)] - [(3)(2)(12) + (-1)(3)(2) + (11)(1)(1)]$$

$$D_z = [44 + 9 - 12] - [72 - 6 + 11]$$

$$D_z = 41 - 77$$

$$D_z = -36$$

■ Menentukan nilai x, y, z

Setelah nilai D , D_x , D_y , dan D_z kita peroleh, langkah terakhir adalah menentukan nilai x , y , dan z menggunakan rumus berikut ini.

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-27}{-9} = 3$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-18}{-9} = 2$$

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{-36}{-9} = 4$$

Dengan demikian, himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear 3 variabel di atas adalah $HP = \{(3, 2, 4)\}$.

TINDAK LANJUT

Setelah kalian mempelajari materi diatas, untuk lebih mendalami dan menguasai materi yang berkaitan dengan Kompetensi Dasar 3.3 dengan materi penyelesaian SPLTV dengan metode determinan ini, kalian bisa menyimak video pembelajaran tentang penyelesaian SPLTV dengan metode determinan pada link dibawah ini:

METODE DETERMINAN

<https://www.youtube.com/watch?v=ggnUZLTV8pl>

Kalian juga bisa mencari referensi lain dari materi ini dari sumber-sumber lain baik sumber cetak maupun searching di internet, jangan lupa untuk akses ke LMS SMK PJJ di Kelas Matematika X Google Classroom untuk mempelajari dan mengerjakan kuis di LMS.

ATTENTION!!

Setelah kalian mempelajari materi diatas, apakah kalian memahami seluruh materi mengenai SPLTV? Ataupun ada materi yang belum dimengerti? Jika kalian masih belum memahami keseluruhan materi diatas, silahkan pelajari lagi materi dengan lebih seksama. Namun jika sudah memahami keseluruhan materi, silahkan lanjutkan ke kegiatan pembelajaran berikutnya.

Refleksi Materi

TUGAS DISKUSI KELOMPOK KD 3.3

Kelompok :
Nama Anggota:
1.
2.
3.
4.
5.

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK DISKUSI KELOMPOK

Topik : Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Suatu hari Saiful, Eddy, dan Agus pergi bersama-sama ke toko buah yang lokasinya tidak jauh dari tempat tinggalnya. Saiful membeli 2 kg apel, 2 kg anggur, dan 1 kg jeruk dengan harga Rp67.000,00. Eddy membeli 3 kg apel, 1 kg anggur, dan 1 kg jeruk dengan harga Rp61.000,00. Sedangkan Agus membeli 1 kg apel, 3 kg anggur, dan 2 kg jeruk dengan harga Rp 80.000,00. Dari ilustrasi tersebut, maka **tentukan**

- Model Matematikanya
- Koefisien pada apel , anggur dan jeruk
- Harga 1 kg apel, 1 kg anggur dan 4 kg jeruk dengan menggunakan metode Determinan

TUGAS MANDIRI KOMPETENSI DASAR 3.3

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Kerjakan tugas mandiri dibawah ini sebagai tugas individu dengan menggunakan metode determinan

1. Diberikan tiga buah bilangan dengan jumlah bilangan pertama dan empat kali bilangan kedua adalah empat kali dari perkalian kedua bilangan tersebut . Tiga kali bilangan pertama ditambah bilangan ketiga sama dengan setengah dari perkalian bilangan tersebut
 - a. Susunlah sistem persamaan linear tiga variabelnya!
 - b. Selesaikanlah sistem persamaan linear tiga variabel tersebut!
 - c. Tentukan bilangan pertama, kedua dan ketiga?

2. Tiga tukang cat, Joni, Deni, dan Ari bekerja secara bersama-sama, dapat mengecat eksterior (bagian luar) sebuah rumah dalam waktu 10 jam kerja. Pengalaman Deni dan Ari pernah bersama-sama mengecat rumah serupa dalam 15 jam kerja. Suatu hari, ketiga tukang cat ini bekerja mengecat rumah serupa ini selama 4 jam kerja, setelah itu Ari pergi karena ada suatu keperluan mendadak. Joni dan Deni memerlukan tambahan waktu 8 jam kerja lagi untuk menyelesaikan pengecatan rumah.
 - a. Susunlah rumus matematika sistem persamaan linear tiga variabelnya!
 - b. Selesaikanlah sistem persamaan linear tiga variabel tersebut!

DAFTAR PUSTAKA

Kasmina. 2020. *Buku Penunjang Kurikulum 2013 Mata Pelajaran Wajib Kelas X*. Jakarta : Erlangga.

<https://blogmipa-matematika.blogspot.com/2017/11/penyelesaian-SPLTV-metode-determinan.html>

<https://www.youtube.com/watch?v=ggnUZLTV8pl>