

## RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Sekolah	: SMA Negeri 1 Bae Kudus
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/Semester	: XI /Genap
Materi Pokok	: Integral Tak Tentu Fungsi Aljabar (Topik 7)
Tema	: <i>Art and Culture</i>
Alokasi Waktu	: 10 menit

### A. Kompetensi Inti

- KI 1 : Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
- KI 2 : Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleran, gotong royong), santun, dan percaya diri dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
- KI 3 : Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
- KI 4 : Mencoba, mengolah, dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

### B. Kompetensi Dasar

KD Pengetahuan		KD Keterampilan	
3.10	Mendeskripsikan integral tak tentu (anti turunan) fungsi aljabar dan menganalisis sifat-sifatnya berdasarkan sifat-sifat turunan fungsi.	4.10	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral tak tentu (anti turunan) fungsi aljabar.
IPK Pengetahuan		IPK Keterampilan	
3.10.1	Menemukan konsep integral dari turunan fungsi	4.10.1	Menerapkan konsep integral dalam menyelesaikan masalah

### C. Tujuan Pembelajaran

Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah (PBL) dengan penerapan 4C (*collaborative, creative, critical thinking, communication*) peserta didik mampu

1. Menemukan konsep integral tak tentu dari turunan fungsi menggunakan tabel investigasi dengan benar.
2. Menerapkan konsep integral tak tentu dalam menyelesaikan masalah dengan benar.

### D. Materi Pembelajaran

#### Fakta

Lambang  $\int$  merupakan lambang integral yang diperkenalkan oleh ilmuwan matematika bernama Gottfried Wilhelm Leibniz yang berasal dari Jerman.  $\int$  bermakna “jumlah”.

#### Konsep

Jika  $F(x)$  adalah fungsi yang bersifat  $F'(x) = f(x)$ , maka  $F(x)$  merupakan suatu antiturunan atau suatu pengintegralan dari  $F'(x) = f(x)$ .

Pengintegralan fungsi  $f(x)$  yang ditulis sebagai  $\int f(x)dx$  disebut integral tak tentu dari  $f(x)$ . Jika  $F(x)$  antiturunan dari  $f(x)$ , maka

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Keterangan :

$F(x)$  = merupakan fungsi integral dari  $f(x)$  yang bersifat  $F'(x) = f(x)$

$f(x)$  = merupakan fungsi yang diintegalkan

C = Konstanta

#### Prinsip

Proses menemukan  $y$  dari  $\frac{dy}{dx}$  atau menemukan  $f(x)$  dari  $f'(x)$  merupakan kebalikan dari sebuah proses turunan

#### Keeterampilan

Menemukan turunan dapat digunakan untuk menemukan integral.

### E. Metode Pembelajaran

Model Pembelajaran : *Problem Based Learning*

Metode : Tanya jawab dan diskusi

### F. Media Pembelajaran

Media : Lembar Kerja Siswa (Tabel Investigasi)

Metode : Tanya jawab dan diskusi

### G. Sumber Belajar

1. Materi ajar

2. Website : <https://www.mathsisfun.com/calculus/integration-introduction.html>

### H. Kegiatan Pembelajaran

<b>Pendahuluan (2 menit)</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Guru mengorientasikan siswa supaya siap mengikuti kegiatan pembelajaran seraya meningkatkan keimanan dan ketaqwaan terhadap Tuhan YME dengan berdoa.</li><li>2. Guru membagi siswa dalam kelompok berpasangan.</li><li>3. Guru mengajak untuk mengingat materi turunan fungsi aljabar.</li><li>4. Guru memberikan informasi terkait tujuan pembelajaran.</li><li>5. Guru memberikan motivasi terkait manfaat mempelajari integral dalam fisika dengan menampilkan gambar alat transportasi tradisional dan modern.</li></ol>
<b>Inti (6 menit)</b>	<p><b>Orientasi peserta didik pada masalah</b></p> <ol style="list-style-type: none"><li>6. Siswa <u>mengamati</u> penjelasan guru terkait menemukan luas daerah antara kurva dengan sumbu-X menggunakan potongan persegi panjang.</li></ol> <p><b>Mengorganisasikan peserta didik untuk belajar</b></p> <ol style="list-style-type: none"><li>7. Siswa <u>menanya</u> cara lain karena tidak mungkin untuk menjumlahkan semua potongan persegi panjang.</li><li>8. Siswa diberikan stimulus untuk bernalar kritis menemukan integral sebagai kebalikan dari diferensial (turunan) melalui tabel investigasi.</li></ol> <p><b>Membimbing penyelidikan individu maupun kelompok</b></p> <ol style="list-style-type: none"><li>9. Siswa <u>mengumpulkan informasi</u> berupa referensi-referensi yang dijadikan bahan untuk melengkapi tabel investigasi.</li></ol> <p><b>Mengembangkan dan menyajikan hasil karya</b></p> <ol style="list-style-type: none"><li>10. Siswa berdiskusi untuk <u>mengasosiasikan</u> referensi dengan pendapat yang ada untuk menyelesaikan tabel dan menyusun konsep.</li></ol> <p><b>Menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah</b></p> <ol style="list-style-type: none"><li>11. Perwakilan kelompok siswa <u>mengkomunikasikan</u> hasil diskusi terkait dengan tabel investigasi dan konsep yang diperoleh.</li><li>12. Guru mengajak siswa untuk membuat kesimpulan konsep integral tak tentu.</li></ol>
<b>Penutup (2 menit)</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>13. Siswa <u>mengasosiasikan</u> konsep baru yang diperoleh untuk menyelesaikan permasalahan di Mathematics Integration Art (MIA).</li><li>14. Guru dan siswa melakukan refleksi keseluruhan kegiatan pembelajaran bersama-sama.</li><li>15. Guru memberikan remedial dan pengayaan.</li><li>16. Guru menyampaikan informasi kegiatan pembelajaran berikutnya.</li></ol>

