

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan : SMKN 1 Kendal Ngawi	KD : 3.6 dan 4.6
Mata Pelajaran : Matematika	Bidang Keahlian : Semua Bidang Keahlian
Kelas/Semester : X/2 (Genap)	Alokasi Waktu : 1 jam Pelajaran
Materi : Barisan Dan Deret Geometri	

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mengikuti proses pembelajaran, peserta didik diharapkan dapat menentukan rumus suku ke-n barisan geometri dengan tepat

B. KEGIATAN PEMBELAJARAN

Pendahuluan	<p><i>Tatap Muka</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Peserta didik memberi salam, berdoa - Guru mengecek kehadiran peserta didik dan memberi motivasi - Guru menyampaikan tujuan dan manfaat pembelajaran tentang topik yang akan diajarkan - Guru menyampaikan garis besar cakupan materi dan langkah pembelajaran
Kegiatan Inti	<p><i>Tatap Muka</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Peserta didik diberi motivasi dan panduan untuk melihat, mengamati, membaca dan menuliskannya kembali. Mereka diberi bahan bacaan/ handout terkait materi barisan Geometri (<i>Creative</i>)
<i>Langkah 1. seeking of information</i>	
<i>Langkah 2. acquisition of information</i>	<p><i>Tatap Muka</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Guru membentuk beberapa kelompok peserta didik untuk berdiskusi. - Peserta didik mendiskusikan, mengumpulkan informasi, mempresentasikan ulang, dan saling bertukar informasi mengenai menemukan rumus ke-n Barisan Geometri melalui LKPD yang dibagikan Guru (<i>Collaboration</i>) - Peserta didik membuat rangkuman hasil diskusi yang dikerjakan di buku tugas masing-masing peserta didik (<i>Critical Thinking</i>)
<i>Langkah 3. synthesizing of knowledge</i>	<p><i>Tatap Muka</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Peserta didik mempresentasikan hasil diskusi yang telah mereka simpulkan (<i>Communication</i>) - Peserta didik kemudian diberi kesempatan untuk menanggapi kelompok yang presentasi - Peserta didik kemudian diberi kesempatan menanyakan kembali hal-hal yang belum dipahami
Penutup	<p><i>Tatap Muka</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Guru bersama peserta didik merefleksikan pengalaman belajar - Guru memberikan penilaian pembelajaran - Guru memberikan penguatan pembelajaran dengan menyampaikan manfaat pembelajaran - Guru menyampaikan rencana pembelajaran pada pertemuan berikutnya dan berdoa - Guru menutup pertemuan dengan salam

C. PENILAIAN

Pengetahuan	Keterampilan	Sikap
a. Di akhir pertemuan diberikan test tertulis untuk mengukur pengetahuan tentang barisan geometri.	a. Di akhir pertemuan diberikan test tertulis untuk mengukur keterampilan apakah siswa mampu menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan geometri	<ol style="list-style-type: none"> 1. Bersyukur terhadap apa yang ada di lingkungan sekitar. 2. Kerja sama dalam mengamati objek. 3. Jujur dalam membuat kesimpulan 4. Tanggung jawab dalam menulis objek yang diamati. 5. Disiplin dalam menyelesaikan.

Mengetahui,
Kepala SMKN 1 Kendal

Ngawi, 5 Januari 2022
Guru Mapel

Drs. AGUS SETYABUDI
NIP. 19660814 199203 1 011

ARDIAN TRI H., S.Pd.Si., Gr.

LAMPIRAN

Lampiran Penilaian

a. Sikap

- Penilaian Observasi

Penilaian observasi berdasarkan pengamatan sikap dan perilaku peserta didik sehari-hari, baik terkait dalam proses pembelajaran maupun secara umum. Pengamatan langsung dilakukan oleh guru. Berikut contoh instrumen penilaian sikap

No	Nama Siswa	Aspek Perilaku yang Dinilai				Jumlah Skor	Skor Sikap	Kode Nilai
		BS	JJ	TJ	DS			
1	Adi	75	75	50	75	275	68,75	C
2	

Keterangan :

- BS : Bekerja Sama
- JJ : Jujur
- TJ : Tanggun Jawab
- DS : Disiplin

Catatan :

1. Aspek perilaku dinilai dengan kriteria:
100 = Sangat Baik
75 = Baik
50 = Cukup
25 = Kurang
2. Skor maksimal = jumlah sikap yang dinilai dikalikan jumlah kriteria = $100 \times 4 = 400$
3. Skor sikap = jumlah skor dibagi jumlah sikap yang dinilai = $275 : 4 = 68,75$
4. Kode nilai / predikat :
75,01 – 100,00 = Sangat Baik (SB)
50,01 – 75,00 = Baik (B)
25,01 – 50,00 = Cukup (C)
00,00 – 25,00 = Kurang (K)
5. Format di atas dapat diubah sesuai dengan aspek perilaku yang ingin dinilai

- Penilaian Diri

Seiring dengan bergesernya pusat pembelajaran dari guru kepada peserta didik, maka peserta didik diberikan kesempatan untuk menilai kemampuan dirinya sendiri. Namun agar penilaian tetap bersifat objektif, maka guru hendaknya menjelaskan terlebih dahulu tujuan dari penilaian diri ini, menentukan kompetensi yang akan dinilai, kemudian menentukan kriteria penilaian yang akan digunakan, dan merumuskan format penilaiannya. Jadi, singkatnya format penilaiannya disiapkan oleh guru terlebih dahulu.

