

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Satuan Pendidikan : SMK Dr. Sutomo Temanggung
Mata Pelajaran : Matematika Materi Pokok : Barisan dan Deret Geometri
Kelas / Semester : X/1 Alokasi Waktu : 12 x 45 menit

Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

- | | | | |
|-----|--|--------|---|
| 3.6 | Menganalisis barisan dan deret geometri | 3.6.1. | Menganalisis rumus umum barisan dan deret geometri |
| | | 3.6.2. | Membandingkan penyelesaian permasalahan barisan dan deret geometri |
| 4.6 | Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret geometri | 4.6.1. | Merumuskan permasalahan kontekstual barisan dan deret geometri ke dalam model matematis |
| | | 4.6.2. | Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret geometri |

Tujuan Pembelajaran

1. Setelah guru dan peserta didik melakukan diskusi serta tanya jawab peserta didik dapat menganalisis rumus umum barisan dan deret aritmatika dengan teliti
2. Setelah peserta didik melakukan pengamatan terhadap paparan pada tampilan layar presentasi, peserta didik dapat membandingkan penyelesaian permasalahan barisan dan deret geometri dengan sikap mandiri dan kedisiplinan
3. Setelah peserta didik melihat pemaparan [video mengenai kenaikan jumlah penduduk suatu negara](#), peserta didik dapat merumuskan permasalahan kontekstual barisan dan deret geometri ke dalam model matematis secara mandiri
4. Setelah guru dan peserta didik melakukan tanya jawab, peserta didik dapat menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret geometri

Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan Pendahuluan

1. Peserta didik dan guru mempersiapkan gadget serta koneksi internet
2. Peserta didik dan guru masuk ke dalam [google classroom](#) yang sudah disediakan
3. Peserta didik mengunduh [LKPD](#) sebagai panduan pendamping pembelajaran

Kegiatan Inti

1. Guru menyajikan video permasalahan kontekstual mengenai materi pembelajaran pada [google classroom](#)
2. Siswa dan guru melakukan tanya jawab mengenai video yang disajikan (4C-Collaboration) melalui whatsapp grup dan [google classroom](#)
3. Siswa menjawab pertanyaan yang disajikan dalam video pembelajaran melalui halaman classwork pada [google classroom](#) yang diberikan (Communication-4C)
4. Dengan tanya jawab siswa dan guru bersama-sama menurunkan formula barisan aritmatika guna menyelesaikan permasalahan yang disajikan oleh guru (Communication, Collaboration, Creating – 4C)
5. Guru memberikan latihan berupa permasalahan kontekstual lain yang menggunakan konsep barisan aritmatika melalui halaman *classwork* pada [google classroom](#) yang diberikan (Critical Thinking and Communication-4C)

Kegiatan Penutup

1. Siswa menerima respon terkait hasil pengerjaan soal/tugas untuk dilakukan refleksi

Penilaian Pembelajaran

Pengetahuan

- Menggunakan menu [Quiz Assignment](#) berupa kuis online pada [google classroom](#)
- Dilaksanakan pada akhir pembelajaran

Keterampilan

- Dengan Teknik observasi guru mengamati kinerja sebagai aspek keterampilan peserta didik.
- Kinerja dimaksud dapat dilihat dari hasil pekerjaan dan kelengkapannya

Mengetahui
Kepala Sekolah

Temanggung, 18 September 2020
Guru Mapel

Teguh Puji Utomo, S.Pd.,M.Si.

M.I. Mufhid Ibrahim

*) guna menyederhanakan tampilan link tertaut pada tulisan



BAHAN AJAR

BARISAN DAN DERET GEOMETRI

SMK KELAS X

Disusun oleh:

M.I. Mufhid Ibrahim

PENDIDIKAN PROFESI GURU DALAM JABATAN

UNIVERSITAS WIDYA DHARMA KLATEN

2020



BAHAN AJAR

BARISAN DAN DERET GEOMETRI

SMK KELAS X

Nama :

Kelas :

SMK Dr. SUTOMO TEMANGGUNG

Jalan Dr. Sutomo 32 Temanggung 56212, Telp. (0293)491100

2020

PETUNJUK PENGGUNAAN BAHAN AJAR

1. Bacalah Setiap masalah yang diberikan
2. Pahami dan jawablah setiap masalah tersebut secara mandiri di kelompokmu.
3. Diskusikan jawaban setiap masalah tersebut bersama anggota kelompokmu.
4. Mintalah bantuan guru jika kamu mendapat masalah ketika menyelesaikan permasalahan yang diberikan.
5. Tulislah jawaban kelompokmu yang paling tepat pada LKS yang diberikan dengan menggunakan pensil untuk diajukan pada diskusi kelas.
6. Berdasarkan proses pemecahan masalah yang kamu lakukan, perhatikanlah rangkuman yang mungkin ditemukan.