### I. Evaluasi (*instrumen terlampir*)

Penilaian Pengetahuan : Mengerjakan kuis 4 soal yang ada di MIA.

Penilaian Keterampilan : Menyusun dan mewarnai puzzle dari MIA.

Penilaian Sikap : Menilai sikap PPK yaitu religius, nasionalisme, gotong royong, integritas, dan mandiri.

Kudus, 6 Januari 2022

Mengetahui,

Kepala Sekolah

Guru Mata Pelajaran

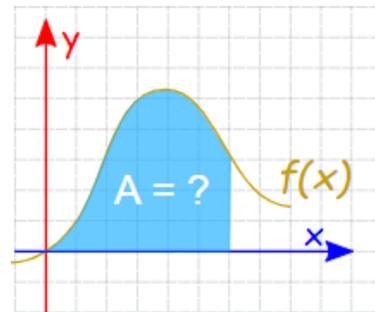
Supriyono, S.Pd, M.Pd.  
NIP. 19620530 198601 1 005

Rina Widyaningsih, M.Pd.  
NIP.

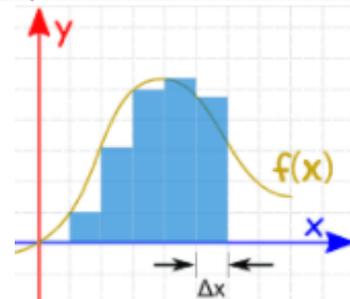
## INTEGRAL TAK TENTU FUNGSI ALJABAR

Integral adalah cara menambahkan irisan (potongan) untuk menemukan keseluruhan.

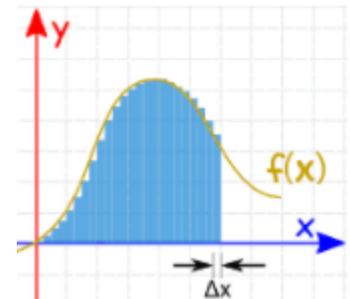
Integral dapat digunakan untuk menemukan luas, volume, titik pusat, dan banyak hal yang berguna lainnya. Tetapi paling mudah untuk memulai dengan mencari luas antara sebuah fungsi dan sumbu-X, seperti yang terlihat pada gambar di samping:



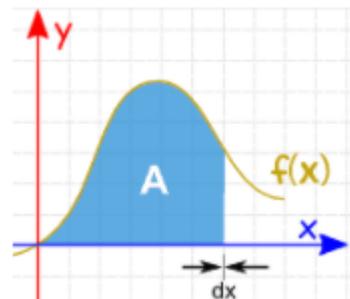
Kita dapat menghitung fungsi pada beberapa titik dan menjumlahkan irisan dengan lebar  $x$  ( $\Delta x$ ) seperti gambar di samping (tetapi hasilnya tidak akan terlalu akurat):



Kita dapat membuat  $\Delta x$  jauh lebih kecil dan menambahkan banyak irisan kecil (hasil semakin baik):



Dan saat irisan mendekati lebar nol, hasilnya mendekati jawaban yang benar. Sekarang kita tulis  $dx$  yang berarti lebar irisan  $\Delta x$  mendekati lebar nol.



Bagaimana cara menghitungnya ??? (banyak sekali yang perlu ditambahkan).

