

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP) DARING

Nama Sekolah	: SMK Negeri 1 Giritontro	Kelas /Semester	: XII / Gasal
Mata Pelajaran	: Matematika (Refleksi)	Alokasi Waktu	: 1 x 2 JP
Kompetensi Dasar		Kegiatan Pembelajaran	
3.6	Menentukan masalah kontekstual yang berkaitan dengan transformasi geometri	Pendahuluan 1. Membuka Google Classroom yang dibuat oleh wali kelas dan digunakan di kelas tersebut. 2. Mengingatkan peserta didik melalui WhatsApp Grup pembelajaran akan dimulai. 3. Memulai dengan metode sinkron (web meeting) menggunakan google meet / microsoft team . https://bit.ly/33LbHkY 4. Melakukan pembukaan dengan salam pembuka dan berdoa untuk memulai pembelajaran 5. Mengecek kehadiran peserta didik dengan mengisi quisioner pada Google Classroom dan mendoakan bersama jika ada teman yang sakit di hari tersebut sebagai bentuk sikap disiplin dan peduli https://bit.ly/33Eck1y 6. Menanamkan nasionalisme dari cerita singkat pahlawan nasional dari buku bacaan atau video dokumenter (literasi digital) dari internet. 7. Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai, teknik penilaian, dan metode pembelajaran yang akan digunakan dalam Google Classroom sebagai pembuka pembelajaran serta membacaknya.	
4.6	Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan transformasi geometri		
Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)			
3.6.1	Peserta didik dapat menentukan masalah kontekstual yang berkaitan dengan refleksi dengan cermat (konseptual)		
3.6.2	Peserta didik dapat menganalisis sifat - sifat refleksi dengan teliti (konseptual)		
4.6.1	Peserta didik terampil dalam menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan refleksi dengan benar (prosedural)		
4.6.2	Peserta didik terampil dalam merekonstruksi masalah kontekstual yang berkaitan dengan refleksi dengan tepat (prosedural)		
Tujuan Pembelajaran			
1	Peserta didik dapat mengabstraksi permasalahan dalam kehidupan sehari – hari yang berkaitan dengan refleksi dengan percaya diri setelah mengikuti pembelajaran		
2	Peserta didik dapat menganalisis sifat - sifat refleksi setelah berdiskusi dan melakukan pembuktian dengan teliti		
3	Peserta didik terampil dalam memproyeksikan masalah yang berkaitan refleksi secara tepat setelah mendapatkan pengalaman dari beberapa laporan hasil diskusi dari beberapa kelompok lain.		
4	Peserta didik refleksi dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan translasi secara tuntas setelah mempelajari materi tersebut		
Materi dan Sumber Belajar			
✓ Materi : Transformasi Geometri (Refleksi) ✓ Sumber Belajar : Buku Pegangan Siswa Kelas XII, Internet, Bahan Ajar yang Disediakan oleh Guru, Referensi lain.			
Pendekatan, Model, Metode			
✓ Pendekatan : TPACK ✓ Model : <i>Problem Base Learning (PBL)</i> ✓ Metode : Diskusi, Observasi, Tanya Jawab			
Alat, Bahan dan Media			
✓ Alat : Google Classroom, Google Meet, Office 365 dan WhatsApp ✓ Bahan dan Media : LKPD dan Internet			
Penilaian			
✓ Pengetahuan : Test online melalui Google Classroom dengan Google Form ✓ Ketrampilan : Penilaian Unjuk Kerja ✓ Sikap : Catatan Jurnal selama KBM			
Kepala Sekolah		Guru Mata Pelajaran	
.....		Wahyu Saryadi	

Keterangan Warna	Hijau	: LOTS	Biru	: Literasi Digital
	Merah	: HOTS	Unggu	: 4C
	Coklat	: Integrasi PPK	Kuning	: Tautan



WAHYU SARYADI
20031218010340

BAHAN AJAR

MATEMATIKA

TRANSFORMASI GEOMETRI
(REFLEKSI/PENCERMINAN)



PPG DALAM JABATAN
UNIVERSITAS WIDYADARMA KLATEN
PENDIDIKAN MATEMATIKA
ANGKATAN I TAHUN 2020

I. PETUNJUK PENGGUNAAN

Penyajian materi dalam bahan ajar ini disusun dengan menggunakan model *treffinger* sehingga peserta didik dituntun untuk menemukan konsep dan aktif dengan kemampuan mental yang dimilikinya. Sistematika bahan ajar ini adalah sebagai berikut :

