

**Rencana Pelaksanaan Pembelajaran
Pembelajaran Jarak Jauh (PJJ)**

Sekolah	: SMA N 1 Bojong	Kelas/Semester	: 11 / 1 (Ganjil)
Mata Pelajaran	: Matematika Wajib	Alokasi Waktu	: 1 x 3 JP (25 Menit)

Pertemuan Ke- : 1 | Materi Pokok : Matriks

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.3. Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose	3.3.5 Menjelaskan operasi perkalian matriks
4.3. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya	4.3.5 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan operasi perkalian matriks

Tujuan Pembelajaran:

Melalui pendekatan saintifik dengan mengembangkan model pembelajaran *Discovery Learning* dan metode diskusi, peserta didik dapat menganalisis konsep matriks dan transpose matriks pada matriks dengan mengembangkan sikap religius, mandiri, jujur, penuh tanggung jawab, teliti, bekerja keras dan bekerja sama

Materi Ajar	Metode Pembelajaran	Alat dan Bahan Belajar
Perkalian Matriks	1. Pendekatan Saintifik 2. Metode Pembelajaran: Diskusi, tanya jawab, kolaborasi 3. Model Pembelajaran: <i>Discovery Learning</i>	LKPD, <i>Google Classroom</i> <i>WAG</i> , <i>Youtube</i> , <i>Google Form</i> , <i>PPT</i> , Alat: Laptop atau HP Android

Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan/Sintaks	Deskripsi Kegiatan
Pendahuluan	1. Guru memberi salam dan berdoa sebelum pembelajaran dimulai, dilanjutkan dengan mengecek kehadiran peserta didik dengan <i>google classroom</i> (PPK Religius, Integritas, T-PACK) 2. Siswa diajak untuk berolah raga atau meregangkan otot yang kaku dengan senam otak 3. Guru menyampaikan perintah untuk melakukan aktifitas dengan menggunakan Grup WA dan <i>Google Classroom</i> dari rumah dan tetap mengingatkan untuk menjaga protokol kesehatan 4. Guru mengaitkan materi pembelajaran yang akan dilakukan dengan pengalaman peserta didik dengan materi sebelumnya
Kegiatan Inti	1. Guru menyampaikan sutau permasalahan tentang operasi matriks perkalian dalam bentuk pernyataan tersirat dan meminta siswa untuk mensearch mengenai masalah perkalian matriks baik dengan <i>google search</i> atau <i>youtube</i> (literasi)

	<ol style="list-style-type: none"> Peserta didik diberi kesempatan untuk mengidentifikasi hal yang belum dipahami, dan pertanyaan dengan bersikap kritis Peserta didik dibentuk dalam kelompok virtual di WAG dan <i>Google Classroom</i> untuk mendiskusikan dan saling bertukar informasi pada permasalahan kesamaan dan operasi matriks pada LKPD di desmos yang tertaut di <i>google classroom</i> (kolaborasi) Peserta didik diperbolehkan mengakses sumber belajar yang lain (mengumpulkan informasi) Peserta didik diminta untuk menyelesaikan masalah tersebut (Verification) Peserta didik mempresentasikan hasil kerja kelompok atau individu secara klasikal di <i>google classroom/whatsapp</i> dan kemudian disimpulkan. (komunikasi, generalization) Guru dan peserta didik secara bersama-sama membuat kesimpulan tentang materi kesamaan matriks dan operasi penjumlahan dan pengurangan. (Kreatif)
Penutup	<ol style="list-style-type: none"> Guru memberikan postest materi hari ini melalui Quizizz Guru memberikan penguatan materi Guru menyampaikan rencana pembelajaran selanjutnya Salam dan doa penutup. Tidak lupa untuk mengingatkan untuk tetap jaga kesehatan dan jaga kebersihan.

Sumber Belajar:

- Sinaga, Bornok, dkk. 2017. *Buku Siswa Matematika XI*. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan
- Sumber belajar Kemdikbud: <https://bit.ly/3mCmZR5>

Penilaian:

- Penilaian tertulis yang dikirim pada *Google Classroom*
- Ketrampilan :Penugasan
- Sikap :keaktifan dan kehadiran siswa di kelas online

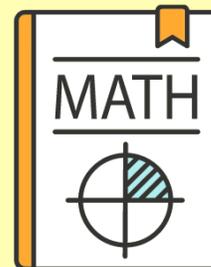
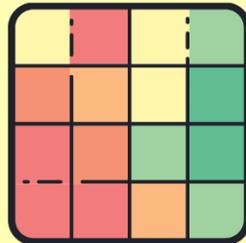
Mengetahui
Kepala SMA N 1 Bojong

Bojong, Juli 2020
Guru Mapel

Drs. Bambang Wirudi
NIP. 19660204 199003 1 011

Dina Radlia, S.Pd.
NIP. 19880328 201902 2 002

BAHAN AJAR MATEMATIKA WAJIB KD
3.3/4.3



DREAM BIG,
WORK HARD,
MAKE IT
happen.



MATRIKS #3

KELAS XI

SMA N 1 BOJONG PEKALONGAN

DINA RADLIA

MATRIKS



KOMPETENSI DASAR

- 3.3 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian serta transpose
- 4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan Operasinya



MATERI POKOK/SUB MATERI POKOK

Matriks / Perkalian Skalar dengan Matriks, Perkalian Matriks dengan Matriks



TUJUAN PEMBELAJARAN

Melalui kegiatan pembelajaran menggunakan model *Discovery Learning* berbasis 4C, TPACK, literasi, dan PPK dengan metode diskusi melalui pendekatan *Scientific* yang diharapkan siswa terlibat aktif dan bertanggungjawab dalam menyampaikan pendapat, menjawab pertanyaan, memberi saran dan kritik, memiliki sifat jujur dan disiplin dalam menyelesaikan tugas dari guru yaitu tugas individu maupun kelompok, serta mampu mendefinisikan matriks, membuat matriks dari soal cerita dan menentukan ordo matriks serta menyajikan model matematika dalam bentuk matriks dari suatu masalah nyata yang berkaitan dengan matriks dengan rasa ingin tahu, tanggung jawab, bekerjasama dan toleransi selama proses pembelajaran berlangsung.

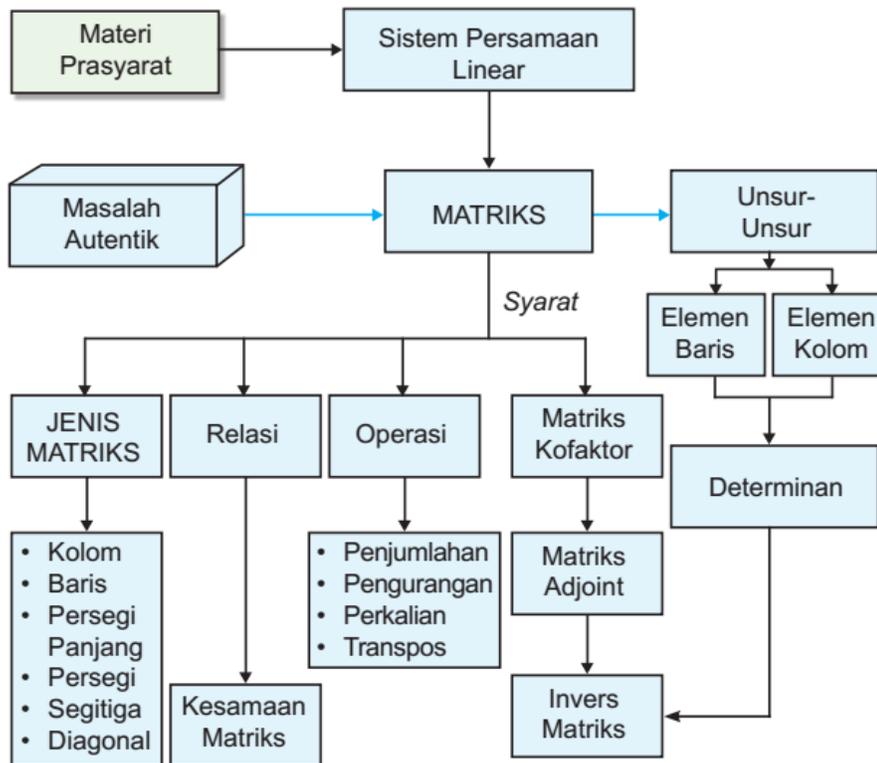


IPK

- 3.3.5 Menjelaskan operasi perkalian matriks
- 4.3.5 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan operasi perkalian matriks



PETA KONSEP



SUMBER BELAJAR

Sinaga, Bornok, dkk. 2017. *Buku Siswa Matematika XI*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Sumber belajar Kemdikbud: Operasi Matriks <https://bit.ly/3mCmZR5>

Sarana Matematika Kalkulator Matriks:

<https://www.desmos.com/matrix?lang=id>



PETUNJUK UMUM

1. Awali dan akhiri membaca modul ini dengan berdoa
2. Pastikan dan fokuskan apa yang akan ada pelajari hari ini

3. Baca dan pahami modul ini dari awal sampai dengan akhir secara bertahap agar kalian memahami modul ini secara utuh
4. Bacalah kegiatan belajar secara runtut dan teliti mulai dari indikatornya, uraian materinya, sampai evaluasi dan umpan baliknya
5. Jangan lupa *browsing internet* atau mencari referensi/buku teks lain agar menambah pengetahuan yang *up to date*
6. Selalu diskusikan setiap persoalan yang ada dengan teman-teman atau guru
7. Kalian sebaiknya tidak membaca kegiatan belajar berikutnya sebelum tuntas memahami kegiatan belajar 1. Demikian seterusnya sampai akhir modul.
8. Selamat belajar, semoga sukses!!



MATERI



PENDAHULUAN

Coba kalian amati permasalahan berikut,

P.T Melodi adalah sebuah perusahaan multinasional yang bergerak di bidang penjualan alat-alat musik. Perusahaan tersebut memiliki beberapa toko penjualan di beberapa kota besar di Indonesia. Persediaan alat-alat olah raga di setiap toko disajikan pada tabel berikut.

Tabel 1.1: Alokasi setiap sumber yang tersedia

Sumber	Jenis Alat Musik			
	Piano	Gitar	Terompet	Seksopon
Medan	95	68	85	75
Surabaya	70	57	120	80
Makasar	85	60	56	90
Yogya	45	90	87	64
Bandung	75	54	90	65

Tabel di bawah ini menyatakan harga satu buah untuk setiap jenis alat musik

Jenis Alat Musik	Harga (Rp)
Piano	15.000.000,-
Gitar	1.500.000,-
Terompet	5.000.000,-
Seksofon	5.000.000,-

Setiap toko di masing-masing kota telah berhasil menjual berbagai jenis alat musik yang disajikan pada tabel berikut.

Berapakah penghasilan kotor dari perusahaan tersebut?
Nah, hal inilah yang akan kita pelajari pada perkalian Matriks



PERKALIAN MATRIKS

Operasi perkalian pada matriks ada dua macam yaitu perkalian matriks dengan skalar dan perkalian matriks dengan matriks.



PERKALIAN MATRIKS DENGAN SKALAR

Jika A adalah sebuah matriks dan k adalah suatu bilangan real maka hasil perkalian skalar dan matriks (kA) berupa matriks baru yang diperoleh dengan mengalikan setiap elemen matriks A dengan k .



Untuk matriks A dan B yang berordo sama dan k_1, k_2 anggota bilangan real maka berlaku sifat-sifat berikut.

1. Jika $k, l \in R$, matriks $A = (a_{ij})$ berordo $m \times n$ dan $B = (b_{ij})$ berordo $n \times m$, maka:
 - a. $(k + l)A = kA + lA$ dan $(k - l)A = kA - lA$
 - b. $k(BA) = (kB)A$
 - c. $k(lA) = (kl)A$
2. $AB \neq BA$, yaitu tidak berlaku sifat komutatif
3. Untuk sembarang $k \in R$, $A = (a_{ij})$, dan $B = (b_{ij})$, maka:
 - a. $(kA)B = k(AB)$
 - b. $(Ak)B = A(kB)$
 - c. $(AB)k = A(Bk)$



Contoh:

a. Jika $H = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, maka $2.H = \begin{bmatrix} 2 \times 2 & 2 \times 7 \\ 2 \times 3 & 2 \times 5 \\ 2 \times 1 & 2 \times 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 14 \\ 6 & 10 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$

$$\text{b. Jika } L = \begin{bmatrix} 12 & 30 & 13 \\ 0 & 24 & 18 \\ 3 & -3 & -12 \end{bmatrix}, \text{ maka } \frac{1}{3}L = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \times 12 & \frac{1}{3} \times 30 & \frac{1}{3} \times 15 \\ \frac{1}{3} \times 0 & \frac{1}{3} \times 24 & \frac{1}{3} \times 18 \\ \frac{1}{3} \times 3 & \frac{1}{3} \times (-3) & \frac{1}{3} \times (-12) \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{3}L = \begin{bmatrix} 4 & 10 & 5 \\ 0 & 8 & 6 \\ 1 & -1 & -4 \end{bmatrix}$$



OPERASI PERKALIAN MATRIKS DENGAN MATRIKS

Apabila matriks $A = (a_{ij})$ adalah matriks yang berordo $m \times p$ Dan matriks $B = (b_{ij})$ adalah matriks yang berordo $q \times n$, maka perkalian matriks A dan B yang dinotasikan dengan AB dapat dilakukan apabila $p = q$. Hasil kali matriks AB didefinisikan sebagai matriks $C = (c_{ij})$ yang berordo $m \times n$ dengan elemen baris ke- I dan kolom ke- j adalah:

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + a_{i3}b_{3j} + \dots + a_{in}b_{ni}$$

Dengan

$$i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n$$



Dua buah matriks dapat dikalikan jika banyaknya kolom matriks pertama sama dengan banyaknya baris pada matriks kedua.

P.T Melodi adalah sebuah perusahaan multinasional yang bergerak di bidang penjualan alat-alat musik. Perusahaan tersebut memiliki beberapa toko penjualan di beberapa kota besar di Indonesia. Persediaan alat-alat olah raga di setiap toko disajikan pada tabel berikut.

Tabel 1.1: Alokasi setiap sumber yang tersedia

Sumber	Jenis Alat Musik			
	Piano	Gitar	Terompet	Seksofon
Medan	95	68	85	75
Surabaya	70	57	120	80
Makasar	85	60	56	90
Yogya	45	90	87	64
Bandung	75	54	90	65

Tabel di bawah ini menyatakan harga satu buah untuk setiap jenis alat musik

Jenis Alat Musik	Harga (Rp)
Piano	15.000.000,-
Gitar	1.500.000,-
Terompet	5.000.000,-
Seksofon	5.000.000,-

Setiap toko di masing-masing kota telah berhasil menjual berbagai jenis alat musik yang disajikan pada tabel berikut.

Kota/ Terjual	Jenis Alat Musik			
	Piano	Gitar	Terompet	Seksofon
Medan	85	56	84	70
Surabaya	55	52	85	65
Makasar	80	48	43	86
Yogya	42	60	67	62
Bandung	72	51	78	60

Amatilah data di atas dan tentukan nilai dari

- Nilai persediaan alat musik seluruhnya!
- Penghasilan kotor perusahaan P.T Melodi

Alternatif penyelesaian:

Misalkan :

- P adalah matriks yang menyatakan persediaan alat musik di setiap kota
- H adalah matriks yang menyatakan harga untuk setiap jenis alat music
- T adalah matriks yang menyatakan banyaknya barang yang telah berhasil di jual di setiap kota.

Sumber	Jenis Alat Musik			
	Piano	Gitar	Terompet	Seksofon
Medan	95	68	85	75
Surabaya	70	57	120	80
Makasar	85	60	56	90
Yogya	45	90	87	64
Bandung	75	54	90	65

Jenis Alat Musik	Harga (Rp)
Piano	15.000.000,-
Gitar	1.500.000,-
Terompet	5.000.000,-
Seksofon	5.000.000,-

$$P = \begin{pmatrix} 95 & 68 & 85 & 75 \\ 70 & 57 & 120 & 80 \\ 85 & 60 & 56 & 90 \\ 45 & 90 & 87 & 64 \\ 75 & 54 & 90 & 65 \end{pmatrix} \text{ dan } H = \begin{pmatrix} 15000000 \\ 1500000 \\ 5000000 \\ 5000000 \end{pmatrix} \text{ dan } T = \begin{pmatrix} 85 & 56 & 84 & 70 \\ 55 & 52 & 85 & 65 \\ 80 & 48 & 43 & 86 \\ 42 & 60 & 67 & 62 \\ 72 & 51 & 78 & 60 \end{pmatrix}$$

$$\text{Nilai Barang Keseluruhan} = \begin{pmatrix} 95 & 68 & 85 & 75 \\ 70 & 57 & 120 & 80 \\ 85 & 60 & 56 & 90 \\ 45 & 90 & 87 & 64 \\ 75 & 54 & 90 & 65 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 15000000 \\ 1500000 \\ 5000000 \\ 5000000 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 95(15000000) + 68(1500000) + 85(5000000) + 75(5000000) \\ 70(15000000) + 57(1500000) + 120(5000000) + 80(5000000) \\ 85(15000000) + 60(1500000) + 56(5000000) + 90(5000000) \\ 45(15000000) + 90(1500000) + 87(5000000) + 64(5000000) \\ 75(15000000) + 54(1500000) + 90(5000000) + 65(5000000) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1425000000 + 102000000 + 425000000 + 375000000 \\ 1050000000 + 85500000 + 600000000 + 400000000 \\ 1275000000 + 80000000 + 280000000 + 450000000 \\ 675000000 + 135000000 + 435000000 + 320000000 \\ 11255000000 + 81000000 + 450000000 + 325000000 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2327000000 \\ 2135500000 \\ 2805000000 \\ 7640000000 \\ 19810000000 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan hasil perhitungan di atas, diperoleh nilai barang keseluruhan di setiap took di masing-masing kota adalah

$$\text{Nilai Inventori Barang} = \begin{pmatrix} 2327000000 \\ 2135500000 \\ 2805000000 \\ 7640000000 \\ 1981000000 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Medan} \\ \text{Surabaya} \\ \text{Makasar} \\ \text{Yogya} \\ \text{Bandung} \end{matrix}$$

Dari sini dapat disimpulkan bahwa penghasilan kotor PT. Melodi di kota Medan sebesar Rp 2.327.000.000, di kota Surabaya Rp 2.135.500.000, di kota Makasar sebesar Rp2.805.000.000 , di kota Yogya sebesar Rp7.640.000.00, dan di di kota Bandung sebesar Rp 1.981.000.000



Dari perkalian matriks berordo $m \times n$ dengan ordo $n \times p$ menghasilkan matriks berordo $m \times p$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f & g \\ h & i & j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae + bh & af + bi & ag + bj \\ ce + dh & cf + di & cg + dj \end{pmatrix}$$



Sifat-sifat Perkalian Matriks dengan matriks:

1. Untuk $A = (a_{ij}), B = (b_{ij}),$ dan $C = (C_{ij}),$ maka:
 - a. $A(BC) = (AB)C,$ jika AB dan BC terdefinisi, atau memenuhi sifat asosiatif
 - b. $A(B + C) = AB + AC,$ jika $AB, AC,$ dan $B + C$ terdefinisikan. Sifat ini disebut distributif kiri terhadap penjumlahan.
2. Identitas

$$A.I = A.I = A$$
3. Tidak komutatif

$$A.B \neq B.A$$
4. Pangkat

$$A^2 = A.A \qquad A^3 = A^2.A = 1$$
5. Transpose

$$(A.B)^t = B^t.A^t$$

Contoh:

Tentukan hasil perkalian matriks $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

Jawab:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2+2.1 & 1.3+2.2 & 1.4+2.0 \\ 3.2+4.1 & 3.3+4.2 & 3.4+4.0 \\ 5.2+6.1 & 5.3+6.2 & 5.4+6.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 4 \\ 10 & 17 & 12 \\ 16 & 27 & 20 \end{bmatrix}$$

**PEMANGKATAN MATRIKS**

Pemangkatan matriks hanya berlaku pada matriks persegi yang didefinisikan sebagai berikut:

Jika r dan s adalah bilangan bulat maka berlaku $A^r A^s = A^{(r+s)}$ dan $(A^r)^s = A^{rs}$

Misalkan matriks A adalah matriks persegi $n \times n$ maka $A^2 = AA$

Jika A matriks persegi maka $A^0 = I$ dan $A^n = A.A^{n-1}$, dengan $n > 0$

Contoh:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, maka $A^2 \cdot B$ adalah ...

Jawab:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-8 & 2+6 \\ -4-12 & -8+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 8 \\ -16 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^2 \cdot B = \begin{pmatrix} -7 & 8 \\ -16 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7+24 & 7+0 & 16+(-16) \\ -16-48 & 16+0 & -32+32 \end{pmatrix}$$

$$A^2 \cdot B = \begin{pmatrix} 17 & 7 & 0 \\ -64 & 16 & 0 \end{pmatrix}$$



RANGKUMAN

Sifat-sifat Perkalian Matriks

1. Jika $k, l \in R$, matriks $A = (a_{ij})$ berordo $m \times n$ dan $B = (b_{ij})$ berordo $n \times m$, maka:
 - d. $(k + l)A = kA + lA$ dan $(k - l)A = kA - lA$
 - e. $k(BA) = (kB)A$
 - f. $k(lA) = (kl)A$
2. $AB \neq BA$, yaitu tidak berlaku sifat komutatif
3. Untuk sembarang $k \in R$, $A = (a_{ij})$, dan $B = (b_{ij})$, maka:
 - d. $(kA)B = k(AB)$
 - e. $(Ak)B = A(kB)$
 - f. $(AB)k = A(Bk)$
4. Untuk $A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$, dan $C = (c_{ij})$, maka:
 - c. $A(BC) = (AB)C$, jika AB dan BC terdefinisi, atau memenuhi sifat asosiatif
 - d. $A(B + C) = AB + AC$, jika AB , AC , dan $B + C$ terdefiniskan. Sifat ini disebut distributif kiri terhadap penjumlahan.



LATIHAN SOAL

Untuk menilai pemahaman kalian akan materi ini silahkan kalian coba mengerjakan soal pada quizizz dengan link berikut, semoga sukses dan tetap jaga kejujuran.

quizizz.com/join?gc=43668752



PENILAIAN DIRI

Setelah kalian belajar bertahap dan berlanjut, silahkan untuk mengukur diri kalian terhadap materi yang telah kalian pelajari. Jawablah sejujurnya terkait dengan kegiatan belajar pada modul ini

Silahkan untuk penilaian diri, Anda bisa mengklik link tersebut. Terimakasih.

<https://bit.ly/3ckD5tV>

No	Pertanyaan	Ya	Tidak
1	Apakah Anda mampu menjelaskan tentang operasi perkalian matriks dengan skalar		
2	Apakah Anda mampu menjelaskan tentang operasi perkalian matriks dengan matriks		
3	Apakah Anda mampu menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan perkalian matriks dengan skalar		
4	Apakah Anda mampu menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan perkalian matriks dengan matriks		
5	Bila ada jawaban yang masih banyak berespon "tidak", silahkan lakukan review pembelajaran terutama pada bagian yang masih berespon "tidak". Bila semua jawaban bernilai "Ya" maka Anda dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya. Apakah Anda sudah siap melanjutkan ke pembelajaran berikutnya?		



DAFTAR PUSTAKA

Sinaga, Bornok, dkk. 2017. *Buku Siswa Matematika XI*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

e-modul 2019. Direktorat Pembinaan SMA-Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. Matriks.

UKBM MATEMATIKA bab MATRIKS. Sekolah berbasis SKS Provinsi Jawa Tengah.