

**RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN JARAK JAUH
TAHUN PELAJARAN 2020/2021**



Satuan Pendidikan : SMK N 2 Wonogiri
Komp. Keahlian : Semua Kompetensi Keahlian
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas / Semester : X / Ganjil
Materi Pokok : Bunga, Pertumbuhan, Peluruhan dan Anuitas
Alokasi Waktu : 2 x 60 menit

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.7 Menganalisis bunga, pertumbuhan, peluruhan dan anuitas	3.7.1 Mengidentifikasi bunga, pertumbuhan, peluruhan dan anuitas
4.7 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan bunga, pertumbuhan, peluruhan dan anuitas	4.7.1 Menganalisis dan menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan bunga, pertumbuhan, peluruhan dan anuitas

Tujuan Pembelajaran

Setelah melakukan kegiatan observasi, diskusi, dan tanya jawab, dengan model Problem Based Learning diharapkan peserta didik dapat mengidentifikasi bunga tunggal dan majemuk dengan teliti, mengidentifikasi pertumbuhan dan peluruhan dengan benar, menjelaskan anuitas dengan cermat, terampil menganalisa dan menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan bunga, pertumbuhan, peluruhan dan anuitas dengan teliti dengan mengembangkan sikap religius, disiplin, jujur dan bertanggung jawab.

Kegiatan Pembelajaran

Pendahuluan	Kegiatan Inti	Penutup
Melalui WA grup Guru menyampaikan salam mengkondisikan siswa, memberikan semangat belajar kepada siswa, mengingatkan tentang protokol kesehatan pencegahan covid-19 kemudian menyampaikan bahwa kegiatan pembelajaran akan dilakukan menggunakan Microsoft Teams https://s.id/teamsXTPB	<ol style="list-style-type: none"> Sebagai stimulus siswa diminta mempelajari Materi dari guru pada link https://youtu.be/1fCiGcT2O-A tentang Bunga, pertumbuhan, peluruhan dan anuitas Siswa mengidentifikasi video yang disampaikan oleh guru Siswa diberi permasalahan tentang Bunga, pertumbuhan, peluruhan dan anuitas melalui link https://s.id/SwayBunga Siswa berdiskusi melalui forum chat pada teams tentang permasalahan yang diberikan Diharapkan siswa dapat mengajukan pertanyaan yang berkaitan dengan masalah Bunga, pertumbuhan, peluruhan dan anuitas. Sebagai evaluasi siswa diminta mengerjakan latihan soal sesuai materi yang disampaikan pada Form Office 365 Siswa dapat melakukan presensi dengan mengakses link https://s.id/PresensiBunga 	<ol style="list-style-type: none"> Guru memberi penguatan materi dan mengarahkan siswa agar mengerjakan latihan soal Guru menyampaikan kegiatan pembelajaran pada pertemuan berikutnya. Kegiatan diakhiri dengan salam lewat forum chat pada teams

Teknik Penilaian

- Pengetahuan : Penilaian dilakukan dengan teknik penugasan melalui link <https://s.id/BUNGA>
- Keterampilan : Penilaian dilakukan pada saat pembelajaran dengan pertanyaan yang dimunculkan siswa
- Sikap : Penilaian dilakukan dengan pengamatan kedisiplinan dan keaktifan siswa saat pembelajaran

Kepala Sekolah

Gunarsi, S.Pd, M.Pd.
NIP. 19660105 200112 2 001

Wonogiri, Juli 2020
Guru Mapel Matematika

Ismi Kuswardani, S.Pd.

MATEMATIKA

BUNGA, PERTUMBUHAN, PELURUHAN DAN ANUITAS

KELAS X



Oleh :

Ismi Kuswardani, S.Pd

Kompetensi Inti

✚ KI 3

Memahami, menerapkan, menganalisis, dan mengevaluasi tentang pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif sesuai dengan bidang dan lingkup kajian Matematika pada tingkat teknis, spesifik, detil, dan kompleks, berkenaan dengan ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dalam konteks pengembangan potensi diri sebagai bagian dari keluarga, sekolah, dunia kerja, warga masyarakat nasional, regional, dan internasional.

