

**RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN ( RPP )**  
**Simulasi Mengajar Calon Pengajar Praktik**

**Sekolah** : SMA NU Al Ma'ruf Kudus  
**Mata Pelajaran** : Matematika  
**Kelas/Semester** : XI / Gasal  
**Materi Pokok** : Deteminan dan Invers Matriks  
**Alokasi Waktu** : 1 x 10 menit

**A. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi**

<b>Kompetensi Dasar</b>	<b>Indikator Pencapaian Kompetensi</b>
3.4 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo $2 \times 2$ dan $3 \times 3$	3.4.1 Menjelaskan determinan dan invers matriks berordo $2 \times 2$ 3.4.2 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks ordo $2 \times 2$
4.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo $2 \times 2$ dan $3 \times 3$	4.4.1 Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks determinan dan invers matriks berordo $2 \times 2$

**B. Tujuan Pembelajaran**

Melalui kegiatan pembelajaran menggunakan model *Discovery Learning* yang dipadukan dengan pendekatan saintifik dengan menumbuhkan sikap beriman, bertakwa kepada Tuhan YME, dan berakhlak mulia, bernalar kritis, dan kreatif serta keterampilan memecahkan masalah dalam kehidupan nyata, peserta didik dapat menjelaskan dan menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks ordo  $2 \times 2$  dengan benar.

**C. Materi Pembelajaran**

- Faktual : Masalah 1



Seorang ibu akan membuat 2 jenis kue. Bahan untuk membuat kue sudah disiapkan, yaitu 3 kg tepung dan 2 kg gula. Kue jenis A memerlukan 150 gram tepung dan 50

gram gula, sedangkan kue jenis B memerlukan 100 gram tepung dan 100 gram gula. Berapa banyak kue jenis A dan kue jenis B yang dapat dibuat dengan bahan yang tersedia?

- **Konseptual:**

Determinan suatu matriks didefinisikan sebagai selisih antara perkalian elemen-elemen pada diagonal utama dengan perkalian elemen-elemen pada diagonal sekunder. Determinan matriks hanya dapat ditentukan pada **matriks persegi**. Determinan dari matriks A dapat dituliskan  $\det(A)$  atau  $|A|$ .

- **Prinsip:**

- 1. Bentuk umum determinan matriks ordo 2x2**

$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

- 2. Sifat-sifat Determinan Matriks**

Misalkan matriks A dan B berordo  $m \times n$  dengan  $m, n \in \mathbb{N}$

a) Jika  $\det A = |A|$  dan  $\det B = |B|$ , maka  $\det A \cdot \det B = \det AB$  atau  $|A||B| = |AB|$

b) Jika  $\det A = |A|$  dan  $\det A^t = |A^t|$ , maka  $\det A = \det A^t$  atau  $|A| = |A^t|$

c) Jika  $\det A = |A|$  dan  $\det A^{-1} = |A^{-1}|$ , maka  $|A^{-1}| = \frac{-1}{|A|}$

- **Prosedural :**

Langkah-langkah menuliskan persoalan sehari-hari ke dalam bahasa matematika sebagai berikut:

- Tuliskan ketentuan-ketentuan yang ada ke dalam bentuk tabel
- Ketentuan-ketentuan yang ada dinyatakan ke dalam bentuk matriks koefisien
- Menyelesaikan permasalahan nyata ke dalam bentuk determinan matriks.

#### **D. Metode Pembelajaran**

- Pendekatan : Saintifik
- Model Pembelajaran : *Discovery Learning*
- Metode : Tanya jawab, ceramah dan diskusi

#### **E. Media, Alat, dan Sumber Belajar**

**Media :**

- Lembar Kerja Peserta Didik
- Lembar Penilaian

**Alat :**

- Papan tulis
- Spidol
- Laptop

## Sumber Belajar

Irfan, Yusdi. 2020. Modul Pembelajaran SMA Matematika Peminatan Kelas XII. Jakarta: Kemdikbud.

