

**RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN JARAK JAUH
TAHUN PELAJARAN 2020/2021**



Satuan Pendidikan : SMK N 2 Wonogiri
Komp. Keahlian : Semua Kompetensi Keahlian
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas / Semester : X / Ganjil
Materi Pokok : Barisan dan Deret Aritmatika
Alokasi Waktu : 2 x 60 menit

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.5 Menganalisis barisan dan deret aritmetika 4.5 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret aritmatika	3.5.1 Mengidentifikasi barisan dan deret aritmatika 4.5.1 Menganalisa dan menyelesaikan permasalahan barisan dan deret aritmatika

Tujuan Pembelajaran

Setelah melakukan kegiatan observasi, diskusi, dan tanya jawab, dengan model Problem Based Learning diharapkan peserta didik dapat mengidentifikasi barisan aritmatika dengan cermat, menjelaskan suku ke-n dari suatu barisan aritmatika dengan teliti, mengidentifikasi deret aritmatika dengan benar, menjelaskan jumlah suku ke-n dari suatu deret aritmatika dengan cermat, terampil menganalisa dan menyelesaikan permasalahan barisan dan deret aritmatika dengan teliti dengan mengembangkan sikap religius, disiplin, jujur dan bertanggung jawab.

Kegiatan Pembelajaran

Pendahuluan	Kegiatan Inti	Penutup
Melalui WA grup Guru menyampaikan salam mengkondisikan siswa, memberikan semangat belajar kepada siswa, mengingatkan tentang protokol kesehatan pencegahan covid-19 kemudian menyampaikan bahwa kegiatan pembelajaran akan dilakukan menggunakan Microsoft Teams https://s.id/teamsXTPB	<ol style="list-style-type: none"> Sebagai stimulus siswa diminta mempelajari Materi dari guru pada link https://youtu.be/3rtI9NgwiSE tentang Barisan dan Deret Aritmatika Siswa mengidentifikasi video yang disampaikan oleh guru Siswa diberi permasalahan tentang Barisan dan Deret Aritmatika melalui link https://s.id/SwayAritmatika Siswa berdiskusi melalui forum chat pada teams tentang permasalahan yang diberikan Diharapkan siswa dapat mengajukan pertanyaan yang berkaitan dengan masalah barisan dan deret aritmatika. Sebagai evaluasi siswa diminta mengerjakan latihan soal sesuai materi yang disampaikan pada Form Office 365 Siswa dapat melakukan presensi dengan mengakses link https://s.id/PresensiAritmatika 	<ol style="list-style-type: none"> Guru memberi penguatan materi dan mengarahkan siswa agar mengerjakan latihan soal Guru menyampaikan kegiatan pembelajaran pada pertemuan berikutnya. Kegiatan diakhiri dengan salam lewat forum chat pada teams

Teknik Penilaian

- Pengetahuan : Penilaian dilakukan dengan teknik penugasan melalui link <https://s.id/ARITMATIKA>
- Keterampilan : Penilaian dilakukan pada saat pembelajaran dengan pertanyaan yang dimunculkan siswa
- Sikap : Penilaian dilakukan dengan pengamatan kedisiplinan dan keaktifan siswa saat pembelajaran

Kepala Sekolah

Gunarsi, S.Pd, M.Pd.
NIP. 19660105 200112 2 001

Wonogiri, Juli 2020
Guru Mapel Matematika

Ismi Kuswardani, S.Pd.

MATEMATIKA

BARISAN DAN DERET ARITMATIKA

KELAS X



Oleh :

Ismi Kuswardani, S.Pd

Kompetensi Inti

✚ KI 3

Memahami, menerapkan, menganalisis, dan mengevaluasi tentang pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif sesuai dengan bidang dan lingkup kajian Matematika pada tingkat teknis, spesifik, detil, dan kompleks, berkenaan dengan ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dalam konteks pengembangan potensi diri sebagai bagian dari keluarga, sekolah, dunia kerja, warga masyarakat nasional, regional, dan internasional.

