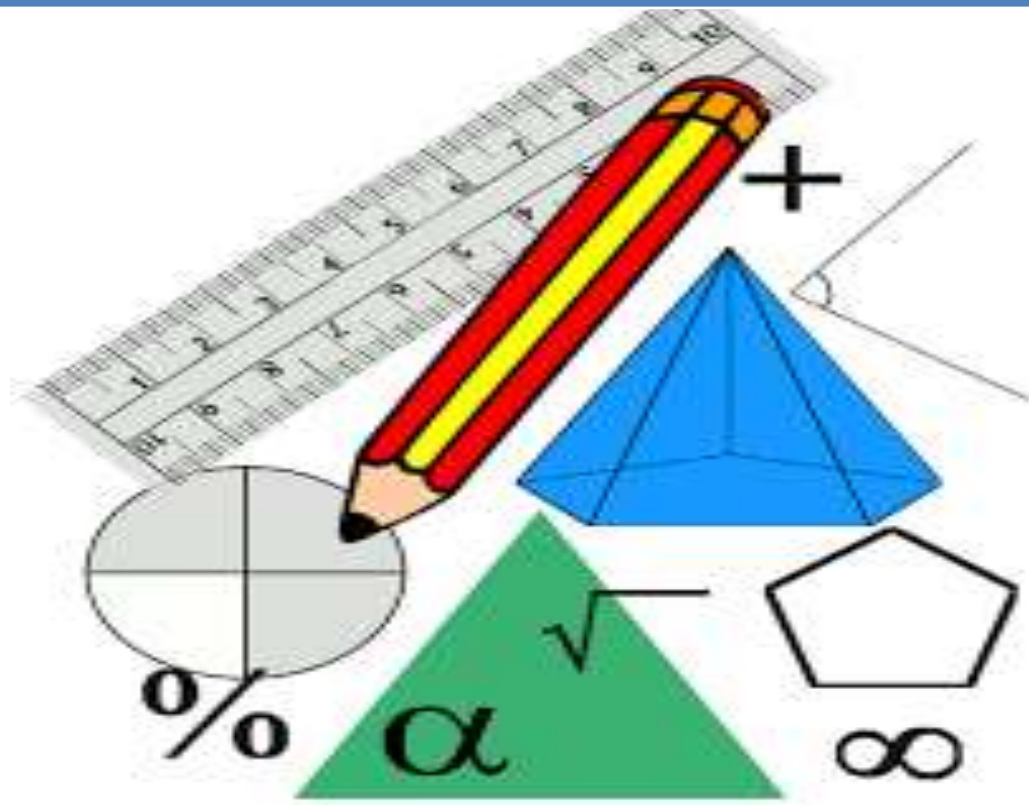


BAHAN AJAR 1

Matematika Kelas X

Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel Metode Substitusi



Penulis:

Wahyu Wardaningsih, S.Pd

P E N D A H U L U A N

Pembelajaran matematika diarahkan agar peserta didik mampu berpikir rasional dan kreatif, mampu berkomunikasi dan bekerjasama, jujur, konsisten, dan tangguh menghadapi masalah serta mampu mengubah masalah menjadi peluang. Guru memampukan peserta didik untuk menemukan kembali berbagai konsep dan prinsip matematika melalui pemecahan masalah nyata di lingkungan budayanya. Aktivitas peserta didik mengonstruksi berbagai konsep, sifat, dan aturan matematika melalui pemecahan masalah kompleks. Komunikasi dan kerjasama di antara peserta didik dalam memahami, menganalisis, berpikir kritis dan kreatif dalam memecahkan masalah menjadi fokus utama dari guru.

Pembelajaran matematika dalam Modul ini mempertimbangkan koneksi matematika dengan masalah nyata, bidang ilmu lain, dan antar materi matematika di dalamnya. Dalam kajian konsep dan prinsip matematika sangat tergantung semesta pembicaraan yang disepakati dan pertimbangan jangkauan kognitif peserta didik di setiap jenjang pendidikan. Misalnya dalam mempelajari sistem persamaan linear tiga variabel. Pola pikir deduktif dengan pendekatan pembelajaran induktif, matematika yang bersifat abstrak dengan pendekatan konkrit, sifat hirarkis dan konsistensi, serta penggunaan variabel atau simbol yang kosong dari arti, merupakan karakteristik matematika yang harus menjadi bahan pertimbangan guru dalam pelaksanaan pembelajaran di kelas.