1. Uraian materi merupakan materi pokok /materi pembelajaran dalam bahan ajar.
2. Materi disajikan dalam bahasa yang sederhana sehingga mudah dipahami.
3. Sebelum menginjak pada pembahasan, bahan ajar ini diawali dengan paparan kompetensi yang anak dicapai oleh peserta didik.
4. Dilengkapi dengan contoh soal untuk memperjelas konsep yang akan dipelajari
5. Latihan berisi soal – soal untuk menguji kemampuan peserta didik dalam memahami materi yang dipelajari.
6. Rangkuman berisi pokok – pokok pembicaraan materi yang telah selesai dipelajari
7. Evaluasi berisi soal – soal untuk melihat kemampuan komunikasi matematis siswa dengan materi transformasi geometri.

Berikut Langkah – Langkah yang disarankan bagi peserta didik dalam menggunakan bahan ajar ini.

1. Bacalah terlebih dahulu kompetensi yang harus dicapai
2. Pahami uraian materi dengan seksama dan perhatikan contoh soal yang diberikan sebaik – baiknya.
3. Kerjakan latihan soal yang tersedia dan pastikan kalian sudah mendapatkan Lembar Kegiatan Peserta Didik (LKPD)
4. Bacalah kembali rangkuman yang ada di akhir bab dan kerjakan soal – soal evaluasi di akhir bab (sesuai dengan yang tersedia di LMS (*Google Classroom*))
5. Mintakan bimbingan guru /ajukan pertanyaan Ketika menemukan permasalahan yang dirasa rumit.
6. Dalam bahan ajar ini disertakan lampiran berupa media belajar dalam format lain, sehingga diperlukan aplikasi tambahan untuk membukanya. Aplikasi tersebut antara lain sebagai berikut :

No	Aplikasi dan Penggunaan	Tautan Unduh
1	PDF Reader	
	PC / Laptop	https://bit.ly/3iRgoA2
	Smartphone (<i>android</i>)	https://bit.ly/33Ml1Fd
2	Geogebra	
	PC / Laptop	https://www.geogebra.org/download
	Smartphone (<i>android</i>)	https://bit.ly/2FXhzPM
3	Video Pleyer	
	PC / Laptop	https://bit.ly/3iRoRTM
	Smartphone (<i>android</i>)	https://bit.ly/2RJh6TZ

II. KOMPETENSI YANG AKAN DICAPAI

1. KOMPETENSI INTI

- KI 1 : Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
- KI 2 : Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsive, dan pro aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
- KI 3 : Memahami, menerapkan, menganalisis dan mengevaluasi pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
- KI 4 : Mengolah, menalar, menyaji, dan mencipta dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri serta bertindak secara efektif dan kreatif, dan mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan

2. KOMPETENSI DASAR

- 1.1 Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
- 2.1 Memiliki motivasi internal, kemampuan bekerja sama, konsisten sikap disiplin, rasa percaya diri, dan sikap toleransi dalam perbedaan strategi berfikir dalam memilih dan menerapkan strategi menyelesaikan masalah.
- 2.2 Mampu mentransformasi diri dalam berperilaku jujur, tangguh dalam menghadapi masalah, kritis dan disiplin dalam melaksanakan tugas belajar matematika.
- 2.3 Menunjukkan sikap bertanggungjawab, rasa ingin tahu, jujur, berperilaku peduli lingkungan.
- 3.6 Menentukan masalah kontekstual yang berkaitan dengan transformasi geometri
- 4.6 Menyelesaikan masalah kontekstual kontekstual yang berkaitan dengan transformasi geometri

3. INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI

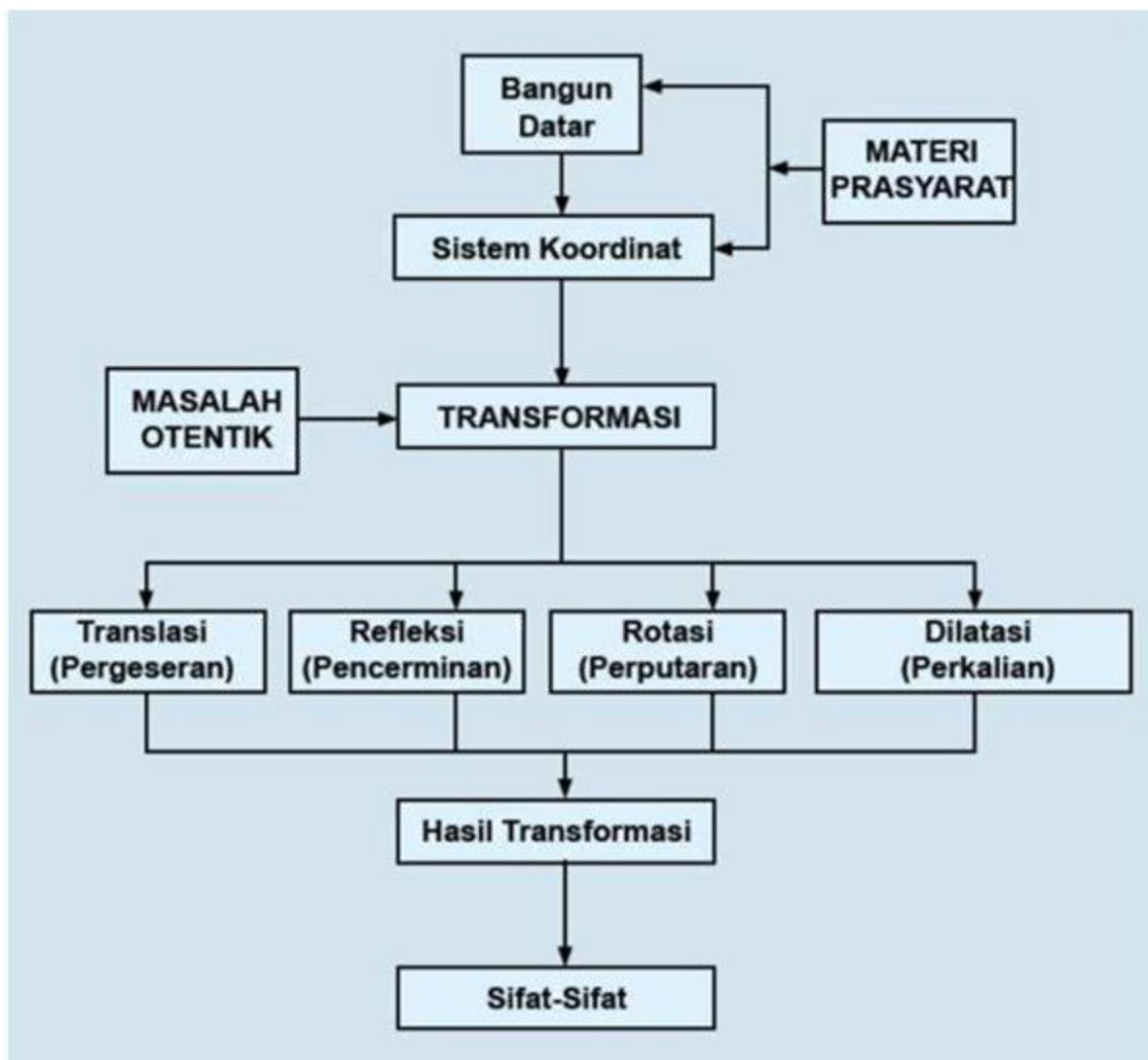
- 3.6.1 Peserta didik dapat **menentukan** masalah kontekstual yang berkaitan dengan refleksi dengan **cermat** (konseptual)
- 3.6.2 Peserta didik dapat **menganalisis** sifat - sifat refleksi dengan **teliti** (konseptual)
- 4.6.1 Peserta didik terampil dalam **menyelesaikan** masalah kontekstual yang berkaitan dengan refleksi dengan **benar** (prosedural)

4.6.2 Peserta didik terampil dalam **merekonstruksi** masalah kontekstual yang berkaitan dengan refleksi dengan **tepat** (prosedural)