## F. Kegiatan Pembelajaran

<b>Langkah-Langkah dalam Kegiatan Pembelajaran Model Discovery Learning</b>	<b>Alokasi Waktu</b>
<b>A. Kegiatan Pendahuluan</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Memberi salam, memulai pelajaran dengan do'a, menyapa, mengecek kebersihan dan kehadiran peserta didik</li><li>• Apersepsi: Mengaitkan materi pembelajaran pertemuan sebelumnya dengan materi sifat-sifat determinan matriks hari ini.</li><li>• Memotivasi: Menceritakan manfaat determinan matriks untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari.</li><li>• Menyampaikan tujuan pembelajaran hari ini.</li></ul>	<b>2 menit</b>
<b>B. Kegiatan Inti</b> <ol style="list-style-type: none"><li><b>1. Menstimulus</b><ul style="list-style-type: none"><li>• Peserta didik secara cermat mengamati masalah yang disajikan oleh guru.</li></ul></li><li><b>2. Identifikasi masalah</b><ul style="list-style-type: none"><li>• Peserta didik diberi kesempatan untuk bertanya terkait dengan masalah yang disajikan. (<i>Critical Thinking</i>)</li></ul></li><li><b>3. Mengumpulkan data</b><ul style="list-style-type: none"><li>• Peserta didik mencari dan membaca referensi buku sumber lain/<i>search google</i> tentang determinan matriks dan sifat-sifatnya. (<i>Creativity and innovation</i>)</li></ul></li><li><b>4. Mengolah Data</b><ul style="list-style-type: none"><li>• Guru memberikan pertanyaan dalam bentuk Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)</li><li>• Peserta didik mengerjakan LKPD dengan berdiskusi dengan teman sebangku. (<i>Collaboration</i>)</li><li>• Guru memfasilitasi dan mendampingi peserta didik dalam berdiskusi mencari informasi dari berbagai sumber untuk mengerjakan LKPD</li></ul></li><li><b>5. Verifikasi hasil</b><ul style="list-style-type: none"><li>• Peserta didik menyajikan dan mempresentasikan LKPD dan memberikan kesempatan kepada peserta didik lain untuk menanggapi. (<i>Communication</i>)</li></ul></li></ol>	<b>6 menit</b>

<p><b>6. Generalisasi</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Guru dan peserta didik menyimpulkan hasil diskusi presentasi LKPD nya</li> </ul>	
<p><b>C. Penutup</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Guru dan peserta didik menyimpulkan hasil pembelajaran</li> <li>Guru memberikan himbauan kepada peserta didik untuk tetap melaksanakan protokol kesehatan dan tetap semangat belajar</li> <li>Guru menyampaikan materi untuk pertemuan berikutnya</li> </ul>	<p><b>2 menit</b></p>

## G. Penilaian, Pembelajaran Remedial dan Pengayaan

### 1. Teknik Penilaian

- Penilaian Sikap: Observasi
- Penilaian Pengetahuan: Tertulis
- Penilaian Keterampilan: Portofolio

### 2. Instrumen Penilaian

- Observasi: Lembar observasi sikap peserta didik
- Tes Tertulis: Uraian Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)
- Portofolio: Lembar Penilaian Portofolio

### 3. Pembelajaran Remedial dan Pengayaan

- Remedial diberikan kepada peserta didik yang nilainya  $< 67$ , melalui :
  - Penugasan/tutor sebaya, apabila belum mencapai KKM  $< 50\%$  peserta didik dan kemudian dilakukan penilaian kembali melalui ulangan.
  - Pembelajaran klasikal apabila yang belum mencapai KKM  $> 50\%$  peserta didik dan kemudian dilakukan penilaian kembali.
- Pengayaan diberikan kepada peserta didik yang telah mencapai nilai  $> 67$

Kudus, Desember 2021

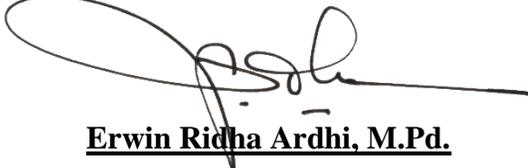
Mengetahui,

Kepala Sekolah



Anas Maruf, S.Ag., M.Pd.I.

Guru Mata Pelajaran



Erwin Ridha Ardhi, M.Pd.