✚ KI 4

1. Melaksanakan tugas spesifik dengan menggunakan alat, informasi, dan prosedur kerja yang lazim dilakukan serta memecahkan masalah sesuai dengan bidang kajian *Matematika*
2. Menampilkan kinerja di bawah bimbingan dengan mutu dan kuantitas yang terukur sesuai dengan standar kompetensi kerja.
3. Menunjukkan keterampilan menalar, mengolah, dan menyaji secara efektif, kreatif, produktif, kritis, mandiri, kolaboratif, komunikatif, dan solutif dalam ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung.
4. Menunjukkan keterampilan mempersepsi, kesiapan, meniru, membiasakan, gerak mahir, menjadikan gerak alami dalam ranah konkret terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung.

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.5 Menganalisis barisan dan deret aritmetika	3.5.2 Mengidentifikasi barisan dan deret aritmatika
4.5 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret aritmatika	4.5.2 Menganalisa dan menyelesaikan permasalahan barisan dan deret aritmatika

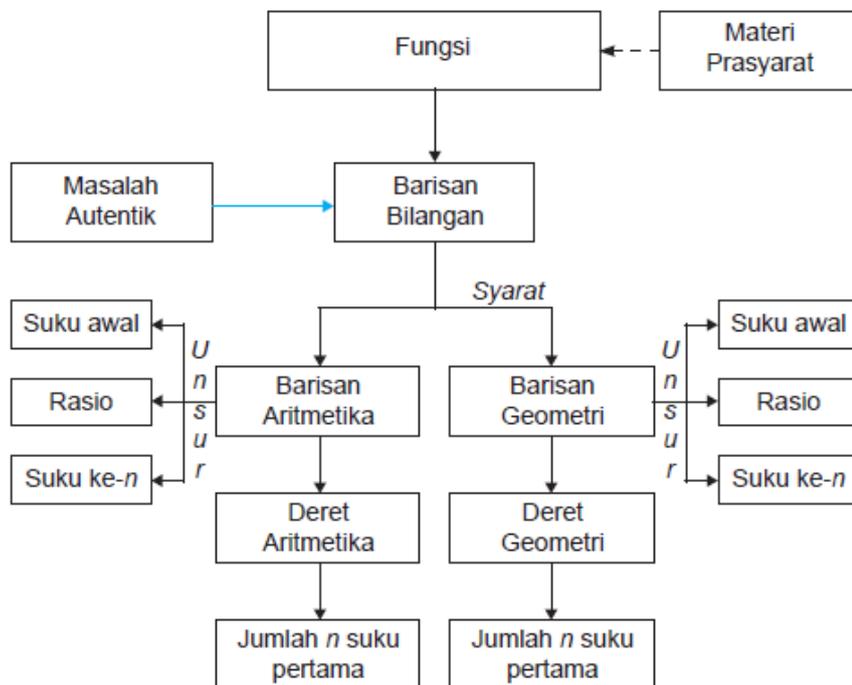
Tujuan Pembelajaran

Setelah melakukan kegiatan observasi, diskusi, dan tanya jawab, dengan model Problem Based Learning diharapkan peserta didik dapat mengidentifikasi barisan aritmatika dengan cermat, menjelaskan suku ke-n dari suatu barisan aritmatika dengan teliti, mengidentifikasi deret aritmatika dengan benar, menjelaskan jumlah suku ke-n dari suatu deret aritmatika dengan cermat, terampil menganalisa dan menyelesaikan permasalahan barisan dan deret aritmatika dengan teliti dengan mengembangkan sikap disiplin dan bertanggung jawab.