4. TUJUAN PEMBELAJARAN

- 1 Peserta didik dapat **mengabstraksi** permasalahan dalam kehidupan sehari – hari yang berkaitan dengan refleksi dengan **percaya diri** setelah mengikuti pembelajaran
- 2 Peserta didik dapat **menganalisis** sifat – sifat refleksi setelah berdiskusi dan melakukan pembuktian dengan **teliti**
- 3 Peserta didik terampil dalam **memproyeksikan** masalah yang berkaitan refleksi secara **tepat** setelah mendapatkan pengalaman dari beberapa laporan hasil diskusi dari beberapa kelompok lain.
- 4 Peserta didik refleksi dalam **menyelesaikan** masalah yang berkaitan dengan translasi secara **tuntas** setelah mempelajari materi tersebut

III. PETA KONSEP



IV. MATERI PEMBELAJARAN

1. Pengantar materi

a. Deskripsi

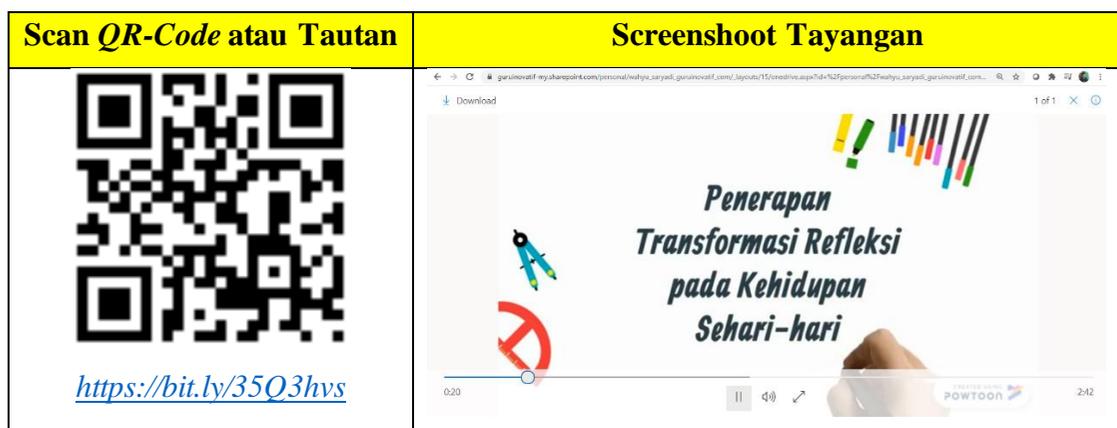
Transformasi merupakan proses perpindahan suatu titik atau garis atau bidang menjadi bayangan titik atau garis atau bidang tersebut. Refleksi merupakan pencerminan. Dalam geometri bidang pencerminan terdiri dari pencerminan terhadap sumbu x , sumbu y , $y = x$, $y = -x$, $x = m$, $y = n$, dan pencerminan terhadap titik pusat O

b. Prasyarat

Agar dapat mempelajari modul ini, harus mempelajari operasi bilangan real dan dasar-dasar trigonometri.

c. Ilustrasi

Samak dengan seksama video berikut untuk mempermudah memahami materi tentang refleksi. Video tersedia online dan bisa juga diunduh jika diperlukan. Apabila belum memiliki video player bisa mengunduhnya terlebih dahulu. Tautan tersedia di petunjuk penggunaan bahan ajar halaman 2.



Bagaimana setelah menyimak tayangan video di atas? Sudahkah ada gambaran tentang materi transformasi geometri pokok bahasan refleksi? **Coba kalian sebutkan apa yang kalian ketahui tentang refleksi /pencerminan?** Silakan tuliskan jawaban kalian dalam LKPD yang telah disediakan guru kalian. Untuk memperjelas lagi tentang pemahaman materi tersebut mari diskusikan materi berikut.

2. Diskusi

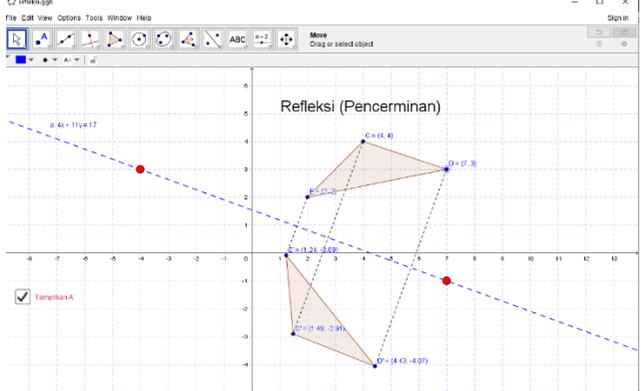
Sebuah masjid yang dikelilingi sebuah kolam yang sangat luas, sehingga apabila kita melihat ke dalam kolam tersebut akan kita dapati bayangan masjid yang megah ini seperti gambar berikut.