Kompetensi Inti 3 (Pengetahuan)	Kompetensi Inti 4 (Keterampilan)
<p>3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, procedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.</p>	<p>Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan</p>

Kompetensi Dasar Pengetahuan	Kompetensi Dasar Keterampilan
<p>3.3 Menyusun sistem persamaan linear tiga variabel dari masalah kontekstual</p>	<p>4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variable</p>

MATERI PEMBELAJARAN

Materi yang akan dipelajari pada modul pertama ini adalah konsep menemukan sistem persamaan linear tiga variabel dan penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel.

Pengenalan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV) merupakan system persamaan yang disusun oleh tiga persamaan linear dengan tiga variabel atau peubah yang sama. Sama seperti SPLDV, sistem persamaan linear tiga variabel juga dapat diaplikasikan dalam kehidupan sehari-hari. SPLTV dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan berbagai masalah yang berkaitan dengan model matematika berbentuk SPLTV.

Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (HP)

Penyelesaian atau himpunan penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel atau disingkat SPLTV dapat dicari dengan beberapa metode, di antaranya adalah dengan menggunakan:

- Metode substitusi
- Metode eliminasi
- Metode gabungan atau campuran
- Metode determinan



Nah, pada kesempatan kali ini, kita akan belajar tentang cara menentukan himpunan penyelesaian (HP) sistem persamaan linear 3 variabel dengan menggunakan metode substitusi.



Masalah Awal

Supaya kalian lebih memahami bagaimana caranya menentukan himpunan penyelesaian SPLTV dengan menggunakan metode substitusi, silahkan kalian pelajari permasalahan berikut ini.



Ayo mengamati !

Cermatilah masalah berikut!



Gambar 5. Gramedia

Anjas, Bagas, dan Claudia berbelanja di sebuah Gramedia

Anjas membeli dua buah buku tulis, sebuah pensil, dan sebuah penghapus.

Anjas harus membayar Rp 4.700.

Bagas membeli sebuah buku tulis, dua buah pensil, dan sebuah penghapus.

Bagas harus membayar Rp 4.300

Claudia membeli tiga buah buku tulis, dua buah pensil, dan sebuah penghapus.

Claudia harus membayar Rp7.100

Berapa harga untuk sebuah buku tulis, sebuah pensil, dan sebuah penghapus?

Penyelesaian

1. *Informasi apa yang kamu peroleh dari masalah diatas :*

(Tahap Memahami Masalah)

Diketahui :

- ✓ Anjas membeli dua buah buku tulis,sebuah pensil,dan sebuah penghapus = Rp.4.700.
- ✓ Bagas membeli sebuah buku tulis, dua buah pensil, dan sebuah penghapus = Rp 4.300
- ✓ Claudia membeli tiga buah buku tulis, dua buah pensil, dan sebuah penghapus = 7.100

Ditanya:

Berapa harga untuk sebuah buku tulis, sebuah pensil, dan sebuah penghapus?

2. *Bentuk sebuah model/cara penyelesaiannya :*

(Tahap Perencanaan Penyelesaian Masalah)

Yang pertama dilakukan adalah memisalkan suatu nilai yang belum diketahui dengan variabel tertentu. Kemudian menggunakan informasi yang telah diperoleh untuk membuat model matematikanya.

3. *Temukan solusi dengan model/cara yang telah kamu tentukan :*

(Tahap Pelaksanaan Perencanaan Penyelesaian Masalah)

Jawab :

Misal : Harga untuk sebuah buku tulis adalah x rupiah,
Harga untuk sebuah pensil adalah y rupiah dan
Harga untuk sebuah penghapus adalah z rupiah.

Susunlah informasi yang telah diperoleh ke dalam bentuk persamaan linear tiga variabel

Dengan demikian, model matematika yang sesuai dengan data persoalan di atas adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 4.700 && \text{..... (1)} \\ x + 2y + z &= 4.300 && \text{..... (2)} \\ 3x + 2y + z &= 7.100 && \text{..... (3)} \end{aligned}$$

yaitu merupakan SPLTV dnegan variabel x, y, dan z.