## LAMPIRAN

### 1. PENILAIAN SIKAP

#### A. LEMBAR OBSERVASI SIKAP SPIRITUAL

Petunjuk :

Berilah tanda cek (√) pada kolom skor sesuai sikap spiritual yang ditampilkan oleh peserta didik, dengan kriteria sebagai berikut :

Nama : .....

Kelas : XI / I

Tanggal Pengamatan : .....

Materi Pokok : Determinan matriks dan sifat-sifatnya

No.	Aspek Pengamatan	Skor			
		1	2	3	4
1.	Berdoa sebelum dan sesudah melakukan sesuatu				
2.	Mengucapkan rasa syukur ketika berhasil melakukan sesuatu				
3.	Memberi salam sebelum dan sesudah menyampaikan pendapat/ presentasi				
4.	Mengungkapkan kekaguman secara lisan maupun tulisan terhadap Tuhan saat melihat kebesaran Tuhan				
5.	Merasakan keberadaan dan kebesaran Tuhan saat mempelajari ilmu pengetahuan				
<b>Jumlah Skor</b>					

#### Keterangan :

4 = selalu, apabila selalu melakukan.

3 = sering, apabila sering melakukan dan kadang-kadang tidak melakukan

2 = kadang-kadang, apabila kadang-kadang melakukan dan sering tidak melakukan

1 = tidak pernah, apabila tidak pernah melakukan

#### Pedoman Penilaian:

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Jumlah Skor}}{\text{Jumlah Skor Max}} \times 100$$

## **B. LEMBAR OBSERVASI SIKAP SOSIAL**

Mata Pelajaran : Matematika  
Kelas/Semester : XI /Ganjil  
Materi : Determinan dan Invers Matriks  
Alokasi Waktu : 1 x 10 menit

### **Indikator sikap disiplin dalam kegiatan kelompok.**

1. Kurang baik jika sama sekali tidak berusaha untuk disiplin dalam kegiatan kelompok.
2. Baik jika menunjukkan sudah ada usaha untuk disiplin dalam kegiatan kelompok tetapi masih belum konsisten.
3. Sangat baik jika menunjukkan adanya usaha disiplin dalam kegiatan kelompok secara terus menerus dan konsisten.

### **Indikator sikap rasa percaya diri terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda dan kreatif.**

1. Kurang baik jika sama sekali tidak bersikap percaya diri terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda dan kreatif.
2. Baik jika menunjukkan sudah ada usaha untuk bersikap percaya diri terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda dan kreatif tetapi masih belum konsisten.
3. Sangat baik jika menunjukkan sudah ada usaha untuk bersikap percaya diri terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda dan kreatif secara terus menerus dan konsisten.

### **Indikator sikap tanggungjawab dalam pembelajaran Determinan dan Invers Matriks**

1. Kurang baik jika menunjukkan sama sekali tanggungjawab dalam pembelajaran.
2. Baik jika menunjukkan sudah ada usaha tanggungjawab dalam pembelajaran tetapi belum konsisten.
3. Sangat baik jika menunjukkan tanggungjawab dalam pembelajaran secara terus menerus dan konsisten.

### **Indikator sikap kritis dalam pembelajaran Determinan dan Invers Matriks**

1. Kurang baik jika menunjukkan sama sekali tidak bertanya dan ambil bagian dalam pembelajaran.
2. Baik jika menunjukkan sudah ada usaha bertanya dan ambil bagian dalam pembelajaran tetapi belum konsisten.

- Sangat baik jika menunjukkan sudah bertanya dan ambil bagian dalam pembelajaran secara terus menerus dan konsisten.

Bubuhkan tanda ceklis (√) pada kolom-kolom sesuai hasil pengamatan!

No	Nama peserta didik	Sikap											
		Disiplin			Percaya diri			Tanggung Jawab			Kritis		
		KB	B	SB	KB	B	SB	KB	B	SB	KB	B	SB
1.													
2.													
3.													
4.													
5.													
6.													
7.													
8.													
9.													
10.													