Berikut Contoh format penilaian :

No	Pernyataan	Ya	Tidak	Jumlah Skor	Skor Sikap	Kode Nilai
1	Selama diskusi, saya ikut serta mengusulkan ide/gagasan.	50		250	62,50	C
2	Ketika kami berdiskusi, setiap anggota mendapatkan kesempatan untuk berbicara.		50			
3	Saya ikut serta dalam	50				

	membuat kesimpulan hasil diskusi kelompok.					
4	...	100				

Catatan :

1. Skor penilaian Ya = 100 dan Tidak = 50
2. Skor maksimal = jumlah pernyataan dikalikan jumlah kriteria = $4 \times 100 = 400$
3. Skor sikap = (jumlah skor dibagi skor maksimal dikali 100) = $(250 : 400) \times 100 = 62,50$
4. Kode nilai / predikat :
 - 75,01 – 100,00 = Sangat Baik (SB)
 - 50,01 – 75,00 = Baik (B)
 - 25,01 – 50,00 = Cukup (C)
 - 00,00 – 25,00 = Kurang (K)
5. Format di atas dapat juga digunakan untuk menilai kompetensi pengetahuan dan keterampilan

- **Penilaian Teman Sebaya**

Penilaian ini dilakukan dengan meminta peserta didik untuk menilai temannya sendiri. Sama halnya dengan penilaian hendaknya guru telah menjelaskan maksud dan tujuan penilaian, membuat kriteria penilaian, dan juga menentukan format penilaiannya. Berikut Contoh format penilaian teman sebaya :

Nama yang diamati : ...

Pengamat : ...

No	Pernyataan	Ya	Tidak	Jumlah Skor	Skor Sikap	Kode Nilai
1	Mau menerima pendapat teman.	100		450	90,00	SB
2	Memberikan solusi terhadap permasalahan.	100				
3	Memaksakan pendapat sendiri kepada anggota kelompok.		100			
4	Marah saat diberi kritik.	100				
5	...		50			

Catatan :

1. Skor penilaian Ya = 100 dan Tidak = 50 untuk pernyataan yang positif, sedangkan untuk pernyataan yang negatif, Ya = 50 dan Tidak = 100
2. Skor maksimal = jumlah pernyataan dikalikan jumlah kriteria = $5 \times 100 = 500$
3. Skor sikap = (jumlah skor dibagi skor maksimal dikali 100) = $(450 : 500) \times 100 = 90,00$
4. Kode nilai / predikat :
 - 75,01 – 100,00 = Sangat Baik (SB)
 - 50,01 – 75,00 = Baik (B)
 - 25,01 – 50,00 = Cukup (C)
 - 00,00 – 25,00 = Kurang (K)

Instrumen Penilaian Pengetahuan

Kisi – kisi Soal

Jenjang Pendidikan : SMK

Mata Pelajaran : Matematika

Kurikulum : 2013

Kelas : X

Jumlah Soal : 2

Bentuk Soal : Uraian

KD	MATERI POKOK	INDIKATOR SOAL	BENTUK SOAL	NO SOAL	BUTIR SOAL	DIMENSI	LEVEL PROSES KOGNITIF	TINGKAT KESUKARAN
3.6	Barisan Geometri	3.5.1 Peserta didik dapat menafsirkan unsur lain yang ditanyakan jika diketahui dua suku pada barisan geometri tersebut	Uraian	1	Suatu bakteri akan membelah diri menjadi dua setiap menit. Jika banyaknya bakteri semula ada 6, Tentukan banyaknya bakteri setelah 5 menit !	C5	L3	Mudah
				2	Suku pertama dan suku kedua suatu deret geometri berturut-turut adalah a^{-4} dan a^x . Jika suku kedelapan adalah a^{52} , maka Tentukan nilai x !	C5	L3	Sedang

Soal

Jawablah soal berikut dengan tepat !

1. Suatu bakteri akan membelah diri menjadi dua setiap menit. Jika banyaknya bakteri semula ada 6, Tentukan banyaknya bakteri setelah 5 menit !
2. Suku pertama dan suku kedua suatu deret geometri berturut-turut adalah a^{-4} dan a^x . Jika suku kedelapan adalah a^{52} , Tentukan nilai x !

Kunci dan Penyelesaian

No	Pembahasan	Skor
1	<p>Penyelesaian :</p> <p>Banyak bakteri semula = $a = 6$</p> <p>Membelah menjadi 2 = rasio = $r = 2$</p> <p>Banyak bakteri setelah menit ke-5 (menit ke-0 juga dihitung) dapat ditentukan dengan menghitung suku ke-(5+1) = suku ke-6</p> $U_n = ar^{n-1}$ $U_6 = 6 \cdot 2^{6-1}$ $U_6 = 6 \cdot 2^5$ $U_6 = 6 \cdot 32$ $U_6 = 192$	50
2	<p>Penyelesaian :</p> $U_1 = a^{-4}, U_2 = a^x, \text{ maka } r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{a^x}{a^{-4}} = a^{x+4}$ $U_8 = ar^7$ $a^{52} = a^{-4} (a^{x+4})^7$ $a^{52} = a^{-4} a^{7x+28}$ $a^{52} = a^{7x+24}$ $52 = 7x + 24$ $7x = 28$ $x = 4$	50
	TOTAL SKOR	100

LAMPIRAN LKPD

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

SATUAN PENDIDIKAN : SMKN 1 KENDAL NGAWI
MATA PELAJARAN : MATEMATIKA
KELAS /SEMESTER : X (SEPULUH) / II (DUA)
MATERI POKOK : BARISAN DAN DERET
GEOMETRI

Identitas Kelompok

Anggota Kelompok : 1.
2.
3.
4.