Tapi kita tidak perlu menjumlahkannya, karena ada "jalan pintas" yaitu "menemukan suatu integral adalah kebalikan dari menemukan diferensial (turunan).

Perhatikan tabel investigasi berikut. Lengkapilah kemungkinan  $F(x)$  jika diketahui  $F'(x) = 3x^2$ .

$F(x)$	$F'(x)$
$x^3$	$3x^2$
$x^3 + 1$	$3x^2$
$x^3 + 17$	$3x^2$
$x^3 + 8$	$3x^2$
$x^3 + 1945$	$3x^2$

Berdasarkan investigasi tersebut dapat diperoleh bahwa,

- Pemahaman tentang konsep turunan dapat digunakan untuk memahami konsep integral.
- Proses menemukan  $y$  dari  $\frac{dy}{dx}$  atau menemukan  $f(x)$  dari  $f'(x)$  merupakan kebalikan dari sebuah proses turunan dan dinamakan antiturunan.

- Integral merupakan antiturunan dari sebuah fungsi dan mempunyai konstanta yang belum ditentukan nilainya.

## DEFINISI INTEGRAL

Jika  $F(x)$  adalah fungsi yang bersifat  $F'(x) = f(x)$ , maka  $F(x)$  merupakan suatu antiturunan atau suatu pengintegralan dari  $F'(x) = f(x)$ .

Integral dinotasikan dengan “S” → “∫” yang artinya *Sum* atau jumlah. Pengintegralan fungsi  $f(x)$  yang ditulis sebagai  $\int f(x) dx$  disebut integral tak tentu dari  $f(x)$ . Jika  $F(x)$  antiturunan dari  $f(x)$ , maka

$$\int f(x) d(x) = F(x) + C$$

Keterangan :

$F(x)$  = merupakan fungsi integral dari  $f(x)$  yang bersifat  $F'(x) = f(x)$

$F'(x)$  = merupakan fungsi yang diintegalkan

**LEMBAR KERJA SISWA**

*Tujuan Pembelajaran*

Menemukan konsep integral tak tentu dari turunan fungsi menggunakan tabel investigasi dengan benar.

*Perhatikan petunjuk umum berikut.*

- ✓ Mengelompoklah secara berpasangan menurut pembagian dari guru.
- ✓ Kerjakanlah setiap langkah di LKS dengan berdiskusi bersama teman sekelompok secara urut.

*Kerjakanlah petunjuk berikut langkah demi langkah.*

1. Mintalah setiap anggota kelompok mencari sebuah fungsi sembarang, lambangkan dengan  $F(x)$  yang jika diturunkan hasilnya adalah  $F'(x) = 3x^2$ . Usahakan setiap anggota menemukan fungsi  $F(x)$  yang berbeda.
2. Tulislah fungsi yang didapatkan masing-masing kelompok dalam tabel investigasi, seperti berikut ini.

$F(x)$	$F'(x)$
$x^3 + 1$	$3x^2$
...	$3x^2$

3. Diskusikan dengan kelompokmu, tentang fungsi yang didapatkan masing-masing anggota kelompok. Masih adakah kemungkinan fungsi  $F(x)$  yang nilai turunannya  $F'(x) = 3x^2$ ?

Jawaban :

4. Secara umum, bentuk  $F(x)$  dapat dituliskan dengan ....
5. Tulislah kesimpulanmu mengenai hubungan  $F(x)$  dengan  $F'(x)$ .

Lampiran 3 Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

Instrumen : *Mathematics Integration Art* (MIA) di halaman berikutnya

Penilaian Pengetahuan dilakukan dengan menghitung total skor menjawab benar sesuai dengan pedoman berikut:

Soal	Kunci	Skor
$\int 2x \, dx$	$x^2 + C$	25
$\int 3x^2 \, dx$	$x^3 + C$	25
$\int 4x^3 \, dx$	$x^4 + C$	25
$\int 5x^4 \, dx$	$x^5 + C$	25

Penilaian Keterampilan dilakukan dengan melakukan pengamatan produk hasil puzzle yang terbentuk sesuai kriteria berikut.