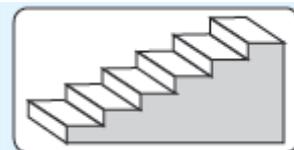
Diskripsi Singkat

Dalam bahan ajar ini akan mempelajari tentang barisan dan deret aritmatika. Selain membaca bahan ajar ini, kalian juga bisa membuka link <https://s.id/SwayAritmatika>

A. Peta Konsep



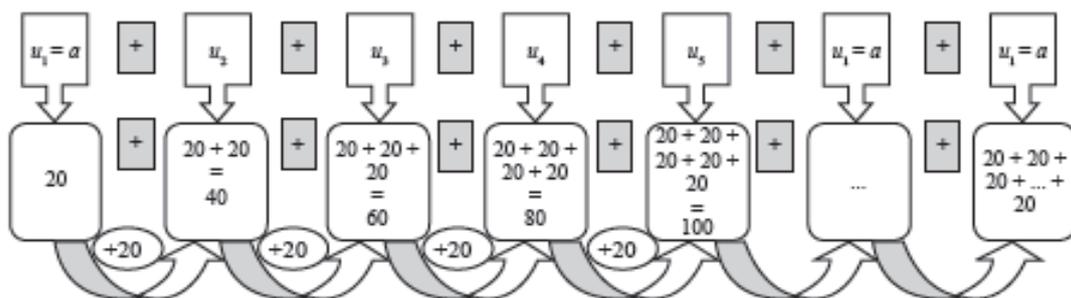
B. Barisan Aritmatika



Perhatikan masalah berikut!
Jika tinggi satu anak tangga adalah 20 cm, berapakah tinggi tangga jika terdapat 15 buah anak tangga?
Tentukanlah polanya!

Alternatif Penyelesaian

Untuk menentukan tinggi tangga maka permasalahan di atas diurutkan menjadi:



Dari uraian di atas, ditemukan susunan bilangan 20, 40, 60, 80, ...

Tinggi 1 anak tangga : 20

Tinggi 2 anak tangga : $20 + 1.20$

Tinggi 3 anak tangga : $20 + 2.20$

Tinggi 4 anak tangga : $20 + 3.20$

Cermati pola bilangan tinggi anak tangga ke- n : $u_n = 20 + (n - 1).20$ (n merupakan bilangan asli). Sesuai dengan pola di atas, tinggi tangga jika terdapat 15 buah anak tangga dapat diperoleh dari,

$$U_{15} = 20 + (n - 1).20$$

$$U_{15} = 20 + (15 - 1).20$$

$$U_{15} = 20 + 14.20$$

$$U_{15} = 20 + 280$$

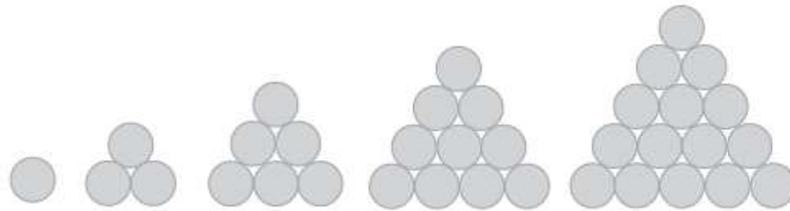
$$U_{15} = 300 \text{ cm}$$

Berarti tinggi tangga tersebut sampai anak tangga yang ke-15 adalah 300 cm.

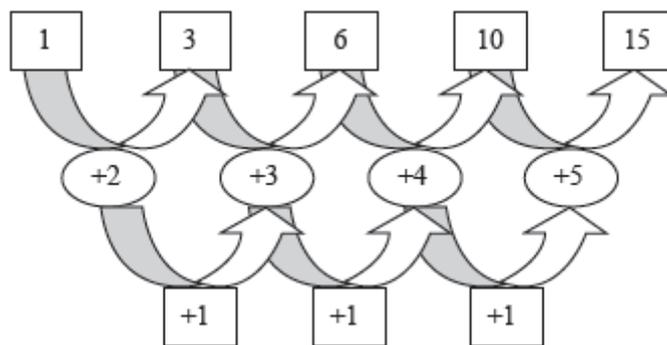
Kegiatan Belajar

Setelah memperhatikan contoh masalah pertama, coba kalian mencoba untuk menyusun benda-benda di sekitar kalian menjadi susunan yang berbentuk piramida, seperti misalnya kardus, buah jeruk, balok kayu, gelas minuman atau benda lain. Setelah menyusun benda menjadi susunan piramid, coba kalian perhatikan pola bilangan yang terbentuk!