➤ **Penyelesaian SPLTV itu dapat ditentukan dengan metode substitusi.**

Pertama, kita tentukan dulu persamaan yang paling sederhana. Dari ketiga persamaan yang ada, persamaan pertama lebih sederhana. Dari persamaan pertama, nyatakan variabel x sebagai fungsi y dan z sebagai berikut.

$$\Rightarrow 2x + y + z = 4.700$$

$$\Rightarrow z = -2x - y + 4.700$$

■ **Subtitusikan variabel z ke dalam persamaan kedua**

$$\Rightarrow x + 2y + z = 4.300$$

$$\Rightarrow x + 2y + (-2x - y + 4.700) = 4.300$$

$$\Rightarrow x + 2y - 2x - y + 4.700 = 4.300$$

$$\Rightarrow -x + y + 4.700 = 4.300$$

$$\Rightarrow -x + y = 4.300 - 4700$$

$$\Rightarrow -x + y = -400 \text{ Pers. (4)}$$

■ **Subtitusikan variabel z ke dalam persamaan ketiga**

$$\Rightarrow 3x + 2y + z = 7.100$$

$$\Rightarrow 3x + 2y + (-2x - y + 4.700) = 7.100$$

$$\Rightarrow 3x + 2y - 2x - y + 4.700 = 7.100$$

$$\Rightarrow x + y + 4.700 = 7.100$$

$$\Rightarrow x + y = 7.100 - 4.700$$

$$\Rightarrow x + y = 2.400 \text{ Pers. (5)}$$

■ **Persamaan (4) dan (5) membentuk SPLDV x dan y:**

$$\Rightarrow -x + y = -400$$

$$\Rightarrow x + y = 2.400$$

■ Selanjutnya kita selesaikan SPLDV tersebut dengan metode substitusi. Pilih salah satu persamaan yang paling sederhana pers (4) :

$$\Rightarrow -x + y = -400$$

$$\Rightarrow y = x - 400$$

■ Substitusikan peubah y ke dalam persamaan kedua

$$\Rightarrow x + y = 2.400$$

$$\Rightarrow x + (x - 400) = 2.400$$

$$\Rightarrow x + x - 400 = 2.400$$

$$\Rightarrow 2x = 2.400 + 400$$

$$\Rightarrow 2x = 2.800$$

$$\Rightarrow x = 1.400$$

■ Substitusikan nilai x ke dalam $y = x - 400$

$$\Rightarrow y = 1.400 - 400$$

$$\Rightarrow y = 1.000$$

■ Substitusikan nilai x dan y ke dalam persamaan awal pilih yang sederhana

$$\Rightarrow 2x + y + z = 4.700$$

$$\Rightarrow 2(1.400) + (1.000) + z = 4.700$$

$$\Rightarrow 2.800 + 1.000 + z = 4.700$$

$$\Rightarrow 3.800 + z = 4.700$$

$$\Rightarrow z = 4.700 - 3.800$$

$$\Rightarrow z = 900$$

Jadi diperoleh hasil $\{x,y,z\} = \{1.400, 1.000, 900\}$

Atau untuk lebih jelasnya kalian perhatikan contoh soal SPLTV berikut ini:

Carilah himpunan penyelesaian SPLTV berikut ini dengan metode substitusi.

$$x - 2y + z = 6$$

$$3x + y - 2z = 4$$

$$7x - 6y - z = 10$$

Jawab:

Pertama, kita tentukan dulu persamaan yang paling sederhana. Dari ketiga persamaan yang ada, persamaan pertama lebih sederhana. Dari persamaan pertama, nyatakan variabel x sebagai fungsi y dan z sebagai berikut.