✚ KI 4

1. Melaksanakan tugas spesifik dengan menggunakan alat, informasi, dan prosedur kerja yang lazim dilakukan serta memecahkan masalah sesuai dengan bidang kajian *Matematika*
2. Menampilkan kinerja di bawah bimbingan dengan mutu dan kuantitas yang terukur sesuai dengan standar kompetensi kerja.
3. Menunjukkan keterampilan menalar, mengolah, dan menyaji secara efektif, kreatif, produktif, kritis, mandiri, kolaboratif, komunikatif, dan solutif dalam ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung.
4. Menunjukkan keterampilan mempersepsi, kesiapan, meniru, membiasakan, gerak mahir, menjadikan gerak alami dalam ranah konkret terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu melaksanakan tugas spesifik di bawah pengawasan langsung.

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.8 Menganalisis bunga, pertumbuhan, peluruhan dan anuitas	3.7.1 Mengidentifikasi bunga, pertumbuhan, peluruhan dan anuitas
4.7 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan bunga, pertumbuhan, peluruhan dan anuitas	4.7.1 Menganalisis dan menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan bunga, pertumbuhan, peluruhan dan anuitas

Tujuan Pembelajaran

Setelah melakukan kegiatan observasi, diskusi, dan tanya jawab, dengan model Problem Based Learning diharapkan peserta didik dapat mengidentifikasi bunga tunggal dan majemuk dengan teliti, mengidentifikasi pertumbuhan dan peluruhan dengan benar, menjelaskan anuitas dengan cermat, terampil menganalisa dan menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan bunga,

pertumbuhan, peluruhan dan anuitas dengan teliti dengan mengembangkan sikap religius, disiplin, jujur dan bertanggung jawab.

Diskripsi Singkat

Dalam bahan ajar ini akan mempelajari tentang barisan dan deret aritmatika. Selain membaca bahan ajar ini, kalian juga bisa membuka link <https://s.id/SwayBunga>

A. Peta Konsep



B. Bunga

Ovano menerima uang warisan sebesar Rp70.000.000,00 dari orang tuanya dan berniat untuk menginvestasikan dalam bentuk tabungan di bank selama 5 tahun. Dia menjajaki dua bank yang memiliki sistem pembungaan yang berbeda. Bank BCL menggunakan bunga tunggal sebesar 10% per tahun dan Bank PHP menggunakan majemuk sebesar 9% per tahun. Dari hasil perhitungan pihak bank ia memperoleh ilustrasi investasi sebagai berikut.

Tahun	BANK BCL		BANK PHP	
	Bunga	Saldo Uang	Bunga2	Saldo Uang2
0	0	Rp70,000,000.00	0	Rp70,000,000.00
1	Rp7,000,000.00	Rp77,000,000.00	Rp6,300,000.00	Rp76,300,000.00
2	Rp7,000,000.00	Rp84,000,000.00	Rp6,867,000.00	Rp83,167,000.00
3	Rp7,000,000.00	Rp91,000,000.00	Rp7,485,030.00	Rp90,652,030.00
4	Rp7,000,000.00	Rp98,000,000.00	Rp8,158,682.70	Rp98,810,712.70
5	Rp7,000,000.00	Rp105,000,000.00	Rp8,892,964.14	Rp107,703,676.84
	Total investasi	Rp105,000,000.00		Rp107,703,676.84

Dari ilustrasi investasi di atas diperoleh kesimpulan bahwa walaupun Bank PHP menawarkan bunga majemuk yang lebih kecil daripada bunga tunggal Bank BCL namun hasil investasi yang

dihasilkan adalah lebih besar. Untuk dapat menemukan penyebab perbedaan bunga majemuk dan tunggal di atas, mari perhatikan masalah-masalah berikut.

1. Bunga Tunggal

Dari masalah di atas dapat kita rumuskan pola barisan bunga tunggal yakni:

Misal diberikan modal awal/pokok M yang diinvestasikan dengan bunga i per periode. Besar modal pada periode ke- n (M_n) dapat dihitung dengan cara berikut.

$$M_1 = M_0 + M_0 \times i = M_0(1 + i)$$

$$M_2 = M_0 + M_0 \times 2.i = M_0(1 + 2.i)$$

$$M_3 = M_0 + M_0 \times 3.i = M_0(1 + 3.i)$$

$$M_n = M_0 + M_0 \times n.i = M_0(1 + n.i)$$

Maka besar modal pada waktu n yang diinvestasikan menjadi:

$$M_n = M_0(1 + n.i)$$

2. Bunga Majemuk

Dari masalah di atas dapat kita rumuskan pola barisan bunga majemuk yakni:

Misal diberikan modal awal/pokok M yang diinvestasikan dengan bunga i per periode. Besar modal pada periode ke- n (M_n) dapat dihitung dengan cara berikut.

$$M_1 = M_0 + M_0 \times i = M_0(1 + i)$$

$$M_2 = M_1(1 + i) = [M_0(1 + i)](1 + i) = M_0(1 + i)^2$$

$$M_3 = M_2(1 + i) = [M_0(1 + i)^2](1 + i) = M_0(1 + i)^3$$

$$M_n = M_{n-1}(1 + i) = [M_0(1 + i)^{n-1}](1 + i) = M_0(1 + i)^n$$

Maka besar modal pada waktu n yang diinvestasikan menjadi:

$$M_n = M_0(1 + i)^n$$

C. Pertumbuhan

Seorang peneliti mengamati perkembangan koloni bakteri yang terbentuk setiap jam. Apabila jumlah koloni bakteri mula-mula 100 dan setiap bakteri membelah menjadi dua setiap jam. Peneliti ingin mengetahui jumlah koloni bakteri yang terbentuk dalam waktu 50 jam dan buatlah grafik dari model persamaan yang ditemukan!

Alternatif Penyelesaian

Misalkan:

$K(0) = 100$ = Jumlah koloni bakteri mula-mula

$K(50)$ = Jumlah koloni bakteri setelah 50 jam

$K(n)$ = Jumlah koloni bakteri setelah n jam

n = Lamanya waktu berkembang

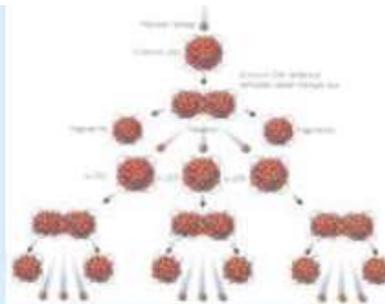
Karena bakteri membelah menjadi dua maka untuk waktu 50 jam kita dapat membuat tabel perkembangannya seperti berikut ini.

Waktu (Jam)	Jumlah Koloni Bakteri	Pola Bilangan
1	200	$100 \times 2 = 100 \times 2^1$
2	400	$100 \times 2 \times 2 = 100 \times 2^2$
3	800	$100 \times 2 \times 2 \times 2 = 100 \times 2^3$
...
n

Dari hasil pengamatan pada tabel di atas, kita dapat membuat hubungan antara pertumbuhan jumlah bakteri (K) yang terbentuk terhadap perubahan waktu (n) dengan model matematika yang sesuai untuk jumlah koloni bakteri yang terbentuk setelah n jam tersebut, yaitu ...?

D. Peluruhan

Suatu neutron dapat pecah mendadak menjadi suatu proton dan elektron dan ini terjadi sedemikian sehingga jika kita memiliki 1.000.000 neutron, kira-kira 5% dari padanya akan berubah pada akhir satu menit. Berapa neutron yang masih ada setelah n menit dan 10 menit?



Alternatif Penyelesaian

Misalnya banyak neutron adalah M dan persentase peluruhan (penyusutan) sebesar p % tiap menit, maka:

Banyak neutron semula $= M$

Banyak neutron setelah 1 menit $= M - \frac{p}{100} M = M \left(1 - \frac{p}{100} \right)$

Banyak neutron setelah 2 menit $= M \left(1 - \frac{p}{100} \right) - \frac{p}{100} M \left(1 - \frac{p}{100} \right) = M \left(1 - \frac{p}{100} \right)^2$

Banyak neutron setelah 3 menit $= M \left(1 - \frac{p}{100} \right)^2 - \frac{p}{100} M \left(1 - \frac{p}{100} \right)^2 = M \left(1 - \frac{p}{100} \right)^3$

Banyak neutron setelah n menit $= M \left(1 - \frac{p}{100} \right)^n$

Banyak neutron setiap menitnya membentuk barisan geometri

$$M, M\left(1-\frac{p}{100}\right), M\left(1-\frac{p}{100}\right)^2, M\left(1-\frac{p}{100}\right)^3, \dots, M\left(1-\frac{p}{100}\right)^n$$

$$U_n = M\left(1-\frac{p}{100}\right)^n$$

$$U_n = \left(1-\frac{p}{100}\right)U_{n-1}, \text{ dengan } \left(1-\frac{p}{100}\right) \text{ dinamakan faktor peluruhan}$$

$$U_n = U_1\left(1-\frac{p}{100}\right)^n$$

Dalam kasus ini,

$$M = 1.000.000$$

$$p = 5\%, \text{ maka}$$

$$U_n = 1.000.000\left(1-\frac{5}{100}\right)^n = 1.000.000(0,95)^n,$$

Dengan faktor peluruhannya = 0,95.