A. Kompetensi Dasar (KD)

3.5. Menganalisis barisan dan deret geometri

B. Tujuan Pembelajaran

Setelah berdiskusi dan menggali informasi peserta didik dapat :

1. Mengidentifikasi barisan geometri yang diberikan dengan benar
2. Menentukan rumus suku ke-n barisan geometri dengan tepat

Petunjuk

1. Diskusikan Lembar Kerja Peserta Didik dengan teman kelompokmu
2. Bacalah bahan ajar yang diberikan atau sumber lain untuk menyelesaikan kegiatan pada LKPD
3. Jawablah pertanyaan pada LKPD dengan berdiskusi dengan temanmu
4. Apabila ada hal yang belum dimengerti, tanyakanlah kepada guru

KEGIATAN 1:

1. Ambilah selembar kertas.
2. Lipatlah kertas tersebut menjadi 2 bagian yang sama besar. Amati ada berapa banyak bagian kertas yang terjadi?
3. Kertas yang terlipat tadi, dilipat dua lagi. Ada berapa banyak bagian kertas yang terjadi?
4. Ulangi cara melipat seperti di atas sampai lipatan yang kelima, kemudian tuliskan banyak lipatan-lipatan tadi pada tabel berikut.

Lipatan ke-1kertas
Lipatan ke-2 kertas
Lipatan ke-3kertas
Lipatan ke-4kertas
Lipatan ke-5kertas

Jika kita bentuk dalam suatu urutan naik akan diperoleh urutan/barisan sebagai berikut

.....,,,

Disebut apakah barisan tersebut?

.....

KEGIATAN 2

Perhatikan dan amati barisan-barisan berikut.

1. 3, 6, 12, 24, 48,
2. 2, 6, 18, 54, 162, ...
3. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$
4. 5, 10, 20, 40, 80, ...
5. 1, 3, 5, 7, 9, ...
6. 2, 5, 8, 11, 14, ...

Manakah di antara barisan-barisan di atas yang merupakan barisan geometri?

Apakah keistimewaan dari barisan-barisan yang merupakan barisan geometri di atas?

Lengkapilah tabel berikut.

NO	Barisan	$\frac{U_2}{U_1}$	$\frac{U_3}{U_2}$	$\frac{U_4}{U_3}$	$\frac{U_5}{U_4}$	$\frac{U_n}{U_{n-1}}$
1	3, 6, 12, 24, 48,

Dari data di atas maka diperoleh simpulan

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \dots = \dots = \dots \text{ yang disebut dengan } \mathbf{rasio} \text{ ditulis } r$$

KEGIATAN 3

Perhatikan barisan geometri berikut, dan isilah 3 suku berikutnya dengan benar..

1. 1, 3, 9, 27,,,
2. 32, 16, 8, 4,,, ...
3. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \dots, \dots$

Diketahui sebuah barisan geometri suku pertamanya 2, dan pengali(rasio)nya 3. Isilah titik-titik berikut dengan benar.

$$U_1 = 2$$

$$U_2 = 6 = 2 \times 3$$

$$U_3 = 18 = \dots \times 3^2$$

$$U_4 = \dots = 2 \times 3^{\dots}$$

.

.

.

$$U_{10} = \dots \times \dots$$

.

.

.

$$U_n = \dots \times \dots$$

Misalkan sebuah barisan geometri *suku pertamanya* a , dan pengali(*rasio*)nya r . Isilah titik-titik berikut dengan benar.

$$U_1 = a$$

$$U_2 = a \times r$$

$$U_3 = U_2 \times r = (a \times r) \times r = a \times r^{\dots}$$

$$U_4 = (a \times r^{\dots}) \times r = a \times r^{\dots}$$

$$U_5 = a \times r^{\dots}$$

.

.

$$U_{10} = \dots \times r^{\dots}$$

.

.

.

$$U_n = \dots \times \dots^{\dots}$$

KESIMPULAN :

Misalkan sebuah barisan geometri dengan suku pertama a dan rasionya r , maka rumus suku ke- n dari barisan geometri tersebut adalah

$$U_n = \dots \times \dots^{\dots}$$

Kunci Jawaban Lembar Kerja Peserta Didik

KEGIATAN 1:

Lipatan ke-1	2 kertas
Lipatan ke-2	4 kertas
Lipatan ke-3	8 kertas
Lipatan ke-4	16 kertas
Lipatan ke-5	32 kertas

Jika kita bentuk dalam suatu urutan naik akan diperoleh urutan/barisan sebagai berikut

2, 4, 8, 16, 32

Disebut apakah barisan tersebut? Barisan Geometri.

KEGIATAN 2

Manakah di antara barisan-barisan di atas yang merupakan barisan geometri?

3, 6, 12, 24, 48,

$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

5, 10, 20, 40, 80, ...

Apakah keistimewaan dari barisan-barisan yang merupakan barisan geometri di atas?

Dari barisan sebelumnya ke barisan yang berikutnya dikalikan dengan angka yang sama.

Atau jika setiap barisan dibagi dengan barisan sebelumnya akan selalu menghasilkan angka yang sama.

Lengkapilah tabel berikut.