## 2. PENILAIAN PENGETAHUAN

### A. Petunjuk Belajar

- Baca secara cermat bahan ajar dan sumber belajar yang relevan
- Kerjakan setiap langkah sesuai tugas
- Kumpulkan laporan hasil kerja sesuai dengan jadwal yang telah disepakati antara guru dengan peserta didik
- Konsultasikan dengan guru dalam mengerjakan tugas

### B. Lembar Kerja Peserta Didik

#### Lembar Kerja Peserta Didik

Satuan Pendidikan : SMA NU AL MA'RUF KUDUS  
 Tahun Pelajaran : 2021/2022  
 Kelas/Semester : XI/Gasal  
 Mata Pelajaran : Matematika  
 Materi Pokok : Determinan dan Invers Matriks  
 Sub Materi : Determinan matriks dan sifat-sifatnya  
 Tujuan Pembelajaran : Setelah aktifitas pembelajaran berlangsung, peserta didik mampu menjelaskan dan menganalisis determinan matriks dan sifat-sifatnya secara disiplin, percaya diri, bertanggung jawab, dan kritis.

**Identitas Peserta didik**

Nama	
Kelas	
No Absen	

**Cermati permasalahan berikut ini:**

- Seorang ibu akan membuat 2 jenis kue. Bahan untuk membuat kue sudah disiapkan, yaitu 3 kg tepung dan 2 kg gula. Kue jenis A memerlukan 150 gram tepung dan 50 gram gula, sedangkan kue jenis B memerlukan 100 gram tepung dan 100 gram gula. Tentukan berapa banyak kue jenis A dan kue jenis B yang dapat dibuat dengan bahan yang tersedia.
- Harga 2 kg mangga, 2 kg jeruk, dan 1 kg anggur adalah Rp. 112.000,00 dan harga 1 kg mangga, 2 kg jeruk, dan 2 kg anggur adalah Rp. 172.000,00. Jika harga 2 kg mangga, 2 kg jeruk, dan 3 kg anggur Rp. 256.000,00. Tentukan harga 1 kg mangga, 1 kg jeruk dan 1 kg anggur.
- Diketahui matriks  $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$  dan matriks  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  tentukanlah:
  - det A
  - det B
  - det A. det B

**C. Kunci jawaban dan Pedoman Penskoran**

Jawaban				Skor
1.				2
	Kue A	Kue B	Persediaan (gram)	
Tepung	150	100	3000	
Gula	50	100	2000	
Misalkan, kue A = x kue B = y				
Persamaan linear yang dapat dibentuk dari model tersebut adalah				
$\begin{cases} 150x + 100y = 3000 \\ 50x + 100y = 2000 \end{cases} \dots\dots (1)$				
Sederhanakan persamaan (1) menjadi				2
$\begin{cases} 3x + 2y = 60 \\ x + 2y = 40 \end{cases} \dots\dots (2)$				

Selanjutnya, sistem persamaan linear ini diubah kedalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 60 \\ 40 \end{vmatrix}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 60 & 2 \\ 40 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{120 - 80}{6 - 2} = \frac{40}{4} = 10$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 60 \\ 1 & 40 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{120 - 60}{6 - 2} = \frac{60}{4} = 15$$

Jadi, kue jenis A yang dapat dibuat adalah 10 buah dan kue jenis B yang dapat dibuat adalah 15 buah.

2

2

1

2.

Mangga	Jeruk	Anggur	Harga (Rp.)
2	2	1	112.000
1	2	2	172.000
2	2	3	256.000

Misalkan : x = mangga  
y = jeruk  
z = anggur

Persamaan linear yang dapat dibentuk dari model tersebut adalah

$$2x + 2y + z = 112000$$

$$x + 2y + 2z = 172000$$

$$2x + 2y + 3z = 256000$$

Selanjutnya, sistem persamaan linear ini diubah kedalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 112000 \\ 172000 \\ 256000 \end{vmatrix}$$