Aspek Penilaian	Nilai					Bobot	Jumlah
	1	2	3	4	5		
Kerapian potongan puzzle yang digunting						10%	
Kerapian hasil tempelan puzzle						10%	
Kerapian pewarnaan						20%	
Komposisi warna puzzle						60%	
Jumlah						100%	

Kriteria Penskoran

1 = tidak sesuai

2 = kurang sesuai

3 = cukup sesuai

4 = sesuai

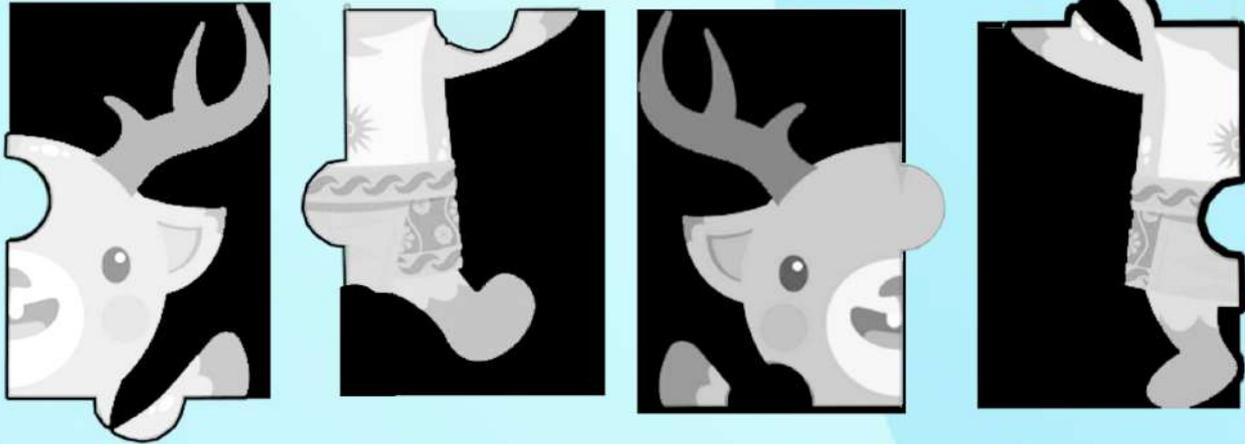
5 = sangat sesuai

$$\text{Nilai} = \frac{(\text{skor} \times \text{bobot})}{5}$$

SUREL PEMBUAT RPP : 201506897324@guruku.id

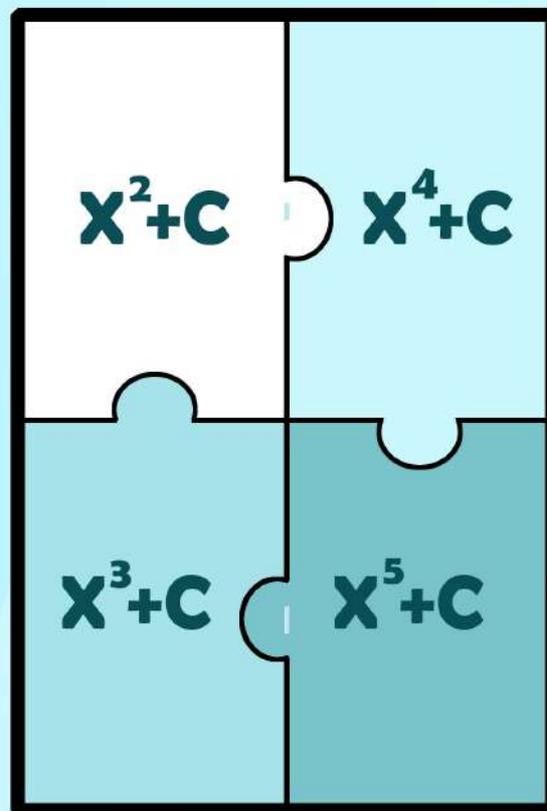
# “Mathematics Integration Art”