Setelah mengamati gambar tersebut dapatkah kalian menyebutkan sifat – sifat refleksi /pencerminan? Diskusikan bersama teman kalian dalam satu kelompok menggunakan media yang disediakan oleh guru. Tuangkan hasil diskusi kalian kedalam LKPD yang telah disediakan.

3. Pendalaman materi

Sudah semakin jelas bukan? Materi transformasi geometri refleksi /pencerminan ini memang sangat dekat dengan kehidupan sehari – hari kita. Hampir setiap hari kita akan menjumpai penerapan /aplikasi tentang pencerminan ini. Di rumah kita juga banyak sekali cermin yang bisa ditemukan. Seperti, cermin pada almari, meja rias, dan beberapa perlengkapan yang lain. Bahkan beberapa benda yang bukan merupakan cermin dapat memantulkan bayangan, sehingga menjadi layaknya cermin. Untuk mempelajari materi ini lebih dalam lagi silakan buka tautan berikut. Di dalamnya terdapat file geogebra yang akan sangat membantu kita lebih mendalami materi ini. Titik dan cermin bisa kita geser – geser sesuai keinginan kita, maka akan terbentuk bayangan yang menyesuaikan. Apabila kalian belum memiliki aplikasi geogebra silakan mengunduh terlebih dahulu, tautan berada di petunjuk penggunaan modul halaman 2.

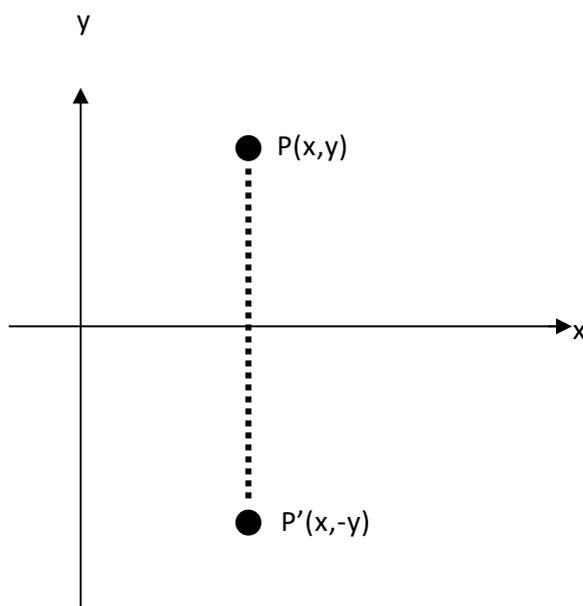
Scan QR-Code atau Tautan	Screenshoot
 <p data-bbox="365 2230 657 2262">https://bit.ly/3mEawwo</p>	

4. Uraian Materi

Dalam geometri bidang, sebagai cermin digunakan

- a. Sumbu x
- b. Sumbu y
- c. $x = m$
- d. $y = n$
- e. $y = x$
- f. $y = -x$
- g. Titik pusat $O(0,0)$

- a. Refleksi terhadap sumbu x



Berdasarkan gambar tersebut, jika bayangan titik $P(x,y)$ adalah $P'(x',y')$ maka $P'(x',y') = P'(x, -y)$ sehingga dalam bentuk matriks dapat ditulis sebagai berikut :

$$x' = x$$

$$y' = -y$$

$$x' \quad 1 \quad 0 \quad x$$

$$y' \quad 0 \quad 1 \quad y$$

Jadi $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ adalah matriks pencerminan terhadap sumbu x.