Misalkan kalian akan menyusun buah jeruk membentuk sebuah piramida. Jumlah jeruk pada bagian bawah tumpukan akan lebih banyak dibandingkan pada susunan paling atas.



Pola susunan jeruk pada segitiga



Buatlah kesimpulan dari percobaan yang kalian lakukan dengan memperhatikan pola bilangan yang diperoleh!

Lani, seorang pengerajin batik di Gunung Kidul. Ia dapat menyelesaikan 6 helai kain batik berukuran $2,4 \text{ m} \times 1,5 \text{ m}$ selama 1 bulan. Permintaan kain batik terus bertambah sehingga Lani harus menyediakan 9 helai kain batik pada bulan kedua, dan 12 helai pada bulan ketiga. Dia menduga, jumlah kain batik untuk bulan berikutnya akan 3 lebih banyak dari bulan sebelumnya. Dengan pola kerja tersebut, pada bulan berapakah Lani menyelesaikan 63 helai kain batik?

Alternatif Penyelesaian

Dari Masalah diatas, dapat dituliskan jumlah kain batik sejak bulan pertama seperti di bawah ini.

$$\text{Bulan I : } u_1 = a = 6$$

$$\text{Bulan II : } u_2 = 6 + 1.3 = 9$$

$$\text{Bulan III : } u_3 = 6 + 2.3 = 12$$

$$\text{Bulan IV : } u_4 = 6 + 3.3 = 15$$

Demikian seterusnya bertambah 3 helai kain batik untuk bulan-bulan berikutnya sehingga bulan ke- n :
 $u_n = 6 + (n-1).3$ (n merupakan bilangan asli).

Sesuai dengan pola di atas, 63 helai kain batik selesai dikerjakan pada bulan ke- n . Untuk menentukan n , dapat diperoleh dari,

$$63 = 6 + (n - 1).3$$

$$63 = 3 + 3n$$

$$n = 20.$$

Jadi, pada bulan ke-20, Lani mampu menyelesaikan 63 helai kain batik.

Jika beda antara dua bilangan berdekatan di notasikan " b ", maka pola susunan bilangan 6, 9, 12, 15,..., dapat dituliskan $u_n = a + (n - 1).b$.

Definisi

Barisan aritmetika adalah barisan bilangan yang beda setiap dua suku yang berurutan adalah sama. Beda, dinotasikan " b " memenuhi pola berikut. $b = U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_4 - U_3 = \dots = U_n - U_{n-1}$, n adalah bilangan asli sebagai nomor suku, U_n adalah suku ke- n .

Berdasarkan definisi di atas diperoleh bentuk umum barisan aritmetika sebagai berikut.

$$u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, \dots, u_n$$

Setiap dua suku yang berurutan pada barisan aritmetika memiliki beda yang sama, maka diperoleh

$$u_1 = a$$

$$u_2 = u_1 + 1.b$$

$$u_3 = u_2 + b = u_1 + 2.b$$

$$u_4 = u_3 + b = u_1 + 3.b$$

$$u_5 = u_4 + b = u_1 + 4.b$$

...

$$u_n = u_1 + (n - 1)b$$

Jika $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, \dots, U_n$ merupakan suku-suku barisan aritmetika, rumus suku ke- n barisan tersebut dinyatakan sebagai berikut.

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$a = U_1$ adalah suku pertama barisan aritmetika, b adalah beda barisan aritmetika

Contoh:

1. Setiap hari Siti menabungkan sisa uang jajannya. Uang yang ditabung setiap hari selama enam hari mengikuti pola barisan aritmetika dengan suku pertama $a=500$ dan beda $b = 500$. Bagaimana cara mengetahui banyaknya uang Siti yang ditabung pada hari ke-6?

Penyelesaian

Masalah tersebut dapat dilakukan dengan membuat barisan aritmetika dari uang yang ditabung Siti kemudian menentukan suku terakhirnya.

$$\begin{aligned} \text{Karena } U_n &= a + (n - 1)b \text{ maka } U_6 = (a + 5b) \\ &= 500 + 5(500) \\ &= 500 + 2500 \\ &= 3000 \end{aligned}$$

Berarti tabungan Siti pada hari ke-6 adalah Rp 3000,00.

