SUKU BANYAK/POLINOMIAL

Teorema faktor

Teorema faktor dapat digunakan untuk menentukan faktor linear dari suku banyak. Perhatikan teorema faktor berikut ini.

1. Jika $f(x)$ suatu suku banyak, maka $(x - k)$ merupakan faktor dari $f(x)$ jika dan hanya jika $f(x) = 0$.
2. Jika $f(x)$ suatu suku banyak, maka $(x - k)$ merupakan faktor dari $f(x)$ jika dan hanya jika dilakukan pembagian dengan cara horner bersisa nol (habis dibagi)

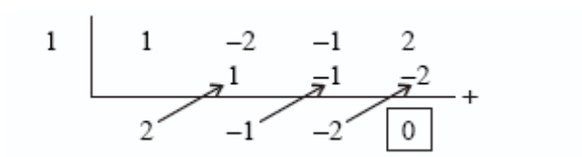
Contoh soal

Tentukanlah faktor-faktor dari:

1. $x^3 - 2x^2 - x + 2$
2. $2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$

Penyelesaian

1. Jika $(x - k)$ merupakan faktor suku banyak $x^3 - 2x^2 - x + 2$, maka k merupakan pembagi dari 2, yaitu ± 1 dan ± 2. Kemudian, dicoba nilai-nilai tersebut. Misalkan, dicoba cara Horner dengan pembagi $(x - 1)$.

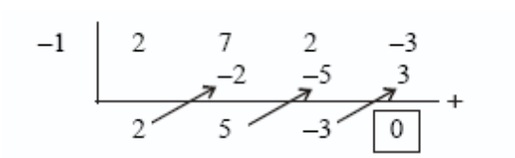


$x^2 - 2x^2 - x + 2 = (x - 1)(x^2 - x - 2)$

$= (x - 1)(x - 2)(x + 1)$

Jadi,faktor-faktornya adalah $(x - 1)(x - 2)(x + 1)$.

2. Jika $(x - k)$ merupakan faktor suku banyak $2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$, maka k merupakan pembagi dari 3, yaitu ± 1 dan ± 3. Kemudian, dicoba nilai-nilai tersebut. Misalkan, dicoba cara Horner dengan pembagi $(x + 1)$.



$2x^3 + 7x^2 + 2x - 3 = (x + 1)(2x^2 + 5x - 3)$

$= (x + 1)(x + 3)(2x - 1)$

Jadi, faktor-faktornya adalah $(x + 1)(x + 3)(2x - 1)$.

Mencari penyelesaian persamaan suku banyak sama halnya menentukan akar-akar persamaan yang memenuhi $f(x) = 0$. Kita dapat menyelesaikan persamaan suku banyak dengan menentukan faktor linear.

> Jika $f(x)$ suatu banyak, maka $(x - k)$ merupakan faktor dari $f(x)$
> jika dan hanya jika k akar persamaan $f(x) = 0$

Contoh soal

1. Tentukanlah himpunan penyelesaian dan faktor linear dari $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$.

   Penyelesaian:

   $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$

   f(x) dibagi (x – 1)

1	1	–2	–1	2
		1	–1	–2
	1	–1	–2	$\boxed{0}$

Karena $f(1) = 0$, maka $(x - 1)$ merupakan penyelesaian dari $x^3 - 2x^2 - x + 2$.

Sedangkan, penyelesaian yang lain $x^2 - x - 2$.

$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x - 1)(x^2 - x - 2)$

$= (x - 1)(x + 1)(x - 2)$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah {–1, 1, 2}.

2. Jika 1/2 merupakan akar-akar persamaan $2x^3 + x^2 - 13x + a = 0$, tentukanlah a dan akar-akar yang lain.

Penyelesaian

Untuk x = 12 maka $2(\frac{1}{2})^3 + (\frac{1}{2})^2 - 13(\frac{1}{2}) + a = 0$

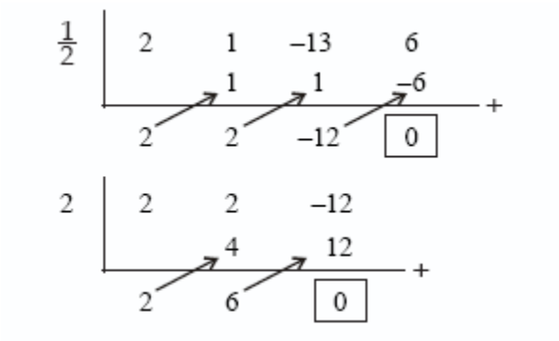
$2 \times 1/8 + 1/4 - 13/2 + a = 0$

$1/4 + 1/4 - 6\frac{1}{2} + a = 0$

$-6 + a = 0$

$a = 6$

Jadi suku banyaknya $f(x)\ 2x^3 + x^2 - 13x + 6$



$$2x^3 + x^2 - 13x + 6 = 0$$

$$(2x - 1)(x - 2)(2x - 6) = 0$$

$$(2x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$$

Jadi, akar-akar yang lain adalah $x = 2$ dan $x = 3$.