Selamat Bekerja !!

BAHAN AJAR

| | | |
|-------------------|---|---|
| Satuan Pendidikan | : | SMK Dr. Sutomo |
| Mata Pelajaran | : | Matematika |
| Kelas / Semester | : | X / 1 |
| Kompetensi Dasar | : | 3.6 Menganalisis barisan dan deret geometri 4.6 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret geometri |
| Waktu | : | 12 x 45 menit |

Indikator

- 3.6.1. Menganalisis rumus umum barisan dan deret geometri
- 3.6.2. Membandingkan penyelesaian permasalahan barisan dan deret geometri
- 4.6.1. Merumuskan permasalahan kontekstual barisan dan deret geometri ke dalam model matematis
- 4.6.2. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret geometri

Tujuan Pembelajaran

- 1. Setelah guru dan peserta didik melakukan diskusi serta tanya jawab peserta didik dapat menganalisis rumus umum barisan dan deret aritmatika dengan teliti
- 2. Setelah peserta didik melakukan pengamatan terhadap paparan pada tampilan layar presentasi, peserta didik dapat membandingkan penyelesaian permasalahan barisan dan deret geometri dengan sikap mandiri dan kedisiplinan
- 3. Setelah peserta didik melihat pemaparan video mengenai kenaikan jumlah penduduk suatu negara, peserta didik dapat merumuskan permasalahan kontekstual barisan dan deret geometri ke dalam model matematis secara mandiri
- 4. Setelah guru dan peserta didik melakukan tanya jawab, peserta didik dapat menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret geometri

BAB I

BARISAN GEOMETRI

Cermatilah artikel berita berikut.

Tahun Ini, Penduduk Jabar Capai 50 Juta



Pada Sensus Penduduk 2020 Online, jumlah penduduk Jabar tahun ini menembus 50 juta jiwa. Hal itu, merupakan tantangan tersendiri bagi Pemprov Jabar dalam menangani masalah kependudukan.

.
.
.
.

Dudi mencatat, laju pertumbuhan penduduk (LPP) Jawa Barat mengalami penurunan dari sekitar 1,89 persen pada sensus penduduk 2010 menjadi 1,30 persen berdasarkan data Badan Pusat Statistik (BPS). Pertumbuhan ini relatif terkendali dari sisi kelahiran, namun sulit terkontrol dari sisi migrasi. Terlebih Jawa Barat memiliki sejumlah daya tarik yang secara alamiah mengundang orang untuk datang.

<https://republika.co.id/berita/q6rqve396/tahun-ini-penduduk-jabar-capai-50-juta>

Mari kita analisis berita tersebut.

Dengan rata-rata pertumbuhan penduduk sebesar 1,3% pada tahun ini, kita bisa memperkirakan berapa jumlah penduduk tahun 2022.

| Tahun | Jumlah Penduduk (perkiraan - LPP 1,3%) | Rasio Peningkatan |
|-------|--|-------------------|
| 2020 | 50.000.000 | 100% + 1,3% |
| 2021 | $101,3\% \times 50.000.000 = 50.065.000$ | = 101,3% |
| 2022 | $101,3\% \times 50.065.000 = 51.308.450$ | |

Sehingga kita bisa memperkirakan bahwa jumlah penduduk pada tahun 2022 adalah 51.308.450 jiwa.

Perhitungan jumlah penduduk tersebut sebenarnya menggunakan aturan perkalian dengan pengali yang sama atau sering kita kenal dengan rasio. Barisan bilangan yang menggunakan konsep perkalian dalam pembedannya dinamakan barisan geometri.