1.) Perhatikan puzzle yang sudah diacak berikut

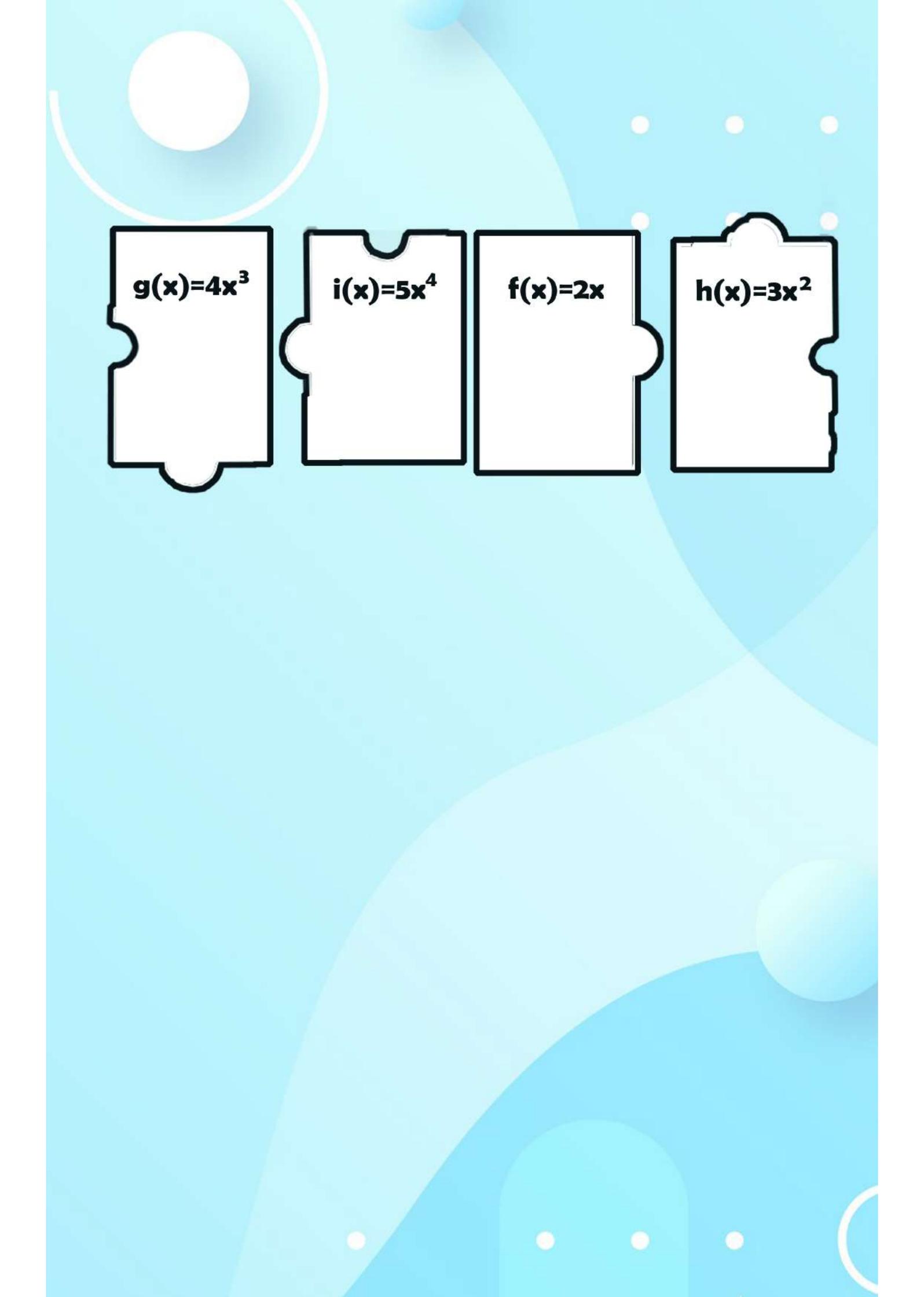


2.) Integralkan fungsi yang ada dibalik potongan puzzle

3.) Susunlah puzzle pada lembar yang disediakan sesuai dengan jawaban yang diperoleh



4.) Warnailah gambar puzzle yang terbentuk



$g(x)=4x^3$

$i(x)=5x^4$

$f(x)=2x$

$h(x)=3x^2$

Lampiran 4 Penilaian Sikap

**LEMBAR OBSERVASI PENILAIAN SIKAP**

Satuan Pendidikan : SMA Negeri 1 Bae Kudus

Mata Pelajaran : Matematika wajib

Kelas : XI MIPA

Materi Pokok : Integral Tak Tentu

Teknik Penilaian : Non Tes (Observasi dengan Jurnal)

Sikap yang dinilai : Religius, Nasionalisme, Gotong Royong, Integritas, dan Mandiri

Waktu penilaian : Selama KBM berlangsung

No	Nama	PPK				
		Religius	Nasionalis	Integritas	Mandiri	Gotong Royong
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						
9.						
10.						

Keterangan :

- ✓ PPK tampak
- PPK tidak tampak

## LEMBAR OBSERVASI PENILAIAN SIKAP

Satuan Pendidikan : SMA Negeri 1 Bae Kudus

Mata Pelajaran : Matematika Wajib

Kelas : XI MIPA

Materi Pokok : Integral Tak Tentu

Teknik Penilaian : Non Tes (Observasi dengan Jurnal)

Sikap yang dinilai : Religius, Nasionalisme, Gotong Royong, Integritas, dan Mandiri

Waktu penilaian : Selama KBM berlangsung

No	Tanggal	Nama Siswa	Catatan Perilaku	Butir Sikap
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				