

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Mata Pelajaran	Matematika Wajib	Materi Pokok	Determinan Dan Invers Matrik
Kelas/Semester		Alokasi Waktu	2 x 45 menit (1 pertemuan)
Kompetensi Dasar	3.4 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2 x 2 dan 3 x 3. 4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya		
Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)	3.4.1 Menentukan determinan matriks berordo 2x2 3.4.2 Menentukan invers matriks berordo 2x2 3.4.3 Menentukan sifat-sifat determinan matriks. 3.4.4 Menentukan sifat-sifat invers matriks. 4.4.1. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan matriks berordo 2x2		

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah melakukan pembelajaran dengan pendekatan saintifik dengan model pembelajaran *discovery learning* serta menggunakan metode diskusi, dan tanya jawab, media pembelajaran *whatshap group*, *google classroom* dan *google form* antara guru dan peserta didik diharapkan peserta didik memiliki sikap **disiplin**, **ingin tahu**, **kerjasama** dan **teliti** serta peserta didik dapat :

- 1. Menentukan determinan matriks berordo 2x2 setelah melihat video tentang permasalahan yang disajikan
- 2. Menentukan invers matriks berordo 2x2 setelah mengamati bahan ajar dari internet
- 3. Menentukan sifat-sifat determinan matriks setelah mengamati bahan ajar dari internet
- 4. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan matriks berordo 2x2

B. Langkah-langkah Pembelajaran

1. Pertemuan Ke-1 (3 x 40 menit)	Waktu
Kegiatan Pendahuluan 1) Guru memulai pelajaran tepat pada waktunya dengan menyapa dan memberi salam kepada peserta didik melalui grup kelas pada whatshap grup (PPK- Integritas) 2) Guru mengajak peserta didik untuk berdoa sebelum memulai pembelajaran daring (PPK-Religius) 3) Peserta didik diminta untuk masuk ke Google classroom dan melakukan presensi melalui google fomr http://bit.ly/35QzIK4 4) Peserta didik memperhatikan penjelasan guru dalam grup whatshap mengenai pembelajaran yang akan dilakukan adalah dengan menggunakan video youtube yang bisa link nya ada di google classroom 5) Peserta didik memperhatikan penjelasan guru dalam grup whatshap mengenai tujuan pembelajaran, metode pembelajaran dan teknik penilaian 6) Peserta diminta untuk mengemukakan apa yang sudah mereka ketahui mengenai determinan dan invers matrik dan contoh nya dalam kehidupan sehari – hari (4C-Communication, 4C-Creative)	10 menit
Kegiatan Inti <i>Fase 1 – Stimulation</i> 1. Peserta didik diminta untuk mempelajari materi yang linknya disampaikan di google classroom yaitu dan video youtube dengan alamat mengenai materi matrik dan mengembangkan rasa ingin tahu (Literasi, 5S-Mengamati) https://youtu.be/P5Q1-3D5nYs 2. Peserta didik bertanya jawab dengan guru mengenai materi determinan matrik yang dipelajari dalam grup whatshap (5S-Menanya) 3. Peserta didik dibimbing untuk menyimpulkan pengertian determinan matrik dan invers matrik <i>Fase 2 – Problem Statement</i> 1) Peserta didik memperhatikan penjelasan guru mengenai permasalahan kontekstual determinan matrik dan peserta didik mengamati permasalahan tersebut dan dipancing untuk mengajukan pertanyaan yang berkaitan dengan matrik. (Literasi, 4C-Critical Thinking, 4C-Communication) 2) Peserta didik membuka masalah kontekstual berupa LKPD yang sudah dilampirkan dalam google classroom <i>Fase 3 – Data Collecting</i> 3) Peserta didik mendiskusikan permasalahan kontekstual yang ada yang LKPD determinan dan invers matrik yang sudah dilampirkan dalam google classroom 4) Peserta didik diperbolehkan bekerjasama dengan bertanya dan berdiskusi dengan temannya dalam grup whatshap mengenai penyelesaian permasalahan (4C-Collaboration, 5S-Mengumpulkan Informasi) 5) Peserta didik diperbolehkan untuk mengakses sumber belajar yang lain dan dibagikan dalam forum di google classroom (Literasi, 5S-mengumpulkan informasi) <i>Fase 4 – Data Processing</i> 6) Peserta didik diminta untuk teliti menyelesaikan permasalahan yang diberikan dari LKPD determinan dan invers matrik <i>Fase 5 – Verification</i> 7) Peserta didik dipersilakan mengkomunikasikan hasil penyelesaian permasalahan dalam LKPD dan peserta didik yang lain dipersilakan untuk bertanya atau menyampaikan pendapatnya melalui whatshap. (4C-Communication, 5S-Mengkomunikasikan) <i>Fase 6 – Generalization</i> 8) Guru memberikan komentar berupa konfirmasi jawaban lalu peserta didik dibimbing oleh guru untuk menyimpulkan konsep matrik dengan benar . (5S-Mengasosiasikan) 9) Guru memberi kesempatan peserta didik untuk mengerjakan latihan soal terkait dengan matrik.	70 menit
Kegiatan Penutup 1) Peserta didik dan guru melakukan refleksi tentang pembelajaran pada pertemuan ini dengan cara peserta didik menyatakan pendapat sekaligus saran tentang bagaimana pembelajaran hari ini dari awal sampai akhir. (4C-Communicative) 2) Guru memberikan <i>kuis</i> pada aplikasi google form di luar jam pembelajaran secara daring yang berkaitan dengan konsep matrik dan dikerjakan secara <i>mandiri. (4C-Critical thinking, HOTS, PPK-Mandiri)</i> 3) Peserta didik mendengarkan arahan guru untuk materi pada pertemuan berikutnya yaitu tentang matrik.	10 menit