$$\Rightarrow x - 2y + z = 6$$

$$\Rightarrow x = 2y - z + 6$$

■ Substitusikan variabel atau peubah x ke dalam persamaan kedua

$$\Rightarrow 3x + y - 2z = 4$$

$$\Rightarrow 3(2y - z + 6) + y - 2z = 4$$

$$\Rightarrow 6y - 3z + 18 + y - 2z = 4$$

$$\Rightarrow 7y - 5z + 18 = 4$$

$$\Rightarrow 7y - 5z = 4 - 18$$

$$\Rightarrow 7y - 5z = -14 \dots\dots\dots \text{Pers. (1)}$$

■ Substitusikan variabel x ke dalam persamaan ketiga

$$\Rightarrow 7x - 6y - z = 10$$

$$\Rightarrow 7(2y - z + 6) - 6y - z = 10$$

$$\Rightarrow 14y - 7z + 42 - 6y - z = 10$$

$$\Rightarrow 8y - 8z + 42 = 10$$

$$\Rightarrow 8y - 8z = 10 - 42$$

$$\Rightarrow 8y - 8z = -32$$

$$\Rightarrow y - z = -4 \dots\dots\dots \text{Pers. (2)}$$

■ Persamaan (1) dan (2) membentuk SPLDV y dan z:

$$7y - 5z = -14$$

$$y - z = -4$$

■ Selanjutnya kita selesaikan SPLDV tersebut dengan metode substitusi. Pilih salah satu persamaan yang paling sederhana yaitu persamaan kedua. Dari persamaan kedua, kita peroleh

$$\Rightarrow y - z = -4$$

$$\Rightarrow y = z - 4$$

■ Substitusikan peubah y ke dalam persamaan pertama

$$\Rightarrow 7y - 5z = -14$$

$$\Rightarrow 7(z - 4) - 5z = -14$$

$$\Rightarrow 7z - 28 - 5z = -14$$

$$\Rightarrow 2z = -14 + 28$$

$$\Rightarrow 2z = 14$$

$$\Rightarrow z = 14/2$$

$$\Rightarrow z = 7$$

■ Substitusikan nilai $z = 7$ ke salah satu SPLDV, misal $y - z = -4$ sehingga kita peroleh

$$\Rightarrow y - z = -4$$

$$\Rightarrow y - 7 = -4$$

$$\Rightarrow y = -4 + 7$$

$$\Rightarrow y = 3$$

■ Selanjutnya, substitusikan nilai $y = 3$ dan $z = 7$ ke salah satu SPLTV awal

$$\Rightarrow x - 2y + z = 6$$

$$\Rightarrow x - 2(3) + 7 = 6$$

$$\Rightarrow x - 6 + 7 = 6$$

$$\Rightarrow x + 1 = 6$$

$$\Rightarrow x = 6 - 1$$

$$\Rightarrow x = 5$$

Dengan demikian, kita peroleh nilai $x = 5$, $y = 3$ dan $z = 7$. Sehingga himpunan penyelesaian dari SPLTV di atas adalah $\{(5, 3, 7)\}$.

RANGKUMAN MATERI

Prinsip Dasar SPLTV

Sebelum menyelesaikan suatu masalah melalui model matematika, ada baiknya kita kembali mengingat konsep dasar dari sistem persamaan linear tiga variable. Sistem persamaan linear tiga variable memiliki tiga variabel yang sama yang nilainya belum diketahui secara jelas.

Dalam sistem persamaan, variabel-variabel yang ada dalam tiap persamaan saling berhubungan satu sama lainnya. Artinya variabel-variabel tersebut harus memiliki nilai yang sama untuk semua persamaan yang menyusun sistem tersebut.

Bentuk umum SPLTV biasanya ditulis dengan bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} ax + by + cz &= d \\ ex + fy + gz &= h \\ ix + jy + kz &= l \end{aligned}$$

Dari bentuk di atas, x , y dan z merupakan variabel atau peubah yang nilainya belum diketahui sedangkan a , b , c , d , e , f , g , h , i , j , k , dan l merupakan bilangan-bilangan real yang sudah diketahui nilainya.

Penyelesaian sistem persamaan linear tiga variable artinya menemukan nilai x , y , dan z yang memenuhi ketiga persamaan penyusun sistem. Dengan kata lain, nilai tersebut harus menyebabkan ketiga persamaan bernilai benar.

Penyelesaian atau himpunan penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel atau disingkat SPLTV dapat dicari dengan beberapa metode, di antaranya adalah dengan menggunakan:

- Metode substitusi
- Metode eliminasi
- Metode gabungan atau campuran
- Metode determinan

PENYELESAIAN SPLTV

Beberapa langkah dalam menemukan konsep dan merancang model matematika yang berbentuk SPLTV serta penyelesaian SPLTV dengan menggunakan metode substitusi adalah :

1. Identifikasi tiga besaran yang belum diketahui nilainya
2. Nyatakan besaran tersebut sebagai variabel dengan pemisalan
3. Rumuskan SPLTV yang merupakan model matematika dari masalah
4. Tentukan penyelesaian SPLTV yang terbentuk
5. Dengan cara eliminasi terlebih dahulu kemudian dilanjutkan dengan metode substitusi sampai mendapatkan nilai dari variabel yang diperoleh.