Contoh :

- 1) Diketahui segitiga ABC dengan koordinat titik $A(2,0)$, $B(0,-5)$ dan $C(-3,1)$. Tentukan koordinat bayangan segitiga ABC tersebut bila dicerminkan terhadap sumbu x

Jawab :

Pencerminan terhadap sumbu x

$$P(x,y) \longrightarrow P'(x, -y)$$

$$A(2,0) \longrightarrow A'(2,0)$$

$$B(0,-5) \longrightarrow B'(0,5)$$

$$C(-3,1) \longrightarrow C'(-3,-1)$$

2) Bayangan garis $3x - 2y + 5 = 0$ oleh refleksi terhadap sumbu x adalah

Jawab :

Oleh pencerminan terhadap sumbu X

$$\text{maka: } x' = x \longrightarrow x = x'$$

$$y' = -y \longrightarrow y = -y'$$

$$x = x' \text{ dan } y = -y'$$

disubstitusi ke kurva $3x - 2y + 5 = 0$

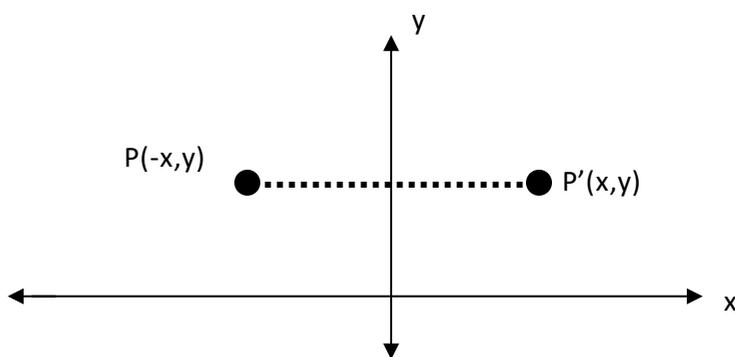
$$\text{diperoleh: } 3x' - 2(-y') + 5 = 0$$

$$3x' + 2y' + 5 = 0$$

Jadi bayangannya

$$\text{adalah } 3x + 2y + 5 = 0$$

b. Refleksi terhadap sumbu y



Berdasarkan gambar tersebut, jika bayangan titik $P(x,y)$ adalah $P'(x',y')$ maka $P'(x',y') = P'(-x,y)$, sehingga dalam bentuk matriks dapat ditulis sebagai berikut :

$$x' = -x$$

$$y' = y$$

$$x' \quad 1 \quad 0 \quad x$$

$$y' \quad 0 \quad 1 \quad y$$

jadi $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ adalah matriks pencerminan terhadap sumbu y .

Contoh :

Tentukan bayangan kurva $y = x^2 - x$ oleh pencerminan terhadap sumbu Y .

Jawab:

oleh pencerminan terhadap sumbu Y

maka: $x' = -x \rightarrow x = -x'$

$$y' = y \rightarrow y = y'$$

$x = -x'$ dan $y = y'$ disubstitusi ke $y = x^2 - x$

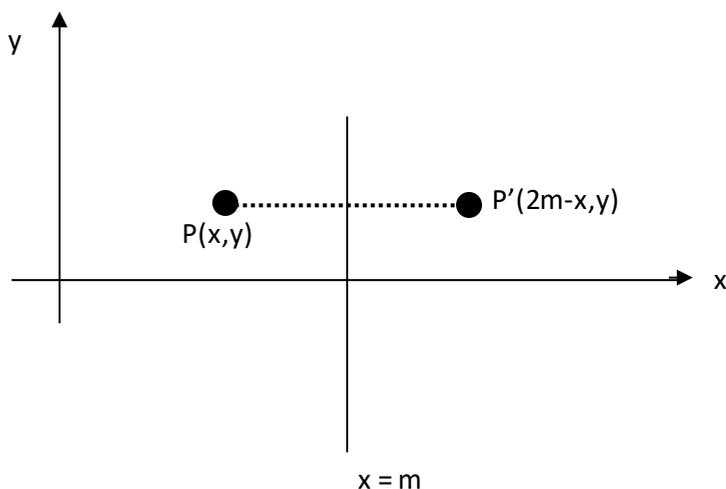
diperoleh: $y' = (-x')^2 - (-x')$

$$y' = (x')^2 + x'$$

Jadi bayangannya

adalah $y = x^2 + x$

c. Refleksi terhadap garis $x = m$



Berdasarkan gambar tersebut, jika bayangan titik $P(x, y)$ adalah $P'(x', y')$ maka

$$P'(x', y') = P'(2m - x, y).$$

Contoh :

Tentukan bayangan kurva $y^2 = x - 5$ oleh pencerminan terhadap garis $x = 3$.