Pada setiap barisan yang memiliki perbandingan dua suku berurutan selalu tetap. Barisan bilangan yang mempunyai ciri seperti itu disebut Barisan Geometri, dan perbandingan dua suku berurutan itu disebut rasio yang biasa dilambangkan dengan huruf r . Suku pertama dari barisan geometri biasanya dilambangkan dengan huruf a .

Misal :

a) 1, 4, 16, memiliki suku pertama $a = 1$ dan rasio $r = \frac{4}{1} = \frac{16}{4} = 4$

b) 81, 27, 9, memiliki suku pertama $a = 81$ dan rasio $r = \frac{27}{81} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$

Kembali ke permasalahan artikel berita sebelumnya.

Dengan rata-rata pertumbuhan penduduk sebesar 1,3% pada tahun ini, kita bisa memperkirakan berapa jumlah penduduk tahun 2028.

| Tahun 2020 | Tahun Ke (| Jumlah Penduduk (perkiraan - LPP 1,3%) | Rasio Peningkatan |
|---------------|---------------|---|-------------------------------------|
| 2020 | 1 - (U_1) | 50.000.000 | a |
| 2021 | 2 - (U_2) | $101,3\% \times 50.000.000 = 50.065.000$ | $a \cdot r$ |
| 2022 | 3 - (U_3) | $101,3\% \times 50.065.000 = 51.308.450$ | $a \cdot r \cdot r = a \cdot r^2$ |
| 2023 | 4 - (U_4) | | $a \cdot r^2 \cdot r = a \cdot r^3$ |
| 2024 | 5 - (U_5) | | $a \cdot r^3 \cdot r = a \cdot r^4$ |
| 2025 | 6 - (U_6) | | $a \cdot r^4 \cdot r = a \cdot r^5$ |
| 2026 | 7 - (U_7) | | $a \cdot r^5 \cdot r = a \cdot r^6$ |
| 2027 | 8 - (U_8) | | $a \cdot r^6 \cdot r = a \cdot r^7$ |
| 2028 | 9 - (U_9) | | $a \cdot r^7 \cdot r = a \cdot r^8$ |

Dengan tabel bantuan tersebut, kita bisa memperkirakan bahwa pada tahun 2028 dengan laju pertumbuhan penduduk sebesar 1,3% atau memiliki rasio 1,013 Jawa Barat memiliki penduduk sebesar

$$a \cdot r^8 = 50.000.000 \times 1,013^8 = 50.000.000 \times 1,108857 = 55.442.853 \text{ jiwa}$$

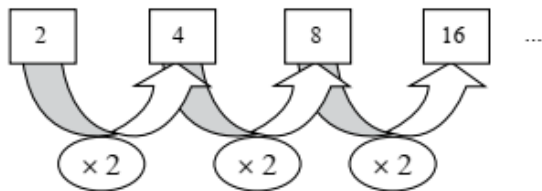
Bagaimana jika kita akan mencari jumlah penduduk setelah n tahun?

Dari tabel terlihat bahwa pada tahun ke-9 atau bisa disebut suku ke-9 (U_9) diperoleh formula bahwa $U_9 = a \cdot r^8$ sehingga jika kita akan memperkirakan n tahun maka diperoleh formula sebagai berikut.

$$U_n = a \cdot r^{(n-1)}$$

Lebih jelasnya simak contoh berikut.

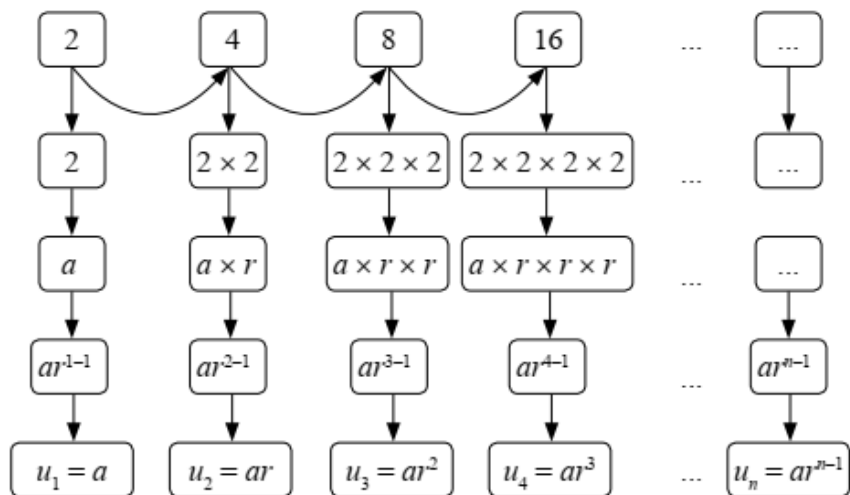
Perhatikan barisan bilangan 2, 4, 8, 16, ...