C. Penilaian

No	Ranah Kompetensi	Teknik Penilaian	Bentuk Penilaian
1	Sikap	Observasi	Catatan Jurnal
2	Pengetahuan	Kuis Online	Pilihan Ganda
3	Keterampilan	Tes tertulis	Uraian

Mengetahui,
Kepala Sekolah

Karanganyar, September 2020
Guru Mata Pelajaran

BAHAN AJAR

MATEMATIKA

MATRIK

(DETERMINAN MATRIK DAN INVERS MATRIK)

ADITIA CITA RESMI

Matriks



Kompetensi Dasar

3.4 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 .

4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan



Indikator

- 3.4.1 Menentukan determinan matriks berordo 2×2
- 3.4.2 Menentukan invers matriks berordo 2×2
- 3.4.3 Menentukan sifat-sifat determinan matriks.
- 3.4.4 Menentukan sifat-sifat invers matriks.
- 4.4.1. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan matriks berordo 2×2



Materi Prasyarat

1. Dasar-dasar penjumlahan, pengurangan, pembagian dan perkalian



Sub Materi

1. Mengetahui rumus determinan matrik 2×2
2. Mengetahui cara mencari invers matrik 2×2
3. Mengetahui sifat sifat determinan dan invers matrik 2×2

MATERI AJAR



Ayo Mengamati



Warung Mie Ramen
Sumber : Liputan6.com

Adam dan teman-temannya makan di sebuah warung. Mereka memesan 3 mangkuk mie ramen dan 2 gelas es jeruk. Tak lama kemudian Ahmad datang bersama teman-temannya dan memesan 5 mangkuk mie ramen dan 3 gelas es jeruk. Setelah selesai makan, Adam harus membayar Rp. 70.000,00 untuk semua pesannya dan Ahmad harus membayar Rp 115.000,00 untuk semua pesannya. Adam menantang Ahmad untuk menentukan harga satu mangkuk mie ramen dan satu gelas es jeruk.