NO	Barisan	$\frac{U_2}{U_1}$	$\frac{U_3}{U_2}$	$\frac{U_4}{U_3}$	$\frac{U_5}{U_4}$	$\frac{U_n}{U_{n-1}}$
1	3, 6, 12, 24, 48,	2	2	2	2		2
2	$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$
3	5, 10, 20, 40, 80, ...	2	2	2	2		2

Dari data di atas maka diperoleh simpulan

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = \dots = \frac{U_5}{U_4} \text{ yang disebut dengan } \textit{rasio} \text{ ditulis } r$$

KEGIATAN 3

Perhatikan barisan geometri berikut, dan isilah 3 suku berikutnya dengan benar..

1, 3, 9, 27, 81, 243, 729

32, 16, 8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}$

Diketahui sebuah barisan geometri suku pertamanya 2, dan pengali(rasio)nya 3. Isilah titik-titik berikut dengan benar.

$$U_1 = 2$$

$$U_2 = 6 = 2 \times 3$$

$$U_3 = 18 = 2 \times 3^2$$

$$U_4 = 64 = 2 \times 3^3$$

.

.

.

$$U_{10} = 2 \times 3^9$$

.

.

.

$$U_n = 2 \times 3^{n-1}$$

Misalkan sebuah barisan geometri *suku pertamanya* a , dan pengali(*rasio*)nya r . Isilah titik-titik berikut dengan benar.

$$U_1 = a$$

$$U_2 = a \times r$$

$$U_3 = U_2 \times r = (a \times r) \times r = a \times r^2$$

$$U_4 = (a \times r^2) \times r = a \times r^3$$

$$U_5 = a \times r^4$$

.

.

$$U_{10} = a \times r^9$$

.

.

.

$$U_n = a \times r^{n-1}.$$

SIMPULAN :

Misalkan sebuah barisan geometri dengan suku pertama a dan rasionya r , maka rumus suku ke- n dari barisan geometri tersebut adalah

$$U_n = a \times r^{n-1}.$$

LAMPIRAN

HAND OUT

DISUSUN OLEH : ARDIAN TRI HERTANTO $P = mg$

BARISAN

&

DERET

GEOMETRI



MATEMATIKA SMK KELAS X SEMESTER GENAP

Kompetensi Inti (KI)

KI.1	Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
KI.2	Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, pro-aktif, dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia
KI.3	Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan dan peradaban terkait fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
KI.4	Mengolah, menalar, menyaji dan mencipta dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

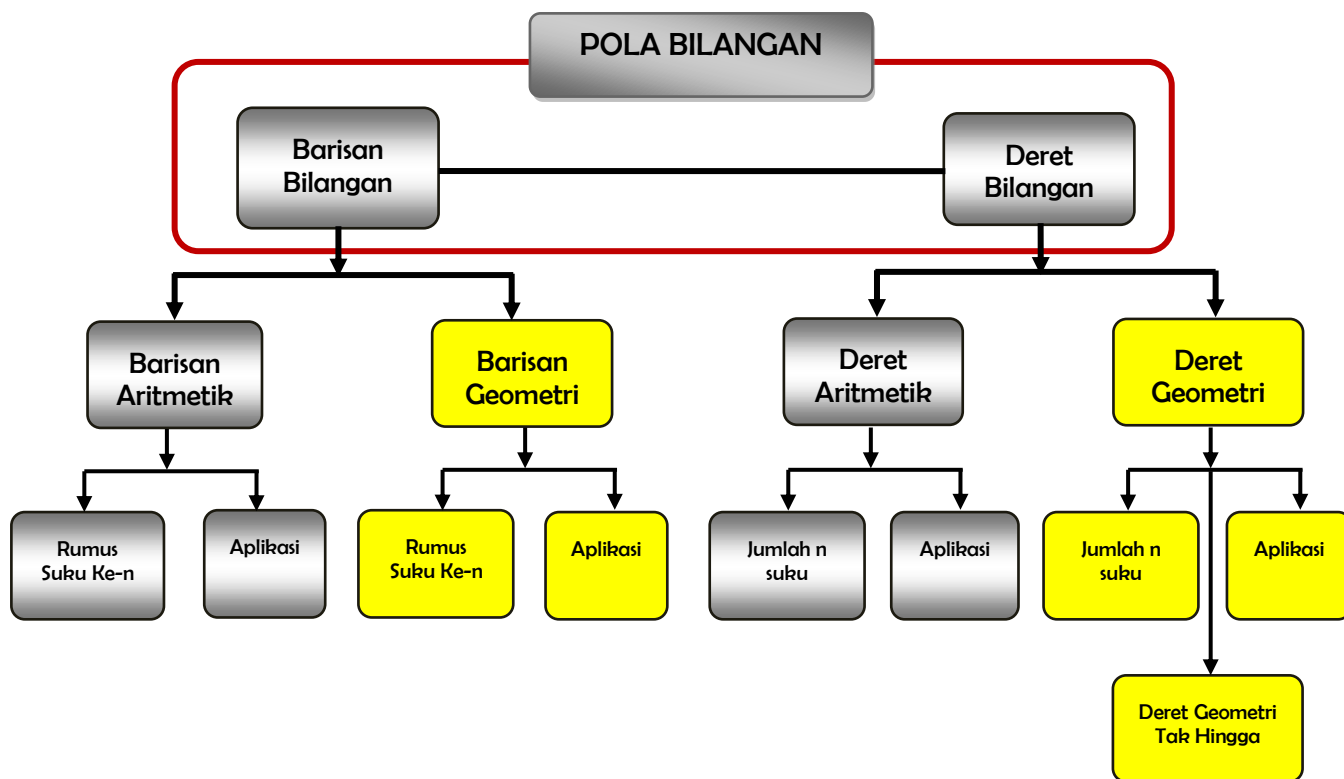
A. Kompetensi Dasar

- 3.6 Menganalisis barisan dan deret geometri.
- 4.6. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret geometri

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.6.1 Menentukan rumus suku ke- n dari suatu barisan geometri
- 3.6.2 Menentukan jumlah n suku pertama dari suatu deret geometri
- 3.6.3 Menentukan jumlah tak hingga dari suatu deret geometri konvergen
- 4.6.1 Memodelkan permasalahan sehari-hari yang dapat dinyatakan sebagai barisan dan deret geometri .
- 4.6.2 Menentukan penyelesaian permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan barisan dan deret geometri.