2. Tentukan suku ke-18 barisan $4, 1, -2, -5, -8, \dots$!

Penyelesaian

$$U_1 = a = 4, U_2 = 1, U_3 = -2, U_4 = -5 \dots$$

$$b = U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_4 - U_3 = -3$$

$$\text{Karena } U_n = a + (n - 1)b, \text{ maka } U_{18} = 4 + (18 - 1)(-3)$$

$$U_{18} = 4 + 17(-3)$$

$$U_{18} = 4 - 51$$

$$U_{18} = -47$$

3. Suku ke-4 barisan aritmetika adalah 19 dan suku ke-7 adalah 31. Tentukan suku ke-50.

Penyelesaian

$$\begin{aligned}
u_n &= a + (n-1)b \\
u_4 &= 19 = a + 3b \\
u_7 &= 31 = a + 6b - \\
&\quad -3b = -12 \\
&\quad b = 4 \\
a + 3b &= 19 & u_{30} &= a + 49b \\
a + 3(4) &= 19 & &= 7 + 49(4) \\
a &= 7 & &= 203
\end{aligned}$$

C. Suku Tengah Barisan Aritmatika

Apabila banyaknya suku barisan aritmatika ganjil, maka akan terdapat sebuah suku tepat ditengah barisan tersebut yang membagi barisan menjadi 2 bagian yang sama.

Perhatikan barisan aritmatika berikut!

2, 5, 8, 11, 14

Jelas terlihat suku tengahnya adalah 8. Jika kita amati, suku tengah tersebut adalah setengah dari jumlah suku-suku tetangganya atau setengah dari jumlah suku pertama dengan suku terakhir.

$$U_t = \frac{5+11}{2} = 8 \text{ atau } U_t = \frac{2+14}{2} = 8$$

Perhatikan pula bahwa suku tengahnya berada pada suku ke-3, yaitu setengah dari banyaknya suku ditambah 1.

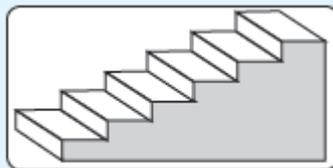
Definisi

Suku tengah barisan aritmatika adalah suku yang berada ditengah barisan aritmatika. Jika suku pertama barisan aritmatika adalah a dan suku terakhirnya adalah U_n , dengan $n > 1$ dan n ganjil suku tengah barisan aritmatika tersebut adalah U_t , maka

$$U_t = \frac{a+U_n}{2} \text{ dengan } t = \frac{n+1}{2}$$

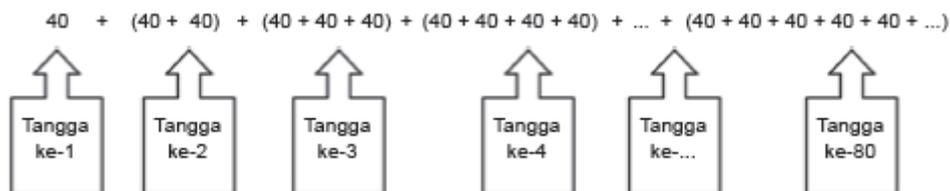
D. Deret Aritmatika

Perhatikan kembali gambar di samping! Jika membuat sebuah anak tangga dibutuhkan 40 batu bata, berapa banyak batu bata yang dibutuhkan untuk membuat 80 anak tangga?



Alternatif Penyelesaian

Untuk menentukan banyaknya batu bata yang dibutuhkan dalam membuat anak tangga pertama sampai anak tangga yang ke 80 dapat diilustrasikan seperti gambar berikut.



Susunan banyak batu bata membentuk barisan aritmetika:

40, 80, 120, 160, 200, 240, 280, 320, 360, 400, ...

Cukup jelas, bahwa, $u_1 = 40$ dan $b = 40$, maka $u_{80} = 3200$.