2

2

2

$x = \frac{\begin{vmatrix} 112 & 2 & 1 \\ 172 & 2 & 2 \\ 256 & 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{48000}{4} = 12000$ $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 112 & 1 \\ 1 & 172 & 2 \\ 2 & 256 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{32000}{4} = 8000$ $z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 112 \\ 1 & 2 & 172 \\ 2 & 2 & 256 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{288000}{4} = 72000$ <p>Jadi, harga 1 kg mangga adalah Rp. 12.000,00, 1 kg jeruk adalah Rp. 8.000,00 dan 1 kg anggur adalah Rp. 72.000,00.</p>	<p>2</p> <p>2</p> <p>1</p>
<p>3. Diketahui matriks <math>A = \begin{bmatrix} 4 &amp; 5 \\ 2 &amp; 6 \end{bmatrix}</math> dan matriks <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{bmatrix}</math></p> <p>Ditanya :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>det A</li> <li>det B</li> <li>det A. det B</li> </ol> <p>Penyelesaian:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>det A = <math> A  = \begin{vmatrix} 4 &amp; 5 \\ 2 &amp; 6 \end{vmatrix} = 4(6) - 2(5) = 24 - 10 = \mathbf{14}</math></li> <li>det B = <math> B  = \begin{vmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{vmatrix} = 1(4) - 3(2) = 4 - 6 = \mathbf{-2}</math></li> <li>det A. det B = <math> A  B  = 14 \times (-2) = \mathbf{-28}</math></li> </ol>	<p>1</p> <p>1</p> <p>3</p> <p>3</p> <p>3</p>
<p><b>Jumlah skor</b></p>	<p><b>31</b></p>

#### D. Pedoman Penilaian

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Jumlah skor yang diperoleh}}{\text{Jumlah skor maksimal}} \times 100$$

### 3. PENILAIAN KETERAMPILAN

#### PENILAIAN PORTOFOLIO

**Satuan Pendidikan** : SMA NU Al Ma'ruf Kudus  
**Mata Pelajaran** : Matematika Peminatan  
**Kelas** : XI/Gasal

#### Kompetensi dasar

4.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo  $2 \times 2$  dan  $3 \times 3$

#### Indikator

4.4.1 Menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks determinan dan invers matriks berordo  $2 \times 2$

**Jenis Portofolio** : Individual dengan input dan bantuan kelompok kooperatif

**Tujuan Portofolio** : Memantau perkembangan kemampuan, keterampilan, dan komunikasi

#### Tugas

**Mencari permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan determinan dan sifat-sifatnya.**

#### Rubrik Penilaian

#### Indikator portofolio lengkap dan sesuai dengan rencana.

1. Skor 5 jika portofolio lengkap dan sesuai dengan rencana.
2. Skor 4 jika portofolio kurang lengkap dan sesuai dengan rencana.
3. Skor 3 jika portofolio kurang lengkap dan kurang sesuai dengan rencana.
4. Skor 2 jika portofolio kurang lengkap dan tidak sesuai dengan rencana.
5. Skor 1 jika portofolio tidak lengkap dan tidak sesuai dengan rencana.

#### Indikator data dan fakta yang disajikan akurat.

1. Skor 5 jika data dan fakta yang disajikan akurat.
2. Skor 4 jika data kurang dan fakta yang disajikan akurat.
3. Skor 3 jika data kurang dan fakta yang disajikan kurang akurat.
4. Skor 2 jika data kurang dan fakta yang disajikan tidak akurat.
5. Skor 1 jika data dan fakta yang disajikan tidak akurat.

**Indikator interpretasi dan kesimpulan yang dibuat logis.**

1. Skor 5 jika interpretasi dan kesimpulan yang dibuat logis.
2. Skor 4 jika interpretasi kurang dan kesimpulan yang dibuat logis.
3. Skor 3 jika interpretasi kurang dan kesimpulan yang dibuat kurang logis.
4. Skor 2 jika interpretasi kurang dan kesimpulan yang dibuat tidak logis.
5. Skor 1 jika interpretasi dan kesimpulan yang dibuat tidak logis.

**Indikator tulisan yang disajikan jelas dan menarik.**

1. Skor 5 jika tulisan yang disajikan jelas dan menarik.
2. Skor 4 jika tulisan yang disajikan kurang jelas, tetapi menarik.
3. Skor 3 jika tulisan yang disajikan kurang jelas dan kurang menarik.
4. Skor 2 jika tulisan yang disajikan kurang jelas dan tidak menarik.
5. Skor 1 jika tulisan yang disajikan tidak jelas dan tidak menarik.