Ayo Menalar

Untuk bisa menyelesaikan permasalahan di atas, kita bisa menggunakan cara sebagai berikut:

Petunjuk: Ingat kembali materi sistem persamaan linear yang sudah kita pelajari. Buatlah sistem persamaan linear dari masalah tersebut, lalu selesaikanlah dengan matriks.

Misalkan: x = harga satu mangkuk mie ramen

y = harga satu gelas es jeruk

Diperoleh model matematika yang merupakan SPLDV sebagai berikut:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 70.000 \\ 5x + 3y = 115.000 \end{cases}$$

Untuk dapat menyelesaikan system persamaan tersebut dengan matriks, kita ingat kembali

$$\text{bentuk umum SPLDV, } \begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Solusi persamaan tersebut adalah:

.Dengan metode eliminasi mencari x :

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \quad | \cdot b_2 | a_1b_2x + b_1b_2y = c_1b_2 \\ a_2x + b_2y &= c_2 \quad | \cdot b_1 | a_2b_1x + b_1b_2y = c_2b_1 \quad - \\ \hline (a_1b_2 - a_2b_1)x &= c_1b_2 - c_2b_1 \\ x &= \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \end{aligned}$$

Sedangkan untuk mencari y

$$\begin{aligned} a_2x + b_2y &= c_2 \quad | \cdot a_1 | a_1a_2x + a_1b_2y = a_1c_2 \\ a_1x + b_1y &= c_1 \quad | \cdot a_2 | a_1a_2x + a_2b_1y = a_2c_1 \quad - \\ \hline (a_1b_2 - a_2b_1)y &= c_2a_1 - c_1a_2 \\ y &= \frac{c_2a_1 - c_1a_2}{a_1b_2 - a_2b_1} \end{aligned}$$

Dalam konsep matriks, nilai $a_1b_2 - a_2b_1$ disebut sebagai determinan matriks $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$, dinotasikan $\det(A)$ atau

$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$, dengan matriks $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$.

Oleh karena itu, nilai x dan y dapat ditulis menjadi:

$$x = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \text{ dan } y = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

Dengan $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0$



Ayo Menyimpulkan

Determinan suatu matriks adalah suatu fungsi skalar dengan domain matriks persegi.

Misalkan matriks A adalah matriks berordo 2x2 dengan $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka

Determinan matriks A dapat dinyatakan dengan $\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

Solusi SPLDV dengan determinan matriks :

$a_1x + b_1y = c_1$

$a_2x + b_2y = c_2$

Dapat ditulis dalam bentuk matriks $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \text{ dan } y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

Sehingga solusi untuk permasalahan yang kita amati di atas adalah :

$3x + 2y = 70.000$
 $5x + 3y = 1150.000$ dalam bentuk matriks $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70.000 \\ 1150.000 \end{pmatrix}$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 70.000 & 2 \\ 1150.000 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{210.000 - 230.000}{9 - 10} = \frac{-20.000}{-1} = 20.000$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 70.000 \\ 5 & 1150.000 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{345.000 - 350.000}{9 - 10} = \frac{-5.000}{-1} = 5.000$$

Jadi, harga satu mangkuk mie ramen adalah Rp 20.000,00 dan harga satu gelas es jeruk adalah Rp 5.000,00.

Determinan Matriks

Suatu Matriks mempunyai determinan jika dan hanya jika matriks tersebut adalah matriks persegi. Untuk lebih jelasnya mengenai matriks persegi, peserta didik bisa baca materi "[jenis - jenis matriks](#)". Determinan matriks A bisa ditulis $\det(A)$ atau $|A|$.