Nilai perbandingan $\frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \dots = \frac{u_n}{u_{n-1}} = 2$ $\frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{16}{8} = 2$

Jika nilai perbandingan dua suku berurutan dimisalkan r dan nilai suku pertama adalah a , maka susunan bilangan tersebut dapat dinyatakan dengan $2, 2 \times 2, \dots$


Perhatikan gambar berikut ini.




Dari pola di atas dapat disimpulkan bahwa $u_n = ar^{n-1}$

Perhatikan kembali contoh berikut.

Seorang anak memiliki selembar kertas. Berikut ini disajikan satu bagian kertas.

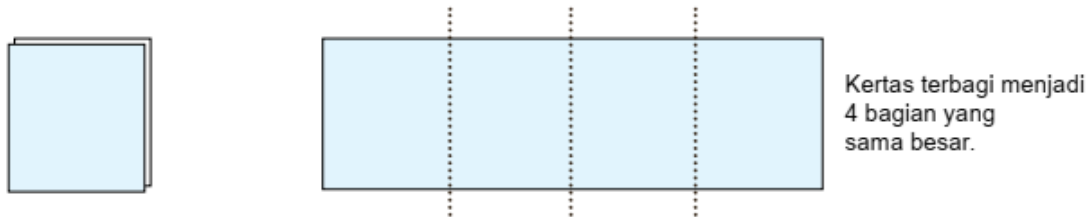


Ia melipat kertas tersebut menjadi dua bagian yang sama besar.

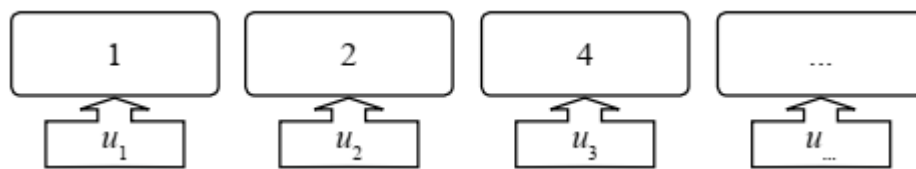


Kertas terbagi menjadi 2 bagian yang sama besar.

Kertas yang sedang terlipat ini, kemudian dilipat dua kembali olehnya.



Ia terus melipat dua kertas yang sedang terlipat sebelumnya. Setelah melipat, ia membuka hasil lipatan dan ditemukan kertas tersebut terbagi menjadi 2 bagian. Perhatikan bagian kertas tersebut membentuk sebuah barisan bilangan yang disajikan sebagai berikut.



Barisan bilangan tersebut dinamakan barisan geometri yaitu barisan bilangan 1, 2, 4,

Dengan rasio sebesar $\frac{2}{1} = 2$.

Contoh

Diketahui barisan geometri dengan unsur ke 10 barisan itu adalah 3 dan $r = 2$ Tentukan unsur ke 9 dan ke 11 dari barisan.

Penyelesaian

$$r = \frac{U_{10}}{U_9} \leftrightarrow 2 = \frac{3}{U_9} \leftrightarrow U_9 = \frac{3}{2}$$

$$\text{Sedangkan } U_{11} = U_{10} \cdot r = 3 \cdot 2 = 6$$

BAB II DERET GEOMETRI

Jika $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n, \dots$ merupakan barisan geometri dengan unsur pertama adalah $a = U_1$ dan rasio r , maka

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n + \dots$$

disebut **deret geometri** dengan $U_n = ar$.

Rumus jumlah n suku pertama deret geometri dengan suku pertama a dan rasio r , dapat diturunkan dengan cara sebagai berikut.