PETA KONSEP





Tahukah kamu ????

Jika ada seorang pedagang setiap awal bulan menyimpan uangnya di bank sebesar Rp.5.000.000,00 secara berturut-turut selama 2 tahun. Bank tersebut memberikan bunga majemuk sebesar 3% sebulan. Bisakah kita memprediksi jumlah uang pedagang tersebut selama 2 tahun ?



Untuk menghitung jumlah uang pedagang tersebut akan memakan waktu yang lama dan membutuhkan ketelitian, tetapi ada cara yang lebih mudah jika kita mempelajari barisan dan deret geometri. Banyak permasalahan dalam kehidupan sehari-hari lainnya yang bisa diselesaikan dengan mempelajari barisan dan deret geometri.

Mari kita pelajari materi barisan dan deret geometri berikut ini.



KEGIATAN BELAJAR 1

Barisan geometri

Perhatikan bahwa $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$ merupakan contoh barisan geometri. Contoh barisan geometri yang lainnya adalah :

i). $2, 6, 18, 54, \dots$

ii). $5, -10, 20, -40, \dots$

iii). $27, 9, 3, 1, \dots$

Secara umum dapat dikatakan bahwa barisan

$U_1, U_2, U_3, U_4, \dots, U_n$ disebut barisan geometri jika

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = \dots = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \text{konstanta.}$$

Konstanta dalam hal ini disebut dengan **rasio (r)**.

Untuk barisan pada contoh di atas :

i). $\text{rasio} = \frac{6}{2} = \frac{18}{6} = \frac{54}{18} = \dots = 3$

ii). $\text{rasio} = \frac{-10}{5} = \frac{20}{-10} = \frac{-40}{20} = \dots = -2$

iii). $\text{rasio} = \frac{9}{27} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = \dots = \frac{1}{3}$

Barisan geometri ialah barisan yang memiliki rasio atau perbandingan yang tetap (senilai) antara suku-suku yang berurutan.

Rumus umum suku ke – n barisan geometri dengan suku pertama a dan rasio r dapat ditemukan seperti berikut :

$$U_1 = a$$

$$U_2 = ar$$

$$U_3 = ar^2$$

$$U_4 = ar^3$$

$$\text{Jadi } U_n = ar^{n-1}$$

Dimana :

a adalah suku pertama / nilai awal

r adalah rasio

Contoh I:

Dari barisan di bawah ini, manakah yang merupakan barisan geometri ?

a. $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$

b. $2, 4, 12, 48, \dots$

Jawab :

$$\text{a. } \frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{1}{3}}{1} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{U_3}{U_2} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{U_4}{U_3} = \frac{\frac{1}{27}}{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

karena memiliki perbandingan dua suku yang berurutan selalu sama, maka merupakan

barisan geometri dengan rasio (r) = $\frac{1}{3}$

$$\text{b. } \frac{U_2}{U_1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{U_3}{U_2} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{U_4}{U_3} = \frac{48}{12} = 4$$

Karena perbandingan dua suku yang berurutan tidak sama, maka **bukan barisan geometri**

Contoh 2:

Tentukan rumus suku ke – n dan suku ke – 7 pada barisan geometri : 1, 2, 4, 8,

Jawab :

$$a = 1 \text{ dan } r = 2$$

$$\text{Rumus suku ke-n : } U_n = ar^{n-1}$$

$$U_n = 1 \cdot 2^{n-1}$$

$$U_n = 2^{n-1}$$

$$\text{Suku ke – 7 : } U_7 = 2^{7-1}$$

$$U_7 = 2^6$$

$$U_7 = 64$$

Contoh 3

Suku pertama dari suatu barisan geometri sama dengan 128, sedangkan suku ke-4 sama dengan 16,

- Carilah rasio barisan geometri tersebut
- Carilah suku ke – 6
- Suku keberapakah yang nilainya sama dengan 1?

Jawab :

- Rasio barisan geometri tersebut

$$a = 128 \quad \dots(i)$$

$$U_4 = 16 = ar^3 \quad \dots(ii)$$

Persamaan (ii) dibagi persamaan (i) diperoleh

$$\frac{U_4}{a} = \frac{ar^3}{a} = \frac{16}{128}$$

$$r^3 = \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$r = \frac{1}{2}$$

$$\text{Rasio} = \frac{1}{2}$$

- Suku ke – 6

$$U_6 = ar^5 = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 128 \cdot \frac{1}{32} = 4$$

suku ke- 6 adalah 4

- Suku yang nilainya sama dengan 1?

$$U_n = 1$$

$$ar^{n-1} = 1$$

$$128 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{128}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

$$n - 1 = 7$$

$$n = 8$$

Jadi, 1 adalah suku ke – 8

Contoh 4



Sebuah mobil dibeli dengan harga Rp. 80.000.000,00. Setiap tahun nilai jualnya menjadi $\frac{3}{4}$ dari harga sebelumnya. Berapa nilai jual setelah dipakai 3 tahun ?