TINDAK LANJUT

Setelah kalian mempelajari materi diatas, untuk lebih mendalami dan menguasai materi yang berkaitan dengan Kompetensi Dasar 3.3 materi penyelesaian SPLTV Metode Substitusi, silahkan kalian bisa menyimak video pembelajaran tentang penyelesaian SPLTV dengan metode substitusi pada link :

<https://www.youtube.com/watch?v=E262b5p6dYE>

Kalian juga bisa mencari referensi lain dari materi ini dari sumber-sumber lain baik sumber cetak maupun searching di internet, jangan lupa untuk akses ke LMS SMK PJJ di Kelas Matematika X Google Classroom untuk mempelajari dan mengerjakan kuis di LMS.

ATTENTION!!

Setelah kalian mempelajari materi diatas, apakah kalian memahami seluruh materi mengenai SPLTV? Ataukah ada materi yang belum dimengerti? Jika kalian masih belum memahami keseluruhan materi diatas, silahkan pelajari lagi materi dengan lebih seksama. Namun jika sudah memahami keseluruhan materi, silahkan lanjutkan ke kegiatan pembelajaran berikutnya.

Refleksi Materi

TUGAS DISKUSI KELOMPOK KD 3.3

Kelompok :
Nama Anggota:
1.
2.
3.
4.
5.

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

DISKUSI KELOMPOK

Topik : Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Ada orang ibu namanya Dewi, Anggun dan Melinda pergi bersama-sama ke pasar Ramadhan, pada salah satu tempat ibu-ibu membeli makan untuk persiapan berbuka puasa. Ibu Dewi beli dua kotak kurma, satu kue bingka dan satu gelas es buah, ibu Anggun beli satu kotak kurma, dua kue bingka dan satu gelas es buah, dan Ibu Melinda beli tiga kotak kurma, dua kue bingka dan satu gelas es buah. Dari belanjaan mereka masing-masing mengeluarkan uang. Ibu Dewi sebesar Rp125.000, ibu Anggun sebesar Rp 120.000 dan ibu Melinda sebesar Rp200.000. Dari permasalahan diatas berapa harga dari masing-masing makanan tersebut ?
Diskusikan penyelesaian SPLTV diatas dengan metode substitusi sesuai dengan langkah-langkah yang telah kalian pelajari!

TUGAS MANDIRI KD 3.3

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Kerjakan tugas mandiri dibawah ini sebagai tugas individu dengan menggunakan metode substitusi

1. Ibu Ida membeli 5 kg telur, 2 kg daging, dan 1 kg udang dengan harga Rp 305.000,00. Ibu Nita membeli 3 kg telur dan 1 kg daging dengan harga Rp 131.000,00. Ibu Sinta membeli 3 kg daging dan 2 kg udang dengan harga Rp 360.000,00. Jika Ibu Dina membeli 3 kg telur, 1 kg daging, dan 2 kg udang, berapah harga yang harus ia bayar?
2. Pada sebuah toko buku, Rana membeli alat-alat tulis berupa 4 buku, 2 pulpen, dan 3 pensil dengan harga Rp 26.000,00. Lisa membeli 3 buku, 3 pulpen, dan 1 pensil dengan harga Rp 21.000,00. Nina membeli 3 buku dan 1 pensil dengan harga Rp 12.000,00. Jika Raya membeli 2 pulpen dan 3 pensil maka berapakah harga yang harus dibayar oleh Raya?

DAFTAR PUSTAKA

Kasmina. 2020. *Buku Penunjang Kurikulum 2013 Mata Pelajaran Wajib Kelas X*.
Jakarta : Erlangga.

<https://blogmipa-matematika.blogspot.com/2017/11/penyelesaian-SPLTV-metode-determinan.html>

<https://www.youtube.com/watch?v=E262b5p6dYE>