

## RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Sekolah	: SMA Negeri 1 Darul Makmur
Mata pelajaran	: Matematika wajib
Kelas/Semester	: XI / 2
Materi Pokok/Sub Materi	: Integral tak tentu/Sifat-Sifat Integral Tak Tentu
Alokasi Waktu	: 10 menit

### A. Kompetensi Inti

- KI 1 : Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
- KI 2 : Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, santun, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), bertanggung jawab, responsif, dan pro-aktif dalam berinteraksi secara efektif sesuai dengan perkembangan anak di lingkungan, keluarga, sekolah, masyarakat dan lingkungan alam sekitar, bangsa, negara, kawasan regional, dan kawasan internasional.
- KI 3 : Memahami, menerapkan, menganalisis dan mengevaluasi pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif pada tingkat teknis, spesifik, detil, dan kompleks berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
- KI 4 : Menunjukkan keterampilan menalar, mengolah, dan menyaji secara efektif, kreatif, produktif, kritis, mandiri, kolaboratif, komunikatif, dan solutif dalam ranah konkret dan abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah, serta mampu menggunakan metoda sesuai dengan kaidah keilmuan.

### B. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar (KD)	Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)
3.10.Mendeskripsikan integral tak tentu (anti turunan) fungsi aljabar dan menganalisis sifat-sifatnya berdasarkan sifat-sifat turunan fungsi.	3.10.1.Menemukan konsep integral tak tentu sebagai anti turunan 3.10.2. Menemukan rumus integral tak tentu fungsi aljabar 3.10.3.Mengidentifikasi sifat-sifat integral tak tentu fungsi aljabar. 3.10.4.Menyelesaikan integral tak tentu fungsi aljabar
4.10.Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral tak tentu (antiturunan) fungsi aljabar.	4.10.1.Menyelesaikan masalah dalam kehidupan yang berkaitan dengan integral tak tentu 4.10.2.Menggunakan konsep Integral tak tentu sebagai kebalikan dari turunan fungsi dalam menyelesaikan masalah. 4.10.3.Menggunakan rumus dasar integral tak tentu dalam menyelesaikan masalah

### C. Tujuan Pembelajaran

Melalui diskusi kelompok dan penemuan terbimbing, peserta didik diharapkan mampu untuk:

1. Menemukan konsep integral <sup>taktentu</sup> sebagai anti turunan
2. Menemukan rumus integral taktentu
3. Mengidentifikasi sifat-sifat integral taktentu fungsi aljabar
4. Menyelesaikan integral tak tentu fungsi aljabar
5. Menyelesaikan masalah integral tak tentu dalam kehidupan sehari-hari

### D. Materi Pembelajaran

Fakta:

$$\int dx, \int x^n dx, \int ax^n dx, \int k dx$$

Konsep:

1. Formula dasar integral
2. Sifat-sifat integral taktentu fungsi aljabar

Prinsip:

1.  $\int dx = x + c$
2.  $\int k dx = kx + c$
3.  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
4.  $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$
5.  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
6.  $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$

Prosedur:

Menyelesaikan masalah integral taktentu sesuai prosedur

### E. Metode Pembelajaran

Pendekatan : Saintifik

Model Pembelajaran : Discovery Learning

Metode : Penemuan, pemberian tugas, diskusi kelompok, tanya jawab

### F. Media Pembelajaran

Media : Power point, LKPD

Alat : Laptop, proyektor

### G. Sumber Belajar

- Buku siswa, Kemdikbud edisi revisi 2017 hal 294-304
- Buku referensi lainnya
- Internet:
  - <http://www.edutafsi.com/2018/01/pengertian-dan-rumus-dasar-integral-tak-tentu.html>
  - <https://www.youtube.com/watch?v=lxKgfoQjpTk>