Jawab :

Kata kunci dalam soal ini adalah “Setiap tahun nilai jualnya menjadi $\frac{3}{4}$ dari harga sebelumnya”, ini artinya rasionya $\frac{3}{4}$ dan termasuk dalam deret geometri.

Yang jadi pertanyaannya adalah suku ke-4 dengan $a = 80.000.000$

$$U_4 = ar^3 = 80.000.000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = 33.750.000$$

Jadi nilai jual mobil setelah dipakai 3 tahun adalah Rp. 33.750.000,00

Contoh 5

Jika ada seorang pedagang setiap awal bulan menyimpan uangnya di bank sebesar Rp. 5.000.000,00 secara berturut-turut selama 2 tahun. Bank tersebut memberikan bunga majemuk sebesar 3% sebulan. Bisakah kita memprediksi jumlah uang pedagang tersebut selama 2 tahun ?

Jawab :

Pada bulan pertama uang pedagang di bank sebesar Rp. 5.000.000,00

Pada bulan kedua uang pedagang di bank bertambah sebesar Rp. 5.000.000 (1,03)

Pada bulan ketiga uang pedagang di bank bertambah sebesar Rp. 5.000.000 (1,03)²

Demikian seterusnya, sehingga pada bulan ke-24 uang pedagang di bank bertambah sebesar Rp. 5.000.000(1,03)²³.

Jumlah uang pedagang setelah 2 tahun menjadi

$$U_{24} = 5.000.000(1,03)^{23}$$

$$U_{24} = 5.000.000(1,974)$$

$$U_{24} = 9.867.933$$

Jadi uang pedagang tersebut selama 2 tahun sekitar Rp. 9.867.933,00



Ayo Berlatih

Kerjakan soal-soal berikut !

1. Tentukan suku pertama, rasio dan U_n , jika
 - a. $U_3 = 18$ dan $U_5 = 162$
 - b. $U_4 = 2$ dan $U_6 = \frac{1}{2}$
2. Suku pertama dari suatu barisan geometri sama dengan 5, sedangkan suku ke-6 sama dengan -160 .
 - a. Carilah rasio
 - b. Carilah suku ke -8
 - c. Suku keberapakah yang nilainya sama dengan -640 ?
3. Pertambahan penduduk suatu kota tiap tahun mengikuti aturan barisan geometri. Pada tahun 2016 pertambahannya sebanyak 6 orang, tahun 2018 sebanyak 54 orang. Berapakah pertambahan penduduk pada tahun 2021?
4. Bakteri A berkembang biak menjadi dua kali lipat setiap lima menit. Setelah 15 menit, banyak bakteri ada 400. Berapa banyak bakteri setelah 30 menit?
5. Sebuah bank memberikan bunga tabungan sebesar 12% pertahun dengan bunga majemuk, yaitu bunganya berbunga lagi setiap setelah satu tahun. Reva menabung di bank tersebut sebesar Rp 200.000,00. Tentukan besar tabungan Reva setelah 4 tahun !
6. Bandul adalah sembarang obyek yang digantungkan pada suatu titik tertentu dan dibiarkan untuk mengayun dengan bebas di bawah pengaruh dari gaya gravitasi. Misalkan ayunan suatu bandul masing-masing panjangnya 0,8 dari ayunan sebelumnya. Lama kelamaan, ayunan bandul tersebut akan semakin pendek dan akan berhenti (walaupun secara teoritis tidak akan pernah berhenti) Seberapa panjangkah ayunan ke-6 dari bandul tersebut, apabila panjang ayunan pertamanya adalah 125 cm?



KEGIATAN BELAJAR 2

Deret Geometri

Seperti halnya dengan deret aritmatika, jika kita memiliki suatu barisan geometri maka dapat dibentuk suatu deret yang merupakan penjumlahan berurut dari suku-suku barisan tersebut, yang disebut **deret geometri**.

Definisi :

Jika diketahui $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ merupakan suku-suku dari barisan geometri, maka $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ disebut deret geometri, dengan $U_n = ar^{n-1}$

Jika S_n merupakan jumlah n suku pertama dari suatu deret geometri, maka rumus umum untuk S_n dapat ditentukan dengan langkah-langkah sebagai berikut :

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n \text{ maka}$$

$$S_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$$

Kalikan S_n dengan r

$$rS_n = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} + ar^n$$

Kurangkan rS_n dengan S_n

$$S_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$$

$$rS_n = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} + ar^n \quad -$$

$$S_n - rS_n = a - ar^n$$

$$S_n(1-r) = a(1-r^n)$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

Jadi rumus umum jumlah n suku pertama deret geometri adalah :

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \quad \text{untuk } r < 1$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad \text{untuk } r > 1$$

Contoh 1:

Hitunglah jumlah 7 suku pertama deret geometri $-2 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \dots$

Jawab :

$$-2 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \dots$$

Dalam hal ini : $a = -2$, $r = -\frac{1}{2}$, dan $n = 7$

Oleh karena $r = -\frac{1}{2} < 1$, maka gunakan rumus $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$$S_7 = -2 \frac{\left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^7\right]}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-2\left(1 + \frac{1}{128}\right)}{\frac{3}{2}} = \frac{-4\left(\frac{129}{128}\right)}{3}$$

$$S_7 = -4\left(\frac{129}{128}\right) \times \frac{1}{3} = -\frac{43}{32}$$

Contoh 2:

Tentukan nilai n yang memenuhi $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 510!$

Jawab :

Dari deret $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 510$ didapat $a = 2$ dan $r = 2$, sehingga

$$\rightarrow S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\rightarrow 510 = \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1}$$

$$\rightarrow 510 = 2(2^n - 1)$$

$$\rightarrow 255 = 2^n - 1$$

$$\rightarrow 256 = 2^n$$

$$\rightarrow n = 8$$

Contoh 3:

Seutas tali dipotong menjadi 7 bagian dan panjang masing-masing potongan membentuk barisan geometri. Jika panjang potongan tali terpendek sama dengan 6cm dan potongan tali terpanjang sama dengan 384 cm, panjang keseluruhan tali tersebut adalah ... cm.