Jawab:

oleh pencerminan terhadap garis $x = 3$

maka: $x' = 2m - x \rightarrow x = 2.3 - x' = 6 - x'$

$$y' = y \rightarrow y = y'$$

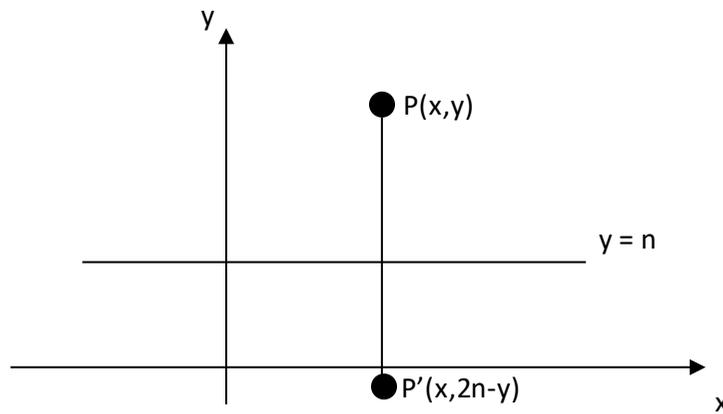
$x = 6 - x'$ dan $y = y'$ disubstitusi ke $y^2 = x - 5$

diperoleh: $(y')^2 = (6 - x') - 5$

$$(y')^2 = 1 - x'$$

Jadi bayangannya adalah $y^2 = 1 - x$

d. Refleksi terhadap garis $y = n$



Berdasarkan gambar diatas, jika bayangan titik $P(x,y)$ adalah $P'(x',y')$ maka $P'(x',y') = P'(x,2n-y)$.

Contoh :

Tentukan bayangan kurva $x^2 + y^2 = 4$ oleh pencerminan terhadap garis $y = -3$.

Jawab:

oleh pencerminan terhadap garis $y = -3$ maka:

$$x' = x$$

$$y' = 2n - y$$

pencerminan terhadap garis $y = -3$

maka: $x' = x \rightarrow x = x'$

$$y' = 2n - y$$

$$y' = 2(-3) - y$$

$$y' = -6 - y \rightarrow y = -y' - 6$$

disubstitusi ke $x^2 + y^2 = 4$

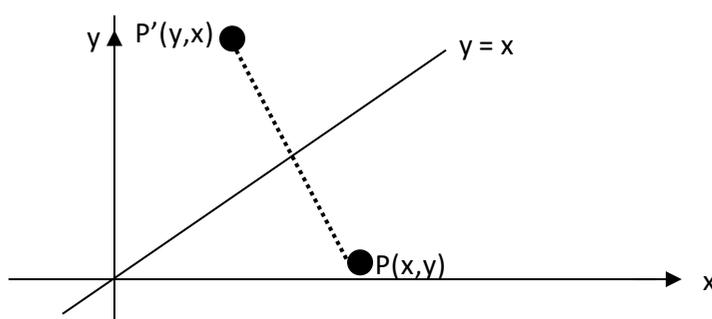
$$(x')^2 + (-y' - 6)^2 = 4$$

$$(x')^2 + ((-y')^2 + 12y' + 36) - 4 = 0$$

Jadi bayangannya:

$$X^2 + y^2 + 12y + 32 = 0$$

e. Refleksi terhadap garis $y = x$



Berdasarkan gambar diatas, jika bayangan $P(x,y)$ adalah $P'(x',y')$ maka $P'(x',y') = P'(y,x)$, sehingga dalam bentuk matriks dapat ditulis sebagai berikut :

$$x' = y$$

$$y' = x$$

$$x' \quad 0 \quad 1 \quad x$$

$$y' \quad 1 \quad 0 \quad y$$

jadi $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ adalah matriks pencerminan terhadap garis $y = x$.

Contoh :

Bayangan garis $2x - y + 5 = 0$ yang dicerminkan terhadap garis $y = x$ adalah....