Karena pertanyaan dalam masalah ini adalah banyak batu bata yang diperlukan untuk membuat 80 anak tangga, bukan banyak batu bata yang diperlukan membuat anak tangga ke-80 maka banyak batu bata harus dijumlahkan.

$$\overbrace{40 + 80 + 120 + 160 + 200 + 240 + 280 + 320 + 400 + \dots + 3160 + 3200}^{\text{sebanyak 80 suku}}$$

Misalkan s_n adalah jumlah n suku pertama pada barisan. Perhatikan pola berikut:

- $s_2 = 40 + 80 = \frac{(40+80) \times 2}{2} = 120$
- $s_4 = 40 + 80 + 120 + 160 = \frac{(40+160) \times 4}{2} = 400$
- $s_6 = 40 + 80 + 120 + 160 + 200 + 240 = \frac{(40+240) \times 6}{2} = 840$
- $s_8 = 40 + 80 + 120 + 160 + 200 + 240 + 280 + 320 = \frac{(40+320) \times 8}{2} = 1440.$

Jadi, untuk menghitung jumlah 80 suku pertama, dilakukan dengan pola di atas,

$$s_{80} = 40 + 80 + 120 + 160 + 200 + 240 + 280 + 320 + 360 + 400 + \dots + 3160 + 3200$$

$$= \frac{(40+3200) \times 80}{2} = 129.000.$$

Jadi, banyak batu bata yang diperlukan untuk membuat 80 anak tangga adalah 129.000 batu bata.

Definisi

Deret aritmetika adalah barisan jumlah n suku pertama barisan aritmetika, $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{n-1}, S_n$ dengan $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_{n-1} + U_n$

Untuk menentukan jumlah n suku pertama, ditentukan rumus berikut:

$$s_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (a + (n - 1)b) \quad \dots\dots\dots (1)$$

Persamaan 1) diubah menjadi

$$s_n = (a + (n - 1)b) + \dots + (a + 2b) + (a + b) + a \quad \dots\dots\dots (2)$$

Dengan menjumlahkan persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$2s_n = 2a + (n - 1)b + 2a + (n - 1)b + 2a + (n - 1)b + \dots + 2a + (n - 1)b$$

$$2s_n = n(2a + (n - 1)b)$$

$$s_n = \frac{1}{2}n(2a + (n - 1)b)$$

$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 + \dots + U_{n-1} + U_n$ merupakan jumlah n suku pertama barisan aritmetika, $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b) = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$

Contoh:

1. Carilah jumlah bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 9!

Penyelesaian

Bilangan bulat yang habis dibagi 9 diantara 1 dan 100 adalah

$$9, 18, 27, \dots, 99$$

Bilangan-bilangan tersebut membentuk barisan aritmetika dengan $a = 9, b = 9,$ dan $U_n = 99.$

Selanjutnya akan ditentukan nilai n sebagai berikut:

$$U_n = 99 \Leftrightarrow a + (n - 1)b = 99$$

$$\Leftrightarrow 9 + (n - 1)9 = 99$$

$$\Leftrightarrow 9 + 9n - 9 = 99$$

$$\Leftrightarrow 9n = 99$$

$$\Leftrightarrow n = 10$$

Jadi, banyak bilangan yang habis dibagi 9 diantara 1 dan 100 adalah 10. Dengan menggunakan rumus jumlah n suku pertama deret aritmetika diperoleh:

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(9 + 99) = 540$$

Dengan demikian, $9 + 18 + 27 + 36 + 45 + \dots + 99 = 540$.

2. Hitunglah jumlah 20 suku pertama pada deret $9 + 12 + 15 + 18 + \dots$

Penyelesaian

$$a = 9, b = 12 - 9 = 3 \text{ dan } n = 20$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

$$S_{20} = \frac{20}{2}(2 \cdot 9 + (20 - 1)3)$$

$$S_{20} = 10 \cdot (18 + 19 \cdot 3)$$

$$S_{20} = 10 \cdot (18 + 57)$$

$$S_{20} = 10 \cdot (75) = 750$$

3. Pada bulan Januari 2001 Anto menabung Rp. 10.000,00. Jika setiap bulan berikutnya Anto menabung Rp. 5.000,00 lebihnya dari bulan sebelumnya. Berapakah jumlah seluruh tabungan Anto sampai akhir tahun?