Jawab :

$$U_1 = a = 6$$

$$U_7 = ar^6 = 384$$

$$6 \cdot r^6 = 384$$

$$r^6 = 64 \rightarrow r = 2$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} =$$

$$S_7 = \frac{6(2^7 - 1)}{2 - 1}$$

$$S_{7_2} = \frac{6(128 - 1)}{2 - 1} = 762$$



Ayo Berlatih

Kerjakan soal berikut dengan benar !

1. Hitunglah jumlah 8 suku pertama pada setiap deret geometri berikut ini :
 - a. $5 + 10 + 15 + \dots$
 - b. $1 - 2 + 4 - \dots$
 - c. $27 - 9 + 3 - \dots$
2. Hitunglah jumlah setiap deret geometri berikut ini:
 - a. $2 + 6 + 18 + \dots + 4374$
 - b. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \dots + \frac{1}{64}$
3. Suku ke lima dari suatu deret geometri sama dengan 8, sedangkan suku kesepuluh sama dengan -256 . Tentukan :
 - a. Suku pertama dan rasio deret geometri itu
 - b. Jumlah sepuluh suku pertama
4. Bandul adalah sembarang obyek yang digantungkan pada suatu titik tertentu dan dibiarkan untuk mengayun dengan bebas di bawah pengaruh dari gaya gravitasi. Misalkan ayunan suatu bandul masing-masing panjangnya 0,8 dari ayunan sebelumnya. Lama kelamaan, ayunan bandul tersebut akan semakin pendek dan akan berhenti (walaupun secara teoritis tidak akan pernah berhenti). Berapakah panjang lintasan total yang telah dilalui oleh bandul tersebut sampai ayunan yang ke-6?
5. Pesawat terbang melaju dengan kecepatan 300 km/jam pada menit pertama. Kecepatan pada menit berikutnya $1\frac{1}{2}$ kali dari kecepatan sebelumnya. Tentukan panjang lintasan seluruhnya dalam 4 menit pertama !
6. Sejak tahun 2018, terjadi penurunan pengiriman surat dari kantor pos. Setiap tahunnya banyak surat yang dikirim berkurang sebesar $\frac{1}{5}$ dari banyak surat yang dikirim pada tahun sebelumnya. Jika pada tahun 2018 dikirim sekitar 1 juta surat, maka berapakah jumlah surat yang dikirim selama kurun waktu 2018 – 2022 ?



KEGIATAN BELAJAR 3

Deret Geometri Tak Hingga

Perhatikan deret geometri berikut !

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} + \frac{1}{512} + \dots$$

Jika deret tersebut diteruskan maka tidak terhitung banyak seluruh deret geometri tersebut.

Deret geometri tersebut disebut **deret geometri tak hingga**.

Dengan rumus deret geometri kita juga dapat menentukan jumlah deret geometri tak hingga tersebut, yaitu :

$$S_n = 1 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} \right) = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{\frac{1}{2}}$$

Untuk $n \rightarrow \infty$, maka

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1-0}{\frac{1}{2}} = 2$$

Jika suatu deret geometri tak hingga dapat ditentukan pendekatan jumlahnya, maka deret tersebut disebut **deret yang konvergen**.

Contoh deret konvergen :

(i) $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$

(ii) $100 - 50 + 25 - 12\frac{1}{2} + \dots$

(iii) $1000 + 100 + 10 + 1 + 0,1 + \dots$

Rasio pada masing-masing deret tersebut adalah (i) $\frac{1}{3}$, (ii) $-\frac{1}{2}$ dan (iii) $0,1$.

Perhatikan pula deret geometri tak hingga berikut ini.

$$(i) 1 + 4 + 16 + 64 + \dots$$

$$(ii) 2 - 6 + 18 - 54 + \dots$$

$$(iii) 3 + 6 + 12 + 24 + \dots$$

Rasio pada masing-masing deret tersebut adalah 4, -3 dan 2. Jika deret tersebut diteruskan, maka nilainya akan semakin besar dan tidak terbatas. Deret yang demikian disebut deret **geometri divergen**.

Dengan memperhatikan beberapa contoh deret geometri diatas, maka dapat diambil kesimpulan:

Deret geometri tak hingga mempunyai jumlah tertentu (konvergen) jika rasio deret tersebut terletak pada interval $-1 < r < 1$ atau $|r| < 1$

Rumus Jumlah Deret Geometri Tak Hingga

Jumlah n suku pertama deret geometri dengan suku pertama a dan rasio r adalah :

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a}{1-r} - \frac{ar^n}{1-r}$$

$$S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{1-r} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ar^n}{1-r}$$

Untuk $n \rightarrow \infty$ dan $|r| < 1$, maka $r^n \rightarrow 0$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} - 0 = \frac{a}{1-r}$$

Jadi rumus jumlah deret geometri tak hingga ialah ;

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} \quad \text{dimana } |r| < 1 \quad \text{atau } -1 < r < 1$$

$$S_{\infty} = a + ar + ar^2 + \dots = \frac{a}{1-r}$$

Contoh 1:

Hitunglah jumlah dari setiap deret geometri tak hingga dari $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots!$

Jawab :

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$$

$a=1$ dan $r = \frac{1}{2}$ berarti berada pada interval $-1 < r < 1$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$S_{\infty} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

Contoh 2

Suatu deret geometri tak hingga dengan $S_{\infty} = 10$ dan $a = 5$. Tentukanlah :

- Rasio
- Jumlah 4 suku pertama deret geometri tersebut

Jawab :

a. Rasio

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$10 = \frac{5}{1-r}$$

$$10(1-r) = 5$$

$$10 - 10r = 5$$

$$-10r = 5 - 10$$

$$-10r = -5$$

$$r = \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}$$

Jadi, rasionya adalah $\frac{1}{2}$

b. Jumlah 4 suku pertama deret geometri tersebut

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_4 = \frac{5\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4\right)}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_4 = \frac{5\left(1 - \frac{1}{16}\right)}{\frac{1}{2}}$$

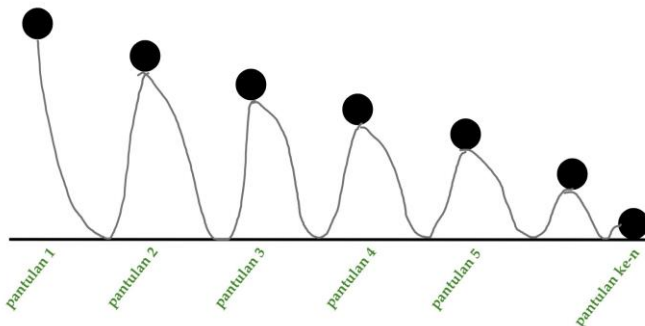
$$S_4 = 10 \cdot \left(\frac{15}{16}\right) = \frac{150}{16} = \frac{75}{8} = 9\frac{3}{8}$$

Jadi, jumlah 4 suku pertama deret tersebut adalah $9\frac{3}{8}$

Contoh 3

Sebuah bola jatuh dari ketinggian 10 m dan memantul kembali dengan ketinggian $\frac{3}{4}$ kali tinggi sebelumnya, begitu seterusnya hingga bola berhenti. Jumlah seluruh lintasan bola adalah ...

Jawab :



Karena bola memantul terus-terusan sampai berhenti, berarti ini termasuk deret geometri tak hingga. Untuk mencari panjang lintasan bola yang memantul ini, rumus yang digunakan adalah

Panjang lintasan = ketinggian bola jatuh + 2(kali deret takhingga)

Dalam deret takhingga ini, yang menjadi suku pertamanya adalah pantulan pertama (bukan ketinggian bola jatuh pada awal).

Pantulan pertama = $10 \times \frac{3}{4} = \frac{30}{4}$ m (suku pertama)

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$S_{\infty} = \frac{\frac{30}{4}}{1-\frac{3}{4}}$$

$$S_{\infty} = \frac{\frac{30}{4}}{\frac{1}{4}} = 30$$

$$P.Lintasan = 10 + 2(30) = 70\text{m}$$



Ayo Berlatih

Kerjakan soal berikut dengan benar !

1. Hitunglah jumlah dari setiap deret geometri tak hingga berikut ini :
 - a. $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots$
 - b. $5 + 1 + \frac{1}{5} + \dots$
 - c. $100 - 10 + 1 - \dots$
2. Dari deret geometri tak hingga diketahui $a = 3$ dan $S = 9$. Tentukan lima suku pertama deret tersebut !
3. Rhisky sedang bermain ayunan di halaman belakang rumahnya. Dia mengayunkan ayunan tersebut dengan menggunakan tangan dan tubuhnya agar ayunan tersebut berayun sampai ketinggian maksimum, kemudian membiarkannya sampai ayunan yang dia tumpangi berhenti dengan sendirinya. Dalam setiap ayunan, Rhisky menempuh 75% dari panjang ayunan sebelumnya. Jika panjang busur pertama (atau ayunan pertama) 2 meter, tentukan panjang busur yang ditempuh Rhisky pada ayunan ke-8. Berapa meterkah total panjang busur yang ditempuh Rhisky sebelum dia berhenti berayun?
4. Tentukan x agar jumlah tak hingga dari deret geometri berikut sama dengan 1
$$\frac{3}{(x+3)} + \frac{6}{(x+3)^2} + \frac{12}{(x+3)^3} + \dots$$
5. Sebuah bola pingpong dijatuhkan dari ketinggian 25 m dan memantul kembali dengan ketinggian $\frac{4}{5}$ kali tinggi semula. Pematulan ini berlangsung terus menerus hingga bola berhenti.
Tentukan jumlah seluruh lintasan bola !

Daftar Pustaka

- Toali dan Kasmira. 2018. *Matematika untuk SMK/MAK Kelas X*. Jakarta: Erlangga.
- Kasmira, dkk. 2008. *Matematika Program keahlian Teknologi, Kesehatan, dan Pertanian untuk SMK dan MAK Kelas XI*. Jakarta: Erlangga
- Priyadi, Gendra, dkk dkk. 2008. *Matematika Program keahlian Seni, Pariwisata, Sosial, Administrasi Perkantoran, dan Teknologi Kerumahtanggaan untuk SMK dan MAK Kelas XI*. Jakarta: Erlangga
- Kasmira. 2018. *Xpress UN 2019 untuk SMK/MAK Matematika*. Jakarta: Erlangga