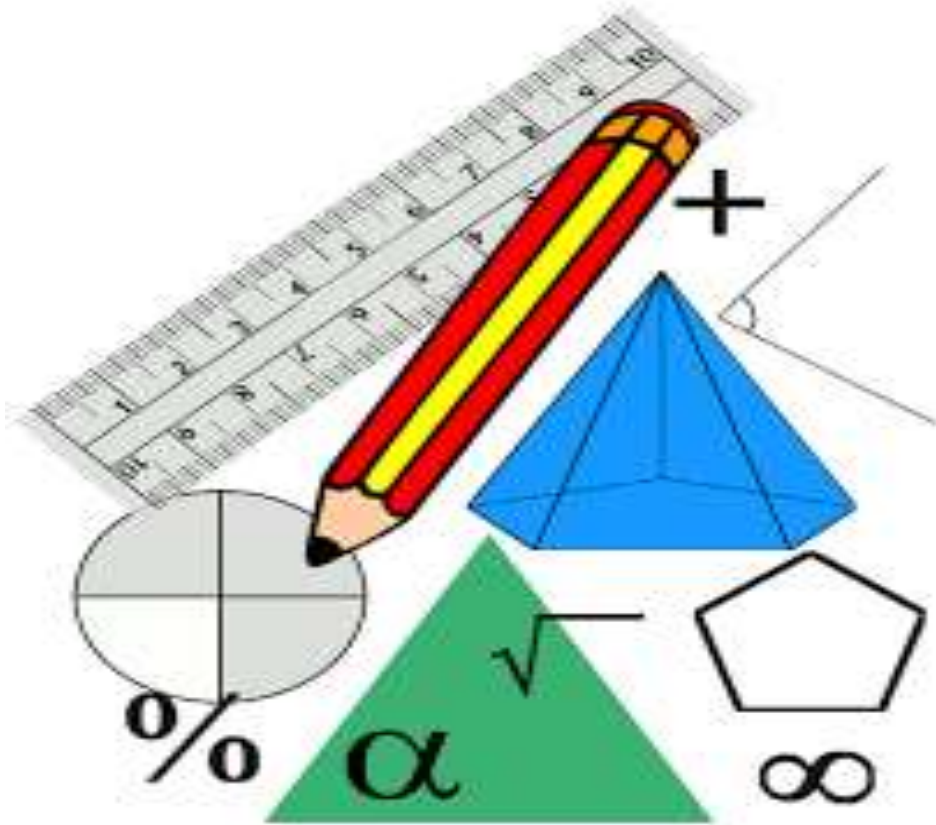


BAHAN AJAR SPLTV 2

SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL METODE ELIMINASI DAN GABUNGAN



SEMESTER 1 KELAS X

Disusun oleh :

WAHYU WARDANINGSIH, S.Pd

SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL

A. PENDAHULUAN



1. KOMPETENSI INTI

- KI - 1 : Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
- KI - 2 : Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, santun, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), bertanggung jawab, responsif, dan pro-aktif, dalam berinteraksi secara efektif sesuai dengan perkembangan anak di lingkungan, keluarga, sekolah, masyarakat dan lingkungan alam sekitar, bangsa, negara, kawasan regional, dan kawasan internasional.
- KI - 3 : Memahami, menerapkan, menganalisis dan mengevaluasi pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif pada tingkat teknis, spesifik, detil, dan kompleks berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
- KI - 4 : Menunjukkan keterampilan menalar, mengolah, dan menyaji secara: efektif, kreatif, produktif, kritis, mandiri, kolaboratif, komunikatif, dan solutif dalam ranah konkret dan abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu menggunakan metoda sesuai dengan kaidah keilmuan.

2. KOMPETENSI DASAR

- 3.3 Menyusun sistem persamaan linear tiga variabel dari masalah kontekstual
- 4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel

3. INDIKATOR

- 3.3.3 Mengidentifikasi suatu masalah kontekstual yang diketahui kedalam variabel x , y , dan z .
- 3.3.4 Menyusun sistem persamaan linear tiga variabel (model matematika) dari masalah kontekstual.
- 4.3.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan metode gabungan (eliminasi + substitusi)
- 4.3.4 Menyusun himpunan penyelesaian dari masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel

4. MATERI POKOK

Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan metode gabungan.