**Indikator bahasa yang digunakan untuk menginterpretasikan lugas, sederhana, runtut dan sesuai dengan kaidah EYD**

1. Skor 5 jika bahasa yang digunakan untuk menginterpretasikan lugas, sederhana, runtut dan sesuai dengan kaidah EYD.
2. Skor 4 jika bahasa yang digunakan untuk menginterpretasikan kurang lugas, sederhana, runtut dan sesuai dengan kaidah EYD.
3. Skor 3 jika bahasa yang digunakan untuk menginterpretasikan lugas, sederhana, kurang runtut dan kurang sesuai dengan kaidah EYD.
4. Skor 2 jika bahasa yang digunakan untuk menginterpretasikan kurang lugas, sederhana, runtut dan tidak sesuai dengan kaidah EYD.
5. Skor 1 jika bahasa yang digunakan untuk menginterpretasikan tidak lugas, sederhana, runtut dan tidak sesuai dengan kaidah EYD.

**Nama** : .....

**Kelas** : .....

No	Kategori	Skor	Alasan
1	Apakah portofolio lengkap dan sesuai dengan rencana?		
2	Apakah data dan fakta yang disajikan akurat?		
3	Apakah interpretasi dan kesimpulan yang dibuat logis?		
4	Apakah tulisan yang disajikan jelas dan menarik?		
5	Apakah bahasa yang digunakan untuk menginterpretasikan lugas, sederhana, runtut dan sesuai dengan kaidah EYD?		
<b>Jumlah</b>			

#### **Kriteria Penilaian**

Nilai Kualitatif	Nilai Kuantitatif
Amat Baik	90-100
Baik	78-89
Cukup	67-77
Kurang	56-66
Sangat Kurang	<55

$$\text{Nilai Perolehan} = \frac{\text{Skor Perolehan}}{40}$$

## Bahan Ajar

### 1. Determinan Matriks berordo 2 x 2

Cermati permasalahan berikut ini:

Siti dan teman-temannya makan di kantin sekolah. Mereka memesan 3 ayam penyet dan 2 gelas es jeruk. Tak lama kemudian, Beni dan teman-temannya datang memesan 5 porsi ayam penyet dan 3 gelas es jeruk. Siti menantang Amir menentukan harga satu porsi ayam penyet dan harga es jeruk per gelas, jika Siti harus membayar Rp70.000,00 untuk semua pesannya dan Beni harus membayar Rp115.000,00 untuk semua pesannya

#### Alternatif Penyelesaian:

##### Cara I

Petunjuk: Ingat kembali materi sistem persamaan linear yang sudah kamu pelajari. Buatlah sistem persamaan linear dari masalah tersebut, lalu selesaikan dengan matriks. Misalkan  $x$  = harga ayam penyet per porsi  
 $y$  = harga es jeruk per gelas

$$\begin{aligned} \text{Sistem persamaan linearnya: } 3x + 2y &= 70.000 \\ 5x + 3y &= 115.000 \end{aligned}$$

Dalam bentuk matriks adalah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70.000 \\ 115.000 \end{bmatrix}$$

Ingat kembali bentuk umum Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

$$\begin{aligned} ax + by &= p \\ cx + dy &= q \end{aligned}$$

Apabila disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} \text{ solusi persamaan tersebut adalah :}$$

$$x = \frac{dp - bq}{ad - bc} \text{ dan } y = \frac{aq - cp}{ad - bc}, ad \neq bc$$

##### Cara II

Dalam konsep matriks  $ad - bc$  disebut dengan determinan matriks berordo 2 x 2.