Penyelesaian

Tabungan Anto dalam bentuk deret adalah $10.000 + 15.000 + 20.000 + \dots$

$$a = 10.000, b = 5.000 \text{ dan } n = 12$$

$$S_{12} = \frac{12}{2}(2 \cdot (10.000) + (12 - 1)5.000)$$

$$S_{12} = 6 \cdot (20.000 + (11)5.000)$$

$$S_{12} = 6 \cdot (20.000 + 55.000)$$

$$S_{12} = 6 \cdot (75.000)$$

$$S_{12} = 450.000$$

Jadi, jumlah seluruh tabungan Anto sampai akhir tahun adalah Rp. 450.000,00

E. LATIHAN SOAL

- Tentukan rumus suku ke $-n$ dari barisan aritmatika di bawah ini
 - 2, 8, 14, 20, ...
 - 42, 38, 34, 30, ...
- Tentukan nilai n jika diketahui, $a = 19$, $b = -5$ dan $U_n = -41$
- Jika suku ke -7 barisan aritmatika adalah 14 dan suku ke -13 adalah 2, tentukanlah tiga suku pertama barisan tersebut.
- Suku ke -6 dari barisan aritmatika sama dengan 50 dan suku ke -41 sama dengan 155. Tentukan suku ke -20 barisan tersebut.
- Diketahui barisan aritmatika dengan $U_3 = 9$ dan jumlah suku ke -5 dan suku ke -7 adalah 48. Tentukan rumus suku ke $-n$ dan suku ke -10 barisan.
- Hitunglah jumlah 20 suku pertama pada setiap deret aritmatika berikut :
 - $2 + 5 + 8 + 11 + \dots$
 - $-7 - 14 - 21 - 28 - \dots$
- Hitunglah jumlah setiap deret aritmatika berikut ini :
 - $6 + 8 + 10 + \dots + 100$
 - $-20 - 16 - 12 - \dots + 8$
- Hitunglah jumlah semua bilangan asli antara 10 dan 250 yang habis dibagi 3

9. Hitunglah jumlah 10 suku pertama dari deret aritmatika berikut ini, jika diketahui
- $U_3 = 7$ dan $U_6 = 16$
 - $U_5 = 40$ dan $U_8 = 25$
10. Untuk membuat kerajinan tangan, Jaka memerlukan 16 potong kawat yang tidak sama panjang. Potongan kawat terpanjang 90 cm dan potongan kawat terpendek 15 cm. Jika potongan – potongan kawat dijabarkan dari yang terpanjang hingga terpendek maka perbedaan panjang dua potong kawat yang berdekatan harus sama. Berapa panjang kawat yang diperlukan Jaka?

Kemudian untuk bisa mengetahui tingkat pemahaman tentang materi barisan dan deret aritmatika, dapat kalian kerjakan soal pada link <https://s.id/ARITMATIKA>

F. Rangkuman

Barisan aritmetika adalah barisan bilangan yang beda setiap dua suku yang berurutan adalah sama.

Beda, dinotasikan “ b ” memenuhi pola berikut. $b = U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_4 - U_3 = \dots = U_n - U_{n-1}$, n adalah bilangan asli sebagai nomor suku, U_n adalah suku ke- n .

Jika $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, \dots, U_n$ merupakan suku-suku barisan aritmetika, rumus suku ke- n barisan tersebut dinyatakan sebagai berikut.

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$a = U_1$ adalah suku pertama barisan aritmetika, b adalah beda barisan aritmetika

Deret aritmetika adalah barisan jumlah n suku pertama barisan aritmetika. $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 + \dots + U_{n-1} + U_n$ merupakan jumlah n suku pertama barisan aritmetika, $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b) = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$

G. Daftar Pustaka

Sinaga, Bornok dkk. 2014. Buku Siswa Kelas X Semester 1 Kurikulum 2013 edisi revisi 2014. Jakarta: Kemendikbud.