## H. Kegiatan Pembelajaran

Fase Kegiatan/ Sintaks	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu																
Pendahuluan  1. Stimulation (pemberian ransangan)	<ol style="list-style-type: none"> <li>Memulai pembelajaran dengan salam dan berdoa</li> <li>Motivasi peserta didik dengan memberikan pesan pentingnya belajar.</li> <li>Mengingat kembali tentang materi turunan fungsi aljabar (menayangkan ppt)</li> <li>Menyampaikan tujuan pembelajaran</li> </ol>	<b>3 menit</b>																
Kegiatan Inti  2. Problem statement	<ol style="list-style-type: none"> <li>Guru membagi siswa kedalam kelompok beranggotakan 4 orang siswa.</li> <li>Guru membagikan LKPD kepada masing-masing kelompok. <b>Mengamati</b></li> <li>Peserta didik mengidentifikasi masalah yang terdapat pada LKPD Masalah 1               <ol style="list-style-type: none"> <li>Kalian tentu masih ingat, mencari turunan dari suatu fungsi. Lengkapilah tabel berikut.                   <table border="1" data-bbox="555 1041 1149 1680"> <thead> <tr> <th>F(x)</th> <th>F'(x) = f'(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\frac{1}{3}x^3</math></td> <td><math>x^2</math></td> </tr> <tr> <td><math>\frac{1}{3}x^3 + 1</math></td> <td>....</td> </tr> <tr> <td><math>\frac{1}{3}x^3 + 2</math></td> <td>....</td> </tr> <tr> <td><math>\frac{1}{3}x^3 + 3</math></td> <td>....</td> </tr> <tr> <td><math>\frac{1}{3}x^3 + 4</math></td> <td>....</td> </tr> <tr> <td><math>\frac{1}{3}x^3 + C, C \in R</math></td> <td>....</td> </tr> <tr> <td>....</td> <td><math>x^n</math></td> </tr> </tbody> </table> </li> <li>Amati hasil turunan fungsi F(x) pada kolom ke-2 di atas. Apakah setiap fungsi F(x) pada kolom ke-1 yang berbeda (konstantanya berbeda) memberikan turunan fungsi f'(x) yang sama? Bagaimana mengenai banyak integral dari suatu fungsi <math>f(x) = x^2</math> ?</li> </ol> </li> </ol>	F(x)	F'(x) = f'(x)	$\frac{1}{3}x^3$	$x^2$	$\frac{1}{3}x^3 + 1$	....	$\frac{1}{3}x^3 + 2$	....	$\frac{1}{3}x^3 + 3$	....	$\frac{1}{3}x^3 + 4$	....	$\frac{1}{3}x^3 + C, C \in R$	....	....	$x^n$	<b>7 menit</b>
F(x)	F'(x) = f'(x)																	
$\frac{1}{3}x^3$	$x^2$																	
$\frac{1}{3}x^3 + 1$	....																	
$\frac{1}{3}x^3 + 2$	....																	
$\frac{1}{3}x^3 + 3$	....																	
$\frac{1}{3}x^3 + 4$	....																	
$\frac{1}{3}x^3 + C, C \in R$	....																	
....	$x^n$																	

.....  
.....  
...

3. Jika kita mengetahui satu fungsi  $F(x)$  yang memenuhi  $F'(x) = f(x)$ , maka kita dapat mencari semua fungsi yang mempunyai turunan  $f(x)$  juga. Fungsi ini berbentuk  $F(x) + C$  dengan  $C$  konstanta. Fungsi inilah yang disebut dengan anti turunan atau integral tak tentu dari  $f(x)$ . Kata tak tentu perlu ditambahkan karena memuat konstanta sebarang. Integral dari fungsi  $f(x)$  dinotasikan dengan:

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

Fungsi  $f(x)$  disebut integran atau yang diintegrasikan.

Berdasarkan penjelasan di atas, maka integral dari fungsi  $f(x) = x^2$  adalah .....

..  
atau dapat dinyatakan oleh

$$\int x^2 dx = \dots + \dots$$

4. Amati baris terakhir pada tabel di atas. Jadi, kesimpulan integral dari sembarang fungsi  $f(x) = x^n$ , dengan  $n \neq -1$  adalah .....

.....  
.....

atau dapat dinyatakan oleh

$$\int x^n dx = \dots + \dots$$

Masalah 2  
Turunan dari fungsi  $f(x) = 2x^3$  adalah  $f'(x) = \dots$   
Turunan dari fungsi  $f(x) = 2x^3 + 3$  adalah  $f'(x) = \dots$   
Turunan dari fungsi  $f(x) = 2x^3 - 5$  adalah  $f'(x) = \dots$   
Turunan dari fungsi  $f(x) = 2x^3 + c$  adalah