Berdasarkan defi nisi determinan suatu matriks, Anda bisa mencari nilai determinan dari matriks A , yaitu:

$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \times d - b \times c = ad - bc$$

diagonal sekunder
diagonal utama

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \text{ maka } \det A = |A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = 4 - 6 = -2$$

Invers Matriks

Ketika di SMP, Anda telah mempelajari operasi hitung pada bilangan. Pada saat mempelajari konsep tersebut, Anda dikenalkan dengan istilah invers (kebalikan) bilangan. Suatu bilangan jika dikalikan dengan inversnya akan menghasilkan unsur identitas. Senada dengan hal tersebut, dalam aljabar matriks pun berlaku ketentuan seperti itu. Ketika Anda mengalikan suatu matriks dengan matriks inversnya, akan dihasilkan identitas, yang dalam hal ini adalah matriks identitas. Sebagai ilustrasi bagi Anda, perhatikanlah perkalian matriks-matriks berikut.

perhatikanlah perkalian matriks-matriks berikut.

- Misalkan $A = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} AB &= \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 6-5 & 3-3 \\ -10+10 & -5+6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= I_2 \end{aligned}$$

Perkalian AB menghasilkan I_2 (matriks identitas berordo 2×2)

- Misalkan $P = \begin{bmatrix} -7 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ dan $Q = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} PQ &= \begin{bmatrix} -7 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -7+8 & 14-14 \\ -4+4 & 8-7 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= I_2 \end{aligned}$$

Perkalian PQ menghasilkan I_2 .

Berdasarkan perkalian-perkalian tersebut, ada hal yang harus Anda ingat, yaitu perkalian matriks A dan matriks B menghasilkan matriks identitas ($AB = I$). Ini menunjukkan matriks B merupakan matriks invers dari matriks A , yaitu $B = A^{-1}$ atau bisa juga dikatakan bahwa matriks A merupakan invers dari matriks B , yaitu $A = B^{-1}$. Begitu pula untuk perkalian matriks P dan matriks Q berlaku hal serupa.

Contoh :

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ tentukan Apakah matriks B merupakan invers dari matriks A ?

Jawab :

Matriks B merupakan invers dari matriks A jika memenuhi persamaan

$$AB = I$$

$$\begin{aligned} AB &= \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1+2 & -2+2 \\ 1-1 & 2-1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= I \end{aligned}$$

Oleh karena $AB = I$ maka matriks B merupakan invers dari matriks A .

- **penurunan rumus invers matriks ordo 2×2**

Rumus Invers Matriks Berordo 2×2

Misalkan $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ invers dari A adalah A^{-1} , yaitu

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}, \text{ dengan } \det A \neq 0$$

Contoh :

Tentukan invers dari matriks $D = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -7 & 11 \end{bmatrix}$

Jawab :

$$\det D = \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ -7 & 11 \end{vmatrix} = 3(11) - (-7)(-6) = 33 - 42 = -9$$

$$\begin{aligned} D^{-1} &= \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} 11 & 6 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{-9} \begin{bmatrix} 11 & 6 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{11}{9} & -\frac{6}{9} \\ -\frac{7}{9} & -\frac{3}{9} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{11}{9} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{7}{9} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Sifat – Sifat Invers Matrik

Misalkan, A^{-1} merupakan invers matriks $A_{n \times n}$, B^{-1} merupakan invers matriks $B_{n \times n}$, C^{-1} merupakan invers matriks $C_{n \times n}$, dan I merupakan matriks identitas.

a $A \cdot A^{-1} = I$ atau $A^{-1} \cdot A = I$

b $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$ atau $(A \cdot B \cdot C)^{-1} = C^{-1} \cdot B^{-1} \cdot A^{-1}$

LATIHAN SOAL

1. Tentukan determinan matriks berikut :

a. $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

b. $B = \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

2. Cari nilai a agar $\begin{vmatrix} 4a & 8 \\ 2 & a \end{vmatrix} = 0$

3. Jika matrik $\begin{pmatrix} 9 & 7 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ dan $\begin{bmatrix} x-1 & x-2 \\ -x & x+4 \end{bmatrix}$ saling invers, tentukan nilai x

Daftar pustaka

<https://www.konsep-matematika.com/2015/09/pengenalan-matriks.html>