Soal-soal Latihan

1. Buktikan bahwa (x + 1) adalah $P(x)=x^3 + 4x^2 + 2x - 1$
2. Tentukan faktor dari $P(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6$
3. (x – 2) adalah factor dari persamaan $P(x) = 2x^3 + x^2 + ax - 6$. Tentukan factor yang lain
4. Perlihatkan -3 adalah factor dari $x^3 - 7x + 6$ dan tentukan factor yang lain
5. Tentukan penyelesaian dari $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$
6. Faktorkanlah sukubanyak $2x^3 + 3x^2 - 17x + 12$.
7. Tentukan akar-akar rasional dari persamaan berikut.

$$2x^4 - 5x^3 - 17x^2 + 41x - 21 = 0$$

PR

Dari buku SMA matematika inovatif 2B

Halaman 27 Latihan 5 no 1, 2 dan 3

Halaman 31 latihan 6 nomor 11 dan 12

TEOREMA VIETTA

Teorema vietta adalah sebuah teorema tentang rumus jumlah dan rumus hasil kali dari akar-akar suatu polynomial

a. Untuk Suku Banyak Berderajat Dua: $ax^2 + bx + c = 0$

Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, maka:

1. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
2. $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

b. Untuk Suku Banyak Berderajat Tiga: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

Jika x_1, x_2, dan x_3 adalah akar-akar persamaan $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, maka:

1. $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$
2. $x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3 = \frac{c}{a}$
3. $x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a}$

c. Untuk Suku Banyak Berderajat Empat: $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx+e=0$

Jika x_1, x_2, x_3, dan x_4 adalah akar-akar persamaan suku banyak $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$, maka:

1. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{b}{a}$
2. $x_1 x_2 x_3 + x_2 x_3 x_4 + x_3 x_4 x_1 + x_4 x_1 x_2 = \frac{c}{a}$
3. $x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3 + x_2 x_4 + x_3 x_4 = -\frac{d}{a}$
4. $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = \frac{e}{a}$

d. Untuk suatu polynomial (suku banyak berderajat lima :

$ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f = 0$

Jika $x_1, x_2, x_3, x_4\ dan\ x_5$ adalah akar-akar persamaan dari polynomial $ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f = 0$ maka :

1. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = -\frac{b}{a}$
2. $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + \cdots + x_4 \cdot x_5 = \frac{c}{a}$
3. $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + \cdots + x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 = -\frac{d}{a}$
4. $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 + \cdots + x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 = \frac{e}{a}$
5. $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 = -\frac{f}{a}$

Contoh soal :

1. Jika salah satu akar dari suku banyak $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$ adalah $x = 1$, tentukanlah akar-akar yang lain.

   Penyelesaian :

1	1	4	1	–6
		1	5	6
	1	5	6	$\boxed{0}$

Karena $f(1) = 0$, maka $x = 1$ adalah akar persamaan $f(x) = 0$

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x - 1)(x2 + 5x + 6) = 0$$

$$(x - 1)(x + 2)(x + 3) = 0$$

Jadi, akar yang lain adalah $x = -2$ dan $x = -3$.

2. Diketahui x_1, x_2, dan x_3 adalah akar-akar persamaan $2x^3 - bx^2 - 18x + 36 = 0$.

   Tentukan:

   a. $x_1 + x_2 + x_3$

   b. $x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3$

   c. $x_1 x_2 x_3$

   Penyelesaian :

   a. $2x^3 - bx^2 - 18x + 36 = 0$

   $a = 2$ $\quad$ $c = -18$

   $b = -b$ $\quad$ $d = 36$

   $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{b}{a} = -\frac{b}{2}$ .....(1)

   b. $x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 . x_3 = \frac{c}{a} = -\frac{18}{2} = -9$ …….. (2)

   c. $x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a} = -\frac{36}{2} = -18$ …….. (3)

3. Jika $x_1, x_2, x_3, x_4\ dan\ x_5$ adalah akar-akar persamaan dari polynomial $5x^5 + x^3 - 10x^2 + 4x = 0$ maka tentukanlah

   a. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$

   b. $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + \cdots + x_4 \cdot x_5$

   c. $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + \cdots + x_3 \cdot x_4 \cdot x_5$

   d. $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 + \cdots + x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5$

   e. $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5$

   Jawab :

   $x_1, x_2, x_3, x_4\ dan\ x_5$ adalah akar-akar persamaan dari polynomial

$5x^5 + x^3 - 10x^2 + 4x = 0$.

Polinomial $5x^5 + x^3 - 10x^2 + 4x = 0$ ditulis lengkap

$5x^5 + 0x^4 + 1x^3 - 10x^2 + 4x + 0 = 0$ sesuai dengan bentuk umum

$ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f = 0$ maka

a. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = -\frac{b}{a} = -\frac{0}{5} = 0$

b. $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + \cdots + x_4 \cdot x_5 = \frac{c}{a} = \frac{1}{5}$

c. $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + \cdots + x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 = -\frac{d}{a} = -\frac{-10}{5} = 2$

d. $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 + \cdots + x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 = \frac{e}{a} = \frac{4}{5}$

e. $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 = -\frac{f}{a} = -\frac{0}{5} = 0$

PR

Dari buku SMA matematika inovatif 2B

Halaman 31 Latihan 6 no 16, 17 dan 18

TUGAS AKHIR

Dari buku SMA matematika Esis 2B halaman 54, 55, dan 56

- Silahkan ananda catat soal, option kembali dan jawaban berupa penyelesaian essai dengan baik dan benar pada kertas HVS
- Ukuran HVS nya boleh A4 atau F4. Dari kiri 3cm, kanan 2 cm, atas 3 cm serta bawah 2 cm
- Tidak dibolehkan timbal balik
- Tugas dikumpulkan paling lambat di jadwal ujian semester dan dinilai dengan sistem minus jika salah