<p>3. Mengumpulkan data</p> <p>4. Pengolahan data</p> <p>5. Pembuktian</p> <p>6. Penarikan kesimpulan</p>	<p><math>f'(x) = \dots</math>  Jadi jika <math>f'(x) = 6x^2</math> maka <math>f(x) = \dots\dots\dots</math></p> <p>Masalah 3  selesaikan <math>\int \left( \frac{6}{x^3} + 3x^2\sqrt{x} - 2 \right) dx!</math></p> <p>Masalah 4  Suatu pertikel bergerak dengan kecepatan <math>v(t) = 5t^4 + 2t</math>. Tentukan fungsi jarak dalam waktu!</p> <p><b>Menanya</b>  Peserta didik diarahkan dengan menanyakan bagaimana hubungan antara turunan dengan integral</p> <p><b>Mengumpulkan informasi:</b></p> <p>4. Peserta didik berdiskusi dalam kelompoknya menyelesaikan permasalahan di LKPD sambil mencari dan mengumpulkan informasi dari sumber (buku, internet, dan guru).</p> <p><b>Mengasosiasi:</b></p> <p>5. Guru membimbing peserta didik dalam menyelesaikan masalah.</p> <p>6. Melalui diskusi kelompok peserta didik menentukan hubungan integral dengan turunan fungsi, menentukan rumus integral, sifat-sifat integral tak tentu fungsi aljabar. (mengasosiasikan)</p> <p>7. Guru memberi bantuan terhadap kesulitan yang dihadapi siswa baik secara individu maupun kelompok.</p> <p><b>Mengkomunikasikan:</b></p> <p>8. Secara acak peserta didik mempresentasikan hasil diskusi dengan mempresentasikan hasil kerja kelompoknya di depan kelas.</p> <p>9. Peserta didik diarahkan oleh guru untuk menarik kesimpulan tentang integral tak tentu dan sifat-sifat integral tak tentu fungsi aljabar.</p>	
<p>Penutup</p>	<p>1. Guru menyampaikan informasi tentang pembelajaran pada pertemuan berikutnya mengenai</p> <p>2. Guru menutup kegiatan pembelajaran dengan memberikan pesan dan motivasi tetap semangat belajar dan diakhiri do'a</p>	

## I. Penilaian

### 1. Teknik Penilaian

- a. Pengetahuan : tes Uraian (Lampiran I)
- b. Sikap : pengamatan (Lampiran II)
- c. Ketrampilan : pengamatan (Lampiran III)

## Pembelajaran Remedial dan Pengayaan

### a. Remedial

Bagi siswa yang belum mencapai nilai 75, maka diberi tugas tambahan untuk membantu siswa mencapai nilai KKM.

### b. Pengayaan

Bagi siswa yang sudah mencapai nilai 75, diberi tugas tambahan berupa soal-soal mengenai integral tak tentu yang lebih tinggi.

Alue Bilie, 03 Januari 2020

Mengetahui  
Kepala SMAN 1 Darul Makmur

Guru Mata Pelajaran

ABDUL RAHIM, S.Pd.  
NIP. 19660324 199103 1 009

SUNDARI, S.Pd.  
NIP. 19850715 200904 2 005

**Lampiran 1**

**Masalah 1**

1. Kalian tentu masih ingat, mencari turunan dari suatu fungsi. Lengkapilah tabel berikut.

F(x)	F'(x) = f'(x)
$\frac{1}{3}x^3$	$x^2$
$\frac{1}{3}x^3 + 1$	....
$\frac{1}{3}x^3 + 2$	....
$\frac{1}{3}x^3 + 3$	....
$\frac{1}{3}x^3 + 4$	....
$\frac{1}{3}x^3 + C, C \in R$	....
....	$x^n$

2. Amati hasil turunan fungsi F(x) pada kolom ke-2 di atas. Apakah setiap fungsi F(x) pada kolom ke-1 yang berbeda (konstantanya berbeda) memberikan turunan fungsi f'(x) yang sama? Bagaimana mengenai banyak integral dari suatu fungsi  $f(x) = x^2$  ?

.....

3. Jika kita mengetahui satu fungsi F(x) yang memenuhi  $F'(x) = f(x)$ , maka kita dapat mencari semua fungsi yang mempunyai turunan  $f(x)$  juga. Fungsi ini berbentuk  $F(x) + C$  dengan C konstanta. Fungsi inilah yang disebut dengan anti turunan atau integral tak tentu dari  $f(x)$ . Kata tak tentu perlu ditambahkan karena memuat konstanta sebarang. Integral dari fungsi  $f(x)$  dinotasikan dengan:

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

Fungsi  $f(x)$  disebut integran atau yang diintegalkan.