B.PETA KONSEP



Gambar 1 : Peta konsep Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

C. URAIAN MATERI

MATERI PRASYARAT

Sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV) merupakan perluasan dari materi sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV). Materi SPLDV sudah diberikan pada saat SMP.



Ayo mengingat !

Kasus 1



BERAPA HARGA
MASING-MASING
KALKULATOR DAN
PULPEN ?



Gambar 2. Kalkulator dan pulpen

Kasus 2

Di pekarangan rumah terdapat kambing dan ayam sebanyak 13 ekor. Jika jumlah kaki hewan tersebut ada 32 kaki, maka jumlah kambing dan ayam masing-masing adalah....



Gambar 3. Ayam



Gambar 4. Kambing

MATERI POKOK

1. MENYELESAIKAN MASALAH KONTEKSTUAL SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL

Masalah 1



Ayo mengamati !

Cermatilah masalah berikut!



Gambar 5. Gramedia

Anjas, Bagas, dan Claudia berbelanja di sebuah Gramedia

Anjas membeli dua buah buku tulis, sebuah pensil, dan sebuah penghapus.

Anjas harus membayar Rp 4.700.

Bagas membeli sebuah buku tulis, dua buah pensil, dan sebuah penghapus.

Bagas harus membayar Rp 4.300

Claudia membeli tiga buah buku tulis, dua buah pensil, dan sebuah penghapus.

Claudia harus membayar Rp7.100

Berapa harga untuk sebuah buku tulis, sebuah pensil, dan sebuah penghapus?

Penyelesaian

1. Informasi apa yang kamu peroleh dari masalah diatas :

(Tahap Memahami Masalah)

Diketahui :

- ✓ Anjas membeli dua buah buku tulis,sebuah pensil,dan sebuah penghapus = Rp.4.700.
- ✓ Bagas membeli sebuah buku tulis, dua buah pensil, dan sebuah penghapus = Rp 4.300
- ✓ Claudia membeli tiga buah buku tulis, dua buah pensil, dan sebuah penghapus = 7.100

Ditanya:

Berapa harga untuk sebuah buku tulis, sebuah pensil, dan sebuah penghapus?

2. Bentuk sebuah model/cara penyelesaiannya :

(Tahap Perencanaan Penyelesaian Masalah)

Yang pertama dilakukan adalah memisalkan suatu nilai yang belum diketahui dengan variabel tertentu. Kemudian menggunakan informasi yang telah diperoleh untuk membuat model matematikanya.

3. Temukan solusi dengan model/cara yang telah kamu tentukan :

(Tahap Pelaksanaan Perencanaan Penyelesaian Masalah)

Jawab :

Misal : Harga untuk sebuah buku tulis adalah x rupiah,
Harga untuk sebuah pensil adalah y rupiah dan
Harga untuk sebuah penghapus adalah z rupiah.

Susunlah informasi yang telah diperoleh ke dalam bentuk persamaan linear tiga variabel

Dengan demikian, model matematika yang sesuai dengan data persoalan di atas adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 4.700 && \dots\dots\dots (1) \\ x + 2y + z &= 4.300 && \dots\dots\dots (2) \\ 3x + 2y + z &= 7.100 && \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

yaitu merupakan SPLTV dengan variabel x, y, dan z.

- a. Penyelesaian SPLTV itu dapat ditentukan dengan metode gabungan antara eliminasi dan substitusi.

Langkah-langkah penyelesaian:

Eliminasi variabel x :

Pers (1) dan (2)

$$\begin{array}{rcl} 2x + y + z & = & 4.700 \\ x + 2y + z & = & 4.300 \\ \hline 2x + y + z & = & 4.700 \\ 2x + 4y + 2z & = & 8.600 \\ \hline -3y - z & = & -3.900 \end{array} \quad \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 2 \end{array}$$

Pers (3)

Pers (1) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} 2x + y + z & = & 4.700 \\ 3x + 2y + z & = & 7.100 \\ \hline 6x + 3y + 3z & = & 14.100 \\ 6x + 4y + 2z & = & 14.200 \\ \hline -y + z & = & -100 \end{array} \quad \begin{array}{l} \times 3 \\ \times 2 \end{array}$$

Pers (4)

Eliminasi variabel x :

Pers (2) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} x + 2y + z & = & 4.300 \\ 3x + 2y + z & = & 7.00 \\ \hline -2x & = & -2.800 \end{array} \quad -$$

$$x = 1.400 \quad \text{Pers (5)}$$

Eliminasi variabel z pada pers (3) dan (4) :

$$\begin{array}{rcl} -3y - z & = & -3.900 \\ -y + z & = & -100 \\ \hline -4y & = & -4.000 + \\ y & = & 1.000 \end{array} \quad \text{Pers (6)}$$