$$U_{10} = 1.000.000 (0,95)^{10}$$

$$\begin{aligned} \text{Log } U_{10} &= \text{log } 1.000.000 + 10 \text{ log } 0,95 \\ &= 6 + 10 (0,9777 - 1) = 5,777 \end{aligned}$$

$$U_{10} = 598.412$$

Jadi, neutron yang masih ada setelah n menit adalah $1.000.000 (0,95)^n$ dan neutron yang masih ada setelah 10 menit adalah 598.412.

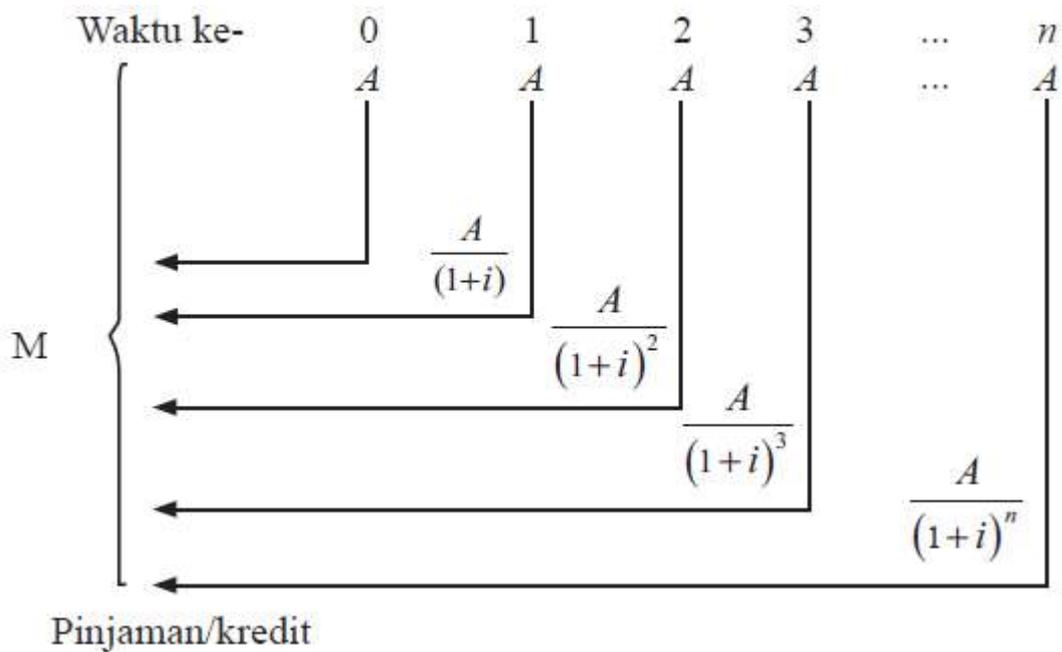
E. Anuitas

Anuitas bukan hal yang baru dalam kehidupan ekonomi semisal sistem pembayaran sewa rumah, atau angsuran kredit (motor, rumah, bank, dll) atau pun uang tabungan kita di bank yang setiap bulan mendapatkan bunga, semuanya merupakan contoh konkret dari anuitas.

Ada dua macam anuitas, yaitu:

1. Anuitas pasti yaitu anuitas yang tanggal pembayarannya mulai dan terakhirnya pasti. Contoh: KPR, kredit bank, kredit mobil, dll.
2. Anuitas tidak pasti, yaitu anuitas yang jangka pembayarannya tidak pasti. Contohnya pembayaran santunan asuransi kecelakaan.

Misalkan modal sebesar M dipinjamkan tunai (*cash*), dengan suku bunga i per periode waktu dan harus dilunasi dalam n anuitas setiap periode waktu. Sebagai catatan, besarnya anuitas selalu tetap. Bagaimana cara menentukan besar anuitas? Misalkan M adalah modal yang dipinjamkan secara tunai dengan suku bunga i (dalam persentase) dan anuitasnya A . Kita dapat membuat gambaran perhitungan anuitas A sebagai berikut.



Dari ilustrasi di atas dapat dibentuk pembayaran anuitas untuk waktu:

$$\text{Anuitas pertama} : M_1 = \frac{A}{(1+i)}$$

$$\text{Anuitas kedua} : M_2 = \frac{A}{(1+i)} + \frac{A}{(1+i)^2}$$

$$\text{Anuitas ketiga} : M_3 = \frac{A}{(1+i)} + \frac{A}{(1+i)^2} + \frac{A}{(1+i)^3}$$

$$\text{Anuitas ke-}n : M_n = \frac{A}{(1+i)} + \frac{A}{(1+i)^2} + \frac{A}{(1+i)^3} + \dots + \frac{A}{(1+i)^n}$$

$$M_n = A \left(\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right)$$

Misalkan: $v = \frac{1}{(1+i)} = (1+i)^{-1}$

diperoleh:

$v + v^2 + v^3 + \dots + v^n$ dimana : $v < 1$

$$\begin{aligned} v + v^2 + v^3 + \dots + v^n &= \frac{v(1-v^n)}{1-v} \\ &= \frac{1-v^n}{\frac{1}{v}-1} \\ &= \frac{1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{(1+i)-1} \\ &= \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \end{aligned}$$

Sehingga Anuitas ke- n menjadi:

$$M_n = A \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \quad \Leftrightarrow \quad A = M \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

Dengan:

A = besar anuitas

M = modal/total pinjaman

i = tingkat suku bunga

n = banyaknya anuitas

Contoh :

Ibu Depi membeli sebuah sepeda motor dari dealer yang menggunakan sistem anuitas pada pembayaran kreditnya. Harga motor tersebut adalah Rp10.000.000,00 dengan menggunakan tingkat suku bunga 4% per tahun. Ibu Depi berencana melunaskan kreditnya dengan 6 kali anuitas. Hitunglah besar anuitas yang dibayarkan oleh Ibu Depi?

Penyelesaian

Dari masalah tersebut dapat diketahui :

$M = \text{Rp}10.000.000,00$; $i = 4\% = 0,04$; $n = 6$

Maka besar anuitasnya:

$$A = 10.000.000 \times \left(\frac{0,04}{1-(1+0,04)^{-6}} \right)$$

$$A = 10.000.000 \times \left(\frac{0,04}{0,209685474} \right)$$

$$A = 10.000.000 \times (0,190761903) = 1.907.619$$

Maka besar anuitas yang dibayarkan tiap pembayarannya sebesar Rp1.907.619,00.

F. Latihan Soal

1. Seseorang menabung Rp800.000,00 pada tahun pertama. Tiap tahun tabungannya ditambah dengan Rp15.000,00 lebih banyak daripada tahun sebelumnya. Berapakah jumlah simpanannya pada akhir tahun ke-10?
2. Kenaikan harga barang-barang disebut inflasi. Berdasarkan analisis, ekonomi Indonesia akan mengalami inflasi sebesar 8% per tahun selama 5 tahun mendatang. Apabila harga emas sekarang ini adalah Rp200.000,00 per gram, tentukan harga emas tersebut empat tahun lagi!
3. Seseorang menabung sejumlah uang di bank dan mendapat bunga majemuk 10% setahun. Satu tahun sesudah menabung dan setiap tahun berikutnya, diambil Rp100.000,00 untuk keperluan hidupnya. Berapakah uang yang harus ditabung sehingga setiap tahun ia dapat mengambil Rp100.000,00?
4. Sebuah mobil seharga Rp600.000.000,00,- mengalami penyusutan harga setiap tahun membentuk barisan geometri dengan rasionya adalah 1. Hitunglah harga mobil pada tahun ke-5!

Kemudian untuk bisa mengetahui tingkat pemahaman tentang materi barisan dan deret aritmatika, dapat kalian kerjakan soal pada link <https://s.id/BUNGA>

G. Rangkuman

1. Bunga Tunggal : $M_n = M_o(1 + n \cdot i)$
2. Bunga Majemuk : $M_n = M_o(1 + i)^n$
3. Pertumbuhan : $P_n = P_o(1 + i)^n$
4. Peluruhan : $P_n = P_o(1 - i)^n$
5. Anuitas :

$$M_n = A \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \quad \Leftrightarrow \quad A = M \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

H. Daftar Pustaka

Sinaga, Bornok dkk. 2014. Buku Siswa Kelas XI Kurikulum 2013 edisi revisi 2017. Jakarta: Kemendikbud.