Misalkan $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ maka

$$S_n = a + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1}$$

$$r S_n = ar + ar^3 + ar^4 + \dots + ar^{n-1} + ar^n$$

$$S_n - r S_n = a - ar^n$$

$$(1 - r) S_n = (1 - r^n)a$$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

Jadi rumus jumlah n suku pertama deret geometri dengan suku pertama a dan rasio r adalah

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \text{ untuk } r < 1 \text{ atau } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ untuk } r > 1.$$

Tentukan jumlah 6 suku pertama deret $2 + 4 + 8 + \dots$

Penyelesaian:

Deret $2 + 4 + 8 + \dots$ adalah deret geometri dengan $a = 2$ dan $r = 2 > 1$.

Jadi

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\begin{aligned}
S_6 &= \frac{2(2^6 - 1)}{2 - 1} \\
&= \frac{2(64 - 1)}{1} \\
&= 2(63) \\
&= 126.
\end{aligned}$$

Jadi jumlah 6 suku pertama deret $2 + 4 + 8 + \dots$ adalah 126.

Pada Contoh 3.4, jika n menuju tak hingga, S_n akan menuju tak hingga, dan pada Contoh 3.5, jika n menuju tak hingga, S_n akan menuju negatif tak hingga. Deret geometri demikian disebut **deret geometri divergen**. Ada kalanya pada sebuah deret geometri, jika n menuju tak hingga, S_n akan menuju ke suatu bilangan real tertentu. Deret-deret demikian disebut **deret geometri konvergen**.

Contoh 3.6

Deret $1 - 2 + 4 - 8 + \dots$, maka jumlah n suku pertama dari deret itu adalah

$$S_n = \frac{1 - (-2)^n}{3}$$

Jika n menuju tak hingga, maka S_n menuju negatif tak hingga. Jadi deret tersebut merupakan deret geometri yang divergen.

Contoh 3.7

Jumlah n suku pertama deret $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$ adalah

$$\begin{aligned}
S_n &= \frac{1(1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} \\
&= \frac{1 - (\frac{1}{2})^n}{\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

Untuk n menuju tak hingga, maka S_n menuju 2. Jadi deret geometri

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$$

merupakan deret yang konvergen.

Perhatikan suatu deret geometri dengan rasio r dan suku pertamanya adalah a . Jumlah n suku pertama dari deret itu adalah:

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}.$$

Untuk n menuju tak hingga dan $|r| < 1$, maka r^n mendekati 0. Oleh karena itu untuk n menuju tak hingga dan $|r| < 1$ diperoleh

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}.$$

Contoh 3.8

Tentukan jumlah deret geometri berikut.

$$4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots$$

Penyelesaian:

Deret: $4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots$ adalah deret geometri dengan $a = 4$ dan $r = \frac{1}{2}$

< 1 . Jumlah deret geometri itu adalah

$$\begin{aligned} S_\infty &= \frac{a}{1 - r} \\ &= \frac{4}{1 - \frac{1}{2}} \\ &= \frac{4}{\frac{1}{2}} \\ &= 8. \end{aligned}$$

LATIHAN SOAL

Apakah barisan berikut merupakan barisan geometri? Beri penjelasan.

1. $-20, 40, -80, 160, \dots$

2. $\frac{1}{4}, \frac{?1}{2}, -1, 2, \dots$

Tuliskan empat suku pertama dari deret berikut.

3. $U_n = 3^{n-1}$

4. $U_n = 3(-2)^{n-1}$

Tuliskan rumus unsur ke- n dari barisan berikut.

5. $4, 2, 1, \dots$

6. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

Tentukan jumlah sepuluh suku pertama dari deret:

7. $0,1 + 0,05 + 0,025 + \dots$

8. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \dots$

Tentukan jumlah deret berikut.

9. $0,1 + 0,05 + 0,025 + \dots$

10. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

DAFTAR PUSTAKA

Buku Matematika tingkat 1 bidang keahlian Bisnis dan Manajemen, penerbit Armico Bandung, halaman 143 – 148.

Buku Matematika SMK non teknik tingkat 2, penerbit PT. Galaxy Puspa Mega Jakarta, halaman 72 - 74

Buku Matematika untuk SMK dan MAK kelas XI, penerbit Erlangga Jakarta, halaman 89 – 98

Buku Matematika untuk SMK Kelas XI, penerbit Grafindo Medi Pratama, halaman 75 – 84