Eliminasi variabel y pada pers (3) dan (4) :

$$\begin{array}{rcl} -3y - z & = & -3.900 \\ -y + z & = & -100 \\ \hline -3y - z & = & -3.900 \\ -3y + 3z & = & -300 \\ \hline -4z & = & -3.600 \\ z & = & 900 \end{array} \quad \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 3 \end{array}$$

Jadi diperoleh nilai

$$x = 1.400$$

$$y = 1.000$$

$$z = 900$$

- b. Penyelesaian SPLTV itu dapat ditentukan dengan metode gabungan (eliminasi dan substitusi)

Eliminasi variabel z :

Pers (1) dan (2)

$$2x + y + z = 4.700$$

$$x + 2y + z = 4.300$$

$$\begin{array}{r} 2x + y + z = 4.700 \\ - (x + 2y + z = 4.300) \\ \hline x - y = 400 \end{array}$$

$$y = 1.000$$

Pers (2) dan (3)

$$x + 2y + z = 4.300$$

$$3x + 2y + z = 7.00$$

$$\begin{array}{r} x + 2y + z = 4.300 \\ - (3x + 2y + z = 7.00) \\ \hline -2x = -2.800 \end{array}$$

$$x = 1.400$$

Subtitusikan nilai x = 1.400 ke persamaan x - y = 400, sehingga diperoleh:

$$\Rightarrow x - y = 400$$

$$\Rightarrow 1.400 - y = 400$$

$$\Rightarrow y = 1.400 - 400$$

$$\Rightarrow y = 1.000$$

Subtitusikan nilai x = 1.400 dan y = 1.000 ke persamaan 2x + y + z = 4.700, sehingga diperoleh:

$$\Rightarrow 2x + y + z = 4.700$$

$$\Rightarrow 2(1.400) + 1.000 + z = 4.700$$

$$\Rightarrow 2.800 + 1.000 + z = 4.700$$

$$\Rightarrow 3.800 + z = 4.700$$

$$\Rightarrow z = 4.700 - 3.800$$

$$\Rightarrow z = 900$$

- b. Cek kembali dan tarik kesimpulan
(Tahap Memeriksa Kembali)

Mengecek kembali :

Jika dikembalikan ke permasalahan awal maka diperoleh

x = Harga untuk sebuah buku tulis

y = Harga untuk sebuah pensil

z = Harga untuk sebuah penghapus

Untuk mengecek kebenaran nilainya maka substitusikan nilai $x = 1.400$; nilai $y = 1.000$ dan nilai $z = 900$ ke salah satu persamaan atau semua persamaan yang diperoleh :

$$2x + y + z = 4.700$$

$$2(1.400) + 1.000 + 900 = 4.700$$

Karena setelah nilai x, y dan z disubstitusikan menghasilkan jawaban yang sesuai maka nilai $x = 1.400$; nilai $y = 1.000$ dan nilai $z = 900$ adalah benar.

Jadi, harga untuk sebuah buku tulis adalah Rp.1.400, harga untuk sebuah pensil adalah Rp.1.000, dan harga untuk sebuah penghapus adalah Rp.900.

Kesimpulan

Jadi, dapat disimpulkan bahwa suatu permasalahan yang sama diselesaikan dengan metode eliminasi dan gabungan akan menghasilkan nilai yang sama. Harga untuk sebuah buku tulis adalah Rp.1.400, harga untuk sebuah pensil adalah Rp.1.000, dan harga untuk sebuah penghapus adalah Rp.900.

Langkah-langkah dalam merancang model matematika SPLTV serta penyelesaiannya dengan metode eliminasi dan gabungan (eliminasi + substitusi) adalah:

1. Identifikasi tiga besaran yang belum diketahui nilainya
2. Nyatakan besaran tersebut sebagai variabel dengan pemisalan
3. Rumuskan SPLTV yang merupakan model matematika dari masalah
4. Tentukan penyelesain SPLTV yang terbentuk
5. Dengan cara eliminasi terlebih dahulu kemudian dilanjutkan dengan metode substitusi sampai mendapatkan semua nilai dari variabel yang ditanyakan.

Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh dan pembahasan dibawah ini:

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

Tentukan himpunan penyelesaian x, y dan z dari persamaan berikut!

$$3x - y + 2z = 15 \dots (1)$$

$$2x + y + z = 13 \dots (2)$$

$$3x + 2y + 2z = 24 \dots (3)$$

Pembahasan :

Langkah pertama, Gunakan metode eliminasi terhadap salah satu persamaan terlebih dahulu

#Eliminasi persamaan (1) dan (2) :

$$\begin{array}{rcl} 3x - y + 2z = 15 & | \times 1 \rightarrow & 3x - y + 2z = 15 \\ 2x + y + z = 13 & | \times 2 \rightarrow & \underline{4x + 2y + 2z = 26} \\ & & -x - 3y = -11 \dots (4) \end{array}$$

#Eliminasi persamaan (2) dan (3) :

$$\begin{array}{rcl} 2x + y + z = 13 & | \times 2 \rightarrow & 4x + 2y + 2z = 26 \\ 3x + 2y + 2z = 24 & | \times 1 \rightarrow & \underline{3x + 2y + 2z = 24} \\ & & x = 2 \dots (5) \end{array}$$

Langkah kedua, Karena dari persamaan (5) kita sudah mendapatkan nilai x, sekarang tinggal gunakan metode substitusi terhadap persamaan (4)

#Substitusi persamaan (5) ke (4) :

$$\begin{array}{rcl} -x - 3y & = & -11 \\ -(2) - 3y & = & -11 \\ 3y & = & -11 + 2 \\ 3y & = & 9 \\ y & = & 3 \end{array}$$

Langkah ketiga, sekarang kita sudah mendapat nilai y. Langsung saja substitusikan nilai x dan y pada salah satu persamaan 1, 2, atau 3 untuk mengetahui nilai z:

#Substitusi nilai y ke persamaan (2) :

$$\begin{array}{rcl} 2x + y + z & = & 13 \\ 2(2) + 3 + z & = & 13 \\ 4 + 3 + z & = & 13 \\ 7 + z & = & 13 \\ z & = & 13 - 7 \\ z & = & 6 \end{array}$$

Maka himpunan penyelesaian dari ketiga persamaan tersebut adalah

$$\{ 2 ; 3 ; 6 \}$$

TINDAK LANJUT

Setelah kalian mempelajari materi diatas, untuk lebih mendalami dan menguasai materi yang berkaitan dengan Kompetensi Dasar 3.3 dengan materi penyelesaian SPLTV dengan metode eliminasi dan gabungan, silahkan kalian bisa menyimak video pembelajaran tentang penyelesaian SPLTV dengan metode eliminasi dan gabungan pada link dibawah ini:

1. METODE ELIMINASI
<https://www.youtube.com/watch?v=saTBAWQ6NM4>
2. METODE ELIMINASI
<https://www.youtube.com/watch?v=O0GVAFnisOk>

Kalian juga bisa mencari referensi lain dari materi ini dari sumber-sumber lain baik sumber cetak maupun searching di internet, jangan lupa untuk akses ke LMS SMK PJJ di Kelas Matematika X Google Classroom untuk mempelajari dan mengerjakan kuis di LMS.

ATTENTION!!

Setelah kalian mempelajari materi diatas, apakah kalian memahami seluruh materi mengenai SPLTV? Ataupun ada materi yang belum dimengerti? Jika kalian masih belum memahami keseluruhan materi diatas, silahkan pelajari lagi materi dengan lebih seksama. Namun jika sudah memahami keseluruhan materi, silahkan lanjutkan ke kegiatan pembelajaran berikutnya.

Refleksi Materi

TUGAS DISKUSI KELOMPOK KD 3.3

Kelompok :
Nama Anggota:
1.
2.
3.
4.
5.

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK DISKUSI KELOMPOK

Topik : Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Ada orang ibu namanya Dewi, Anggun dan Melinda pergi bersama-sama ke pasar Ramadhan, pada salah satu tempat ibu-ibu membeli makan untuk persiapan berbuka puasa. Ibu Dewi beli dua kotak kurma, satu kue bingka dan satu gelas es buah, ibu Anggun beli satu kotak kurma, dua kue bingka dan satu gelas es buah, dan Ibu Melinda beli tiga kotak kurma, dua kue bingka dan satu gelas es buah. Dari belanjaan mereka masing-masing mengeluarkan uang. Ibu Dewi sebesar Rp125.000, ibu Anggun sebesar Rp 120.000 dan ibu Melinda sebesar Rp200.000. Dari permasalahan diatas berapa harga dari masing-masing makanan tersebut ? Diskusikan penyelesaian SPLTV diatas dengan metode eliminasi dan gabungan (eliminasi + substitusi) !

1. Penyelesaian cara Eliminasi:

Langkah pertama : Dengan memisalkan kurma = x, bingka= y dan es buah = z
buat permasalahan diatas dalam bentuk model matematika.

$$\dots x + \dots y + \dots z = \dots \quad (1)$$

$$\dots x + \dots y + \dots z = \dots \quad (2)$$

$$\dots x + \dots y + \dots z = \dots \quad (3)$$

Langkah kedua : eliminasi salah satu variabel x atau y atau z dari persamaan (1), (2) dan (3) dengan mengkombinasikan persamaan (1), (2) dan (2), (3) atau lainnya

Misal eliminasi z dari persamaan (1) dan (2) serta (2) dan (3)

$$\dots x + \dots y + \dots z = \dots \quad (1)$$

$$\dots x + \dots y + \dots z = \dots \quad (2)$$

$$\dots x + \dots y = \dots \quad (4)$$

$$\dots x + \dots y + \dots z = \dots \quad (2)$$

$$\dots x + \dots y + \dots z = \dots \quad (3)$$

$$\dots x + \dots y = \dots \quad (5)$$

Langkah ketiga : dari langkah dua didapat persamaan linear dua variabel (4) dan (5)

$$\dots x + \dots y = \dots \quad (4)$$

$$\dots x + \dots y = \dots \quad (5)$$

$$\begin{array}{r} \dots x + \dots y = \dots \\ \dots x + \dots y = \dots \\ \hline \end{array} \text{eliminasi y}$$

$$x = \dots$$

$$\dots x + \dots y = \dots \quad (4)$$

$$\dots x + \dots y = \dots \quad (5)$$

$$\begin{array}{r} \dots x + \dots y = \dots \\ \dots x + \dots y = \dots \\ \hline \end{array} \text{eliminasi x}$$

$$y = \dots$$

Langkah keempat :

Dari hasil langkah tiga masukan x dan y ke salah persamaan (1), (2) atau (3)

Misal ke persamaan (1): $\dots x + \dots y + \dots z = \dots$ (1)

$$\dots + \dots + \dots z = \dots$$

$$z = \dots - \dots = \dots$$

Langkah kelima : Buat kesimpulan

Jadi harga satu kotak korma = Rp ...

Harga satu biji bingka = Rp ...

Harga satu gelas es buah = Rp ...

2. Penyelesaian cara Gabungan (Eliminasi + Substitusi):

Silahkan didiskusikan dan kerjakan bersama kelompok kalian langkah-langkah nya!

TUGAS MANDIRI KOMPETENSI DASAR 3.3

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Kerjakan tugas mandiri dibawah ini sebagai tugas individu dengan menggunakan metode eliminasi atau metode gabungan

1. Di toko buku “Aneka”, Adi membeli 4 buku, 2 bolpoin, dan 3 pensil dengan harga Rp26.000,00. Bima membeli 3 buku, 3 bolpoin, dan 1 pensil dengan harga Rp21.500,00. Citra membeli 3 buku, dan 1 pensil dengan harga Rp12.500,00. Jika Dina membeli 1 buku, 2 bolpoin dan 2 pensil, berapakah harga yang harus ia bayar?
2. Ibu Ida membeli 5 kg telur, 2 kg daging, dan 1 kg udang dengan harga Rp 305.000,00. Ibu Nita membeli 3 kg telur dan 1 kg daging dengan harga Rp 131.000,00. Ibu Sinta membeli 3 kg daging dan 2 kg udang dengan harga Rp 360.000,00. Jika Ibu Dina membeli 3 kg telur, 1 kg daging, dan 2 kg udang, berapah harga yang harus ia bayar?

DAFTAR PUSTAKA

Kasmina. 2020. *Buku Penunjang Kurikulum 2013 Mata Pelajaran Wajib Kelas X*. Jakarta : Erlangga.

<https://blogmipa-matematika.blogspot.com/2017/11/penyelesaian-SPLTV-metode-determinan.html>

<https://www.youtube.com/watch?v=saTBAWQ6NM4>

<https://www.youtube.com/watch?v=O0GVAFnisOk>