Berdasarkan penjelasan di atas, maka integral dari fungsi  $f(x) = x^2$  adalah .....  
atau dapat dinyatakan oleh

$$\int x^2 dx = \dots + \dots$$

4. Amati baris terakhir pada tabel di atas. Jadi, kesimpulan integral dari sembarang fungsi  $f(x) = x^n$ , dengan  $n \neq -1$  adalah.....  
.....

atau dapat dinyatakan oleh  $\int x^n dx = \dots + \dots$

**Masalah 2**

Turunan dari fungsi  $f(x) = 2x^3$  adalah  $f'(x) = \dots$   
 Turunan dari fungsi  $f(x) = 2x^3 + 3$  adalah  $f'(x) = \dots$   
 Turunan dari fungsi  $f(x) = 2x^3 - 5$  adalah  $f'(x) = \dots$   
 Turunan dari fungsi  $f(x) = 2x^3 + c$  adalah  $f'(x) = \dots$   
 Jadi jika  $f'(x) = 6x^2$  maka  $f(x) = \dots$

**Masalah 3**

selesaikan  $\int \left( \frac{6}{x^3} + 3x^2\sqrt{x} - 2 \right) dx!$

**Masalah 4**

Suatu partikel bergerak dengan kecepatan  $v(t) = 5t^4 + 2t$ . Tentukan fungsi jarak dalam waktu!

Penyelesaian:  
 Masalah 1

1. Kalian tentu masih ingat, mencari turunan dari suatu fungsi. Lengkapilah tabel berikut.

F(x)	F'(x) = f'(x)
$\frac{1}{3}x^3$	$x^2$
$\frac{1}{3}x^3 + 1$	$x^2$
$\frac{1}{3}x^3 + 2$	$x^2$
$\frac{1}{3}x^3 + 3$	$x^2$
$\frac{1}{3}x^3 + 4$	$x^2$
$\frac{1}{3}x^3 + C, C \in R$	$x^2$
$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + C, C \in R$	$x^n$

(bobot 5)

2. Amati hasil turunan fungsi F(x) pada kolom ke-2 di atas. Apakah setiap fungsi F(x) pada kolom ke-1 yang berbeda (konstantanya berbeda) memberikan turunan fungsi  $f'(x)$  yang sama? Bagaimana mengenai banyak integral dari suatu fungsi  $f(x) = x^2$  ?

Ada banyak integral dari suatu fungsi  $f(x) = x^2$ , tetapi dapat dibuat menjadi  $F(x) + C$

(bobot 5)

3. Jika kita mengetahui satu fungsi F(x) yang memenuhi  $F'(x) = f(x)$ , maka kita dapat mencari semua fungsi yang mempunyai turunan  $f(x)$  juga. Fungsi ini berbentuk  $F(x) + C$  dengan C konstanta. Fungsi inilah yang disebut dengan anti turunan atau integral tak tentu dari  $f(x)$ .



Kata tak tentu perlu ditambahkan karena memuat konstanta sebarang. Integral dari fungsi  $f(x)$  dinotasikan dengan:

4.

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

Fungsi  $f(x)$  disebut integran atau yang diintegalkan.

Berdasarkan penjelasan di atas, maka integral dari fungsi  $f(x) = x^2$  adalah  $\frac{1}{3}x^3 + C$

atau dapat dinyatakan oleh

$$\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C$$

(bobot 5)

5. Amati baris terakhir pada tabel di atas. Jadi, kesimpulan integral dari sembarang fungsi

$f(x) = x^n$ , dengan  $n \neq -1$  adalah  $\frac{1}{n+1}x^{n+1} + C, C \in R$ .

atau dapat dinyatakan oleh

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$$

(bobot 10)

### Masalah 2

Turunan dari fungsi  $f(x) = 2x^3$  adalah  $f'(x) = 6x^2$

Turunan dari fungsi  $f(x) = 2x^3 + 3$  adalah  $f'(x) = 6x^2$

Turunan dari fungsi  $f(x) = 2x^3 - 5$  adalah  $f'(x) = 6x^2$

Turunan dari fungsi  $f(x) = 2x^3 + c$  adalah  $f'(x) = 6x^2$

(Bobot 5)

Jadi jika  $f'(x) = 6x^2$  maka  $f(x) = \int 6x^2 dx = \frac{6}{2+1}x^{2+1} + C = 2x^3 + C$

(Bobot 10)