Apabila matriks A berordo 2 x 2, yaitu  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  maka determinan dari matriks A didefinisikan sebagai:

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Determinan dari suatu matriks persegi A dinotasikan dengan **det A** atau **|A|**, oleh karena itu nilai x dan y pada persamaan di atas dapat ditulis menjadi :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} p & b \\ q & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} \text{ dan } y = \frac{\begin{vmatrix} a & p \\ c & q \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} \text{ dengan syarat } \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \neq 0$$

Sehingga apabila kita kembalikan ke permasalahan awal, maka nilai x = harga ayam penyot per porsi dan nilai y = harga es jeruk per gelas dapat ditentukan dengan menggunakan rumus di atas, yaitu :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} p & b \\ q & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 70.000 & 2 \\ 115.000 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{70.000(3) - 115.000(2)}{3(3) - 2(5)} = \frac{210.000 - 230.000}{9 - 10} = \frac{-20.000}{-1} = 20.000 \text{ dan}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & p \\ c & q \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 70.000 \\ 5 & 115.000 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{(3)115.000 - (5)70.000}{3(3) - 2(5)} = \frac{345.000 - 350.000}{9 - 10} = \frac{-5.000}{-1} = 5.000$$

jadi harga ayam penyot satu porsinya (x) adalah Rp. 20.000,00 dan harga es jeruk per gelasnya (y) adalah Rp. 5.000,00.

## 2. Sifat-sifat determinan matriks

Misalkan matriks A dan B berordo m x n dengan m, n ∈ N

1. Jika det A = |A| dan det B = |B|, maka det A. det B = det AB atau |A||B| = |AB|
2. Jika det A = |A| dan det A<sup>t</sup> = |A<sup>t</sup>|, maka det A = det A<sup>t</sup> atau |A| = |A<sup>t</sup>|
3. Jika det A = |A| dan det A<sup>-1</sup> = |A<sup>-1</sup>|, maka |A<sup>-1</sup>| =  $\frac{-1}{|A|}$

### Contoh soal

1. Diketahui matriks A =  $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$  tentukanlah det A!
2. Diketahui matriks A =  $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$  dan matriks B =  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  tentukanlah :
  - a. det A
  - b. det B
  - c. det A det B
  - d. det A<sup>t</sup>

Jawaban:

$$1. \text{ Det A} = |A| = \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 2(3) - (-7)(4) = 6 - (-28) = 34$$

$$2. \text{ Diketahui matriks A} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \text{ dan matriks B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

maka :

$$a. \text{ det A} = |A| = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 4(6) - 2(5) = 24 - 10 = 14$$

$$b. \text{ det B} = |B| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1(4) - 3(2) = 4 - 6 = -2$$

$$c. \text{ det A. det B} = |A||B| = 14(-2) = -28$$

atau kita tentukan dulu hasil perkalian Ax B

$$\begin{aligned} \text{Ax B} &= \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4(1) + 5(3) & 4(2) + 5(4) \\ 2(1) + 6(3) & 2(2) + 6(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + 15 & 8 + 20 \\ 2 + 18 & 4 + 24 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 19 & 28 \\ 20 & 28 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi det } AB = |AB| = \begin{vmatrix} 19 & 28 \\ 20 & 28 \end{vmatrix} = 19(28) - 20(28) = 532 - 560 = -28 \text{ (sifat ke 1)}$$

d.  $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$  maka  $A^t = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$

Sehingga  $\det A^t = |A^t| = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 4(6) - 5(2) = 24 - 10 = 14 \text{ (sifat ke 2)}$

### C. Rangkuman

1. Apabila matriks A berordo  $2 \times 2$ , yaitu  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  maka determinan dari matriks A berordo  $2 \times 2$  didefinisikan sebagai:  $|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$
2. Sifat-sifat determinan matriks  
Misalkan matriks A dan B berordo  $m \times n$  dengan  $m, n \in \mathbb{N}$ 
  - a. Jika  $\det A = |A|$  dan  $\det B = |B|$ , maka  $\det A \cdot \det B = \det AB$  atau  $|A||B| = |AB|$
  - b. Jika  $\det A = |A|$  dan  $\det A^t = |A^t|$ , maka  $\det A = \det A^t$  atau  $|A| = |A^t|$
  - c. Jika  $\det A = |A|$  dan  $\det A^{-1} = |A^{-1}|$ , maka  $|A^{-1}| = \frac{-1}{|A|}$