Pembahasan:

Matriks transformasi refleksi terhadap $y = x$ adalah $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Sehingga $x' = y$ dan $y' = x$

disubstitusi ke $2x - y + 5 = 0$

diperoleh: $2y' - x' + 5 = 0$

$$-x' + 2y' + 5 = 0$$

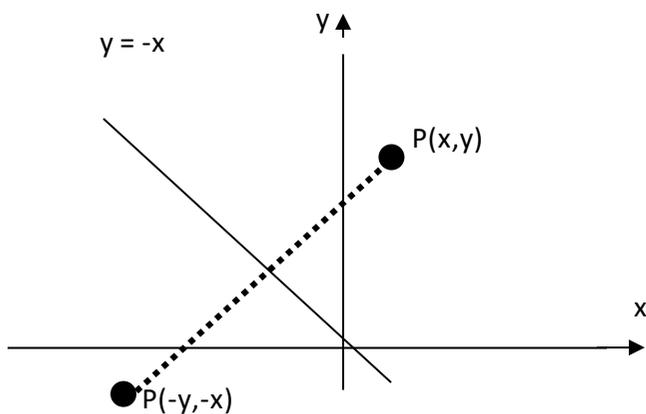
$$-x' + 2y' + 5 = 0$$

$$\text{dikali } (-1) \rightarrow x' - 2y' - 5 = 0$$

Jadi bayangannya adalah

$$x - 2y + 5 = 0$$

f. Refleksi terhadap garis $y = -x$



Berdasarkan gambar diatas, jika bayangan $P(x,y)$ adalah $P'(x',y')$ maka $P'(x',y') = P'(-y,-x)$, sehingga dalam bentuk matriks dapat ditulis sebagai berikut :

$$x' = -y$$

$$y' = -x$$

$$\begin{matrix} x' & 0 & 1 & x \\ y' & 1 & 0 & y \end{matrix}$$

Jadi $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ adalah matriks pencerminan terhadap garis $y = -x$.

Contoh :

Bayangan persamaan lingkaran $x^2 + y^2 - 8y + 7 = 0$ yang dicerminkan terhadap garis $y = -x$ adalah....

Jawab :

$$x' = -y \text{ dan } y' = -x \text{ atau } y = -x' \text{ dan } x = -y'$$

Kemudian disubstitusikan ke

$$x^2 + y^2 - 8y + 7 = 0$$

$$(-y')^2 + (-x')^2 - 8(-x') + 7 = 0$$

$$(y')^2 + (x')^2 + 8x' + 7 = 0$$

$$(x')^2 + (y')^2 + 8x' + 7 = 0$$

Jadi bayangannya adalah

$$X^2 + Y^2 + 8X + 7 = 0$$

5. Rangkuman

No.	Jenis Transformasi	Pemetaan	Matriks yang bersesuaian
1	Pencerminan terhadap sumbu X	$(x,y) \rightarrow (x, -y)$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
2	Pencerminan terhadap sumbu Y	$(x,y) \rightarrow (-x, y)$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
3	Pencerminan terhadap garis $y = x$	$(x,y) \rightarrow (y, x)$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
4	Pencerminan terhadap garis $y = -x$	$(x,y) \rightarrow (-y,-x)$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$
5	Pencerminan terhadap titik pusat O	$(x,y) \rightarrow (-x, -y)$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

6. Evaluasi

a. Diketahui titik A(2, -1), B(5, 3), dan C(-2, 4). Tentukan bayangan titik A, B, dan C, jika dicerminkan terhadap:

- 1) sumbu x
- 2) sumbu y
- 3) garis $x = 2$
- 4) garis $y = -3$

- 5) garis $y = x$
- 6) garis $y = -x$
- b. Diketahui persamaan garis $2x + 3y = 6$. Tentukan bayangan garis tersebut jika dicerminkan terhadap sumbu y
- c. Diketahui persamaan lingkaran $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 16$. Tentukan bayangan lingkaran jika dicerminkan terhadap garis $y = x$.
- d. Diketahui titik $A(1,2)$, $B(3,4)$, dan $C(5,6)$. Tentukan bayangan segitiga ABC jika dicerminkan terhadap sumbu y
- e. Tentukan bayangan lingkaran $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ jika dicerminkan terhadap garis $y = x$

V. DAFTAR PUSTAKA

Jannah, Asnirul dan Randi Ramlan. 2017. *Bahan Ajar Matematika Transformasi Geometri untuk Kelas XI/2 MIPA-Wajib*. Tersedia dalam <https://fdokumen.com/document/bahan-ajar-materi-transformasi-geometri-kelas-xi.html>