Jadi  $\int ax^n dx = \frac{a}{n+1}x^{n+1} + C$

(Bobot 10)

### Masalah 3

selesaikan  $\int \left( \frac{6}{x^3} + 3x^2\sqrt{x} - 2 \right) dx!$

Penyelesaian:

$$\int \left( \frac{6}{x^3} + 3x^2\sqrt{x} - 2 \right) dx = \int \left( 6x^{-3} + 3x^{\frac{5}{2}} - 2 \right) dx$$

(Bobot 10)

$$= \frac{6}{-3+1}x^{-3+1} + \frac{3}{\frac{5}{2}+1}x^{\frac{5}{2}+1} - 2x + C$$

(Bobot 5)

$$= -\frac{6}{4}x^{-2} + \frac{3}{\frac{7}{2}}x^{\frac{7}{2}} - 2x + C$$

(Bobot 5)

$$= -\frac{3}{2x^2} + \frac{6}{7}x^3\sqrt{x} - 2x + C$$

(Bobot 10)

Masalah 4

Suatu partikel bergerak dengan kecepatan  $v(t) = 5t^4 + 2t$ . Tentukan fungsi jarak dalam waktu!

Penyelesaian:

Ingat turunan dari jarak adalah kecepatan, sehingga jarak adalah anti turunan dari kecepatan.

(Bobot 5)

$$s(t) = \int v(t) dt$$

$$= \int (5t^4 + 2t) dt \quad (\text{Bobot 5})$$

$$= \frac{5}{4+1} t^{4+1} + \frac{2}{1+1} t^{1+1} + C \quad (\text{Bobot 5})$$

$$= t^5 + t^2 + C \quad (\text{Bobot 5})$$

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Skor Perolehan}}{\text{skor maksimal}} \times 100$$



26																	
27																	
28																	
29																	
30																	

Keterangan:

SB : Sangat Baik

B : Baik

C : Cukup

K : Kurang

Berilah tanda ceklis pada peserta didik yang sesuai dengan pengamatan



26										
27										
28										
29										
30										

Berilah tanda ceklisch pada kolom yang tepat dari setiap peserta didik

#### Keterangan Skor

No	Aspek yang dinilai	Indikator	Skor
1	Penyampaian	a. Runtut, informasi yang disampaikan lengkap dan benar	3
		b. Runtut, informasi yang disampaikan sebagian benar	2
		c. Tidak runtut, informasi yang disampaikan salah	1
2	Bahasa	a. Kalimat teratur, mudah dipahami, suara jelas, sesuai dengan kaidah bahasa, percaya diri	3
		b. Kalimat dapat dipahami, menggunakan kaidah bahasa indonesia, tetapi suara kurang jelas	2
		c. Kalimat tidak teratur, suara jelas, tidak sesuai kaidah bahasa indonesia	1
3	Penampilan	a. Ekspresif, percaya diri dan ada kontak mata dengan pendengar	3
		b. Ekspresif, kurang ada kontak mata dengan pendengar sehingga nampak kurang percaya diri	2
		c. Belum menunjukkan sikap ekspresif dan percaya diri	1

$$\text{Nilai} = \frac{\text{skor perolehan}}{9} \times 100$$

Soal Evaluasi

1. Tentukan anti turunan dari fungsi  $f(x) = 6x^2\sqrt{x}$
2. Selesaikan  $\int \left(3 - \frac{2}{x^2} + \frac{6}{x^3}\right) dx$

Pedoman Penilaian

No soal	Penyelesaian	Bobot
1.	$\int 6x^2\sqrt{x}dx = \int 6x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}} dx$ $= \int 6x^{\frac{5}{2}} dx$ $= \frac{6}{\frac{5}{2}+1} x^{\frac{5}{2}+1} + c$ $= \frac{6}{\frac{7}{2}} x^{\frac{7}{2}} + c$ $= \frac{12}{7} x^3\sqrt{x} + c$	<p>15</p> <p>25</p> <p>(40)</p>
2.	$\int \left(3 - \frac{2}{x^2} + \frac{6}{x^3}\right) dx = \int (3 - 2x^{-2} + 6x^{-3})dx$ $= 3x - \frac{2}{-2+1} x^{-2+1} + \frac{6}{-3+1} x^{-3+1} + c$ $= 3x - \frac{2}{-1} x^{-1} + \frac{6}{-2} x^{-2} + c$ $= 3x + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} + c$	<p>20</p> <p>40</p> <